ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 2

УДК 531.384

МЕХАНИКА

А. С. Хачикян, А. А. Мнацаканян

О модели качения упругого колеса

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР К. В. Александряном 17/XI 1983)

Теория качения колес на упругих пневматиках привлекает внимание исследователей со времен появления первых автомобилей на пневматических колесах и особенно после обнаружения явления «шимми» на подвесках самолетов и скоростных автомобилей. Эта теория находит приложение также в исследованиях, связанных с вождением сельскохозяйственных агрегатов с упругими шинами.

Из существующих в настоящее время моделей качения колес с упругими пневматиками Рокара, Грейдануса ([1]), Чудакова, Метелицына ([2]) наиболее полный и завершенный вид имеет теория качения М. В. Келдыша ([3]).

Модель М. В. Келдыша основана на двух гипотезах: А) касательная к линии качения совпадает с осью поверхности контакта; Б) кривизна линии качения пневматика однозначно определяется параметрами ее деформации. Хотя эта модель лучше, чем другие, описывает качение упругого колеса, однако некоторые исследователи пытаются уточнить ее ([4]) или же построить новую модель ([2,5]) Причем первая гипотеза принимается всеми и только вторая является предметом разногласий.

Действительно, вторая гипотеза вносит в модель ряд недостатков. К указанным в работе ([2]) недостаткам можно добавить следующие: а) она не соответствует определенной наглядной модели механики качения колеса без скольжения; б) введенные М. В. Келдышем кинематические коэффициенты (α, β) не выражаются через обычные деформативные характеристики пневматика, а определяются только экспериментально, с применением самой теории качения, хотя характер качения колеса целиком определяется деформативными свойствами колеса; в) затруднены последовательное уточнение модели путем учета дополнительных факторов и построение моделей разной степени точности с сохранением в уравнениях членов равных порядков малости; г) теория Келдыша обладает некоторой внутренней противоречивостью, ограничивающей общность модели, что показано на примере, приведенном ниже.

В данной работе делается попытка устранить отмеченные недостатки некоторым видоизменением модели М. В. Келдыша.

1. Рассмотрим колесо с жестким ободом и упругим пневматиком, катящееся без скольжения по плоской поверхности. Условие качения без скольжения выразим следующими двумя гипотезами: А) касатель-

ная к линии качения совпадает с осью поверхности контакта; В) кривизна линии качения совпадает с кривизной средней линии поверхности шины в центре площадки контакта.

Отметим, что именно такая трактовка гипотезы Б) Келдыша дана и в работе ([6]), где гипотезы Б) и В) принимаются как идентичные. Однако они не идентичны, что показывает анализ вытекающих из них количественных соотношений.

Гипотезе Б) поставлено в соответствие соотношение

$$\frac{d(\theta+\varphi)}{ds}=\alpha\xi-\beta\varphi-\varphi\chi, \tag{1}$$

где θ—курсовый угол, α, β, γ—кинематические коэффициенты, введенные М. В. Келдышем, χ—угол наклона колеса, ξ—боковая деформация, φ—угол поворота площадки контакта относительно плоскости колеса под действием момента сил, s—путь, пройденный колесом за время t.

Гипотезе В) соответствует соотношение

$$\frac{d(\theta+\varphi)}{ds}=K, \tag{2}$$

где K—кривизна средней линии поверхности шины в центре площадки контакта.

Левые части соотношений (1), (2) одни и те же и выражают кривизну линии качения колеса. Правая часть выражения (1) М. В. Келдышем не приведена в соответствии с определенной физической величиной. Правая же часть (2) выражает кривизну средней линии поверхности шины в центре площадки контакта, которая всегда, в принципе. может быть определена с любой наперед заданной точностью, теоретически или экспериментально в зависимости от деформативных характеристик колеса и действующих сил независимо от принятой модели качения. В этом и заключается основное отличие предлагаемой трактовки второй гипотезы М. В. Келдыша.

Определение кривизны деформированной средней линии площадки контакта в общем виде сложная задача. Однако в случае малых деформаций могут быть предложены простые выражения для кривизны.

а) Пусть плоскость колеса перпендикулярна плоскости качения. Пусть, далее, можно пренебречь продольными деформациями колеса и продольными силами, а действующие силы приведены к одной боковой силе и моменту. Тогда в силу симметрии деформации от момента будут антисимметричны относительно центра площадки контакта и кривизна средней линии поверхности шины, возникающая от момента, будет равна нулю в центре площадки контакта. Кривизна будет зависеть только от боковой силы, пропорциональной деформации

$$\frac{d(\theta+\varphi)}{ds}=\delta\xi. \tag{3}$$

Коэффициент δ постоянная, зависящая от деформативных характеристик колеса.

В модели М. В. Келдыша при тех же исходных предложениях в правой части (1) сохраняется член $\beta\varphi$.

б) В случае, когда колесо катится по шероховатой поверхности, что обычно для сельскохозяйственных агрегатов, продольной силой сопротивления движению нельзя пренебрегать. Тогда вследствие действия этой силы при наличии боковой деформации возникает момент относительно проекции центра колеса. Под действием этого момента касательная к средней линии поверхности шины дополнительно повернется на некоторый угол φ_1 в плоскости качения.

В первом приближении можно принять, что $\varphi_1 = \varkappa Q \xi$, где Q—продольная сила, χ—постоянная, зависящая от жесткости колеса.

Условие (2) в этом случае примет вид

$$\frac{d(\theta+\varphi_2)}{ds} = \delta\xi + \varkappa_1\varphi_1, \tag{4}$$

где $\varphi_2 = \varphi + \varphi_1$.

2. Рассмотрим движение колеса с постоянной скоростью при $\chi=0$, $Q=0$.

Уравнение движения и кинематических связей при отсутствии боковых сил ($\xi=0$) имеет вид

$$\begin{cases} m\ddot{x}=0 \\ I\ddot{\theta}=b\varphi \\ \dot{x}+V(\theta+\varphi)=0 \\ \dot{\theta}+\dot{\varphi}=-V\beta\varphi \end{cases}, \tag{5}$$

где m—масса колеса, I—момент инерции колеса относительно вертикальной оси, V—скорость качения, b—коэффициент угловой жесткости, x—боковое смещение центра колеса.

Единственным решением системы будет

$$\dot{x}=\dot{x}_0=\text{const}; \quad \varphi=0; \quad \theta=0.$$

Получится, что в этом частном случае отсутствие боковой силы приводит к равенству нулю угловой деформации ($\varphi=0$) и, следовательно, стабилизирующего момента ($M=0$), что показывает недостаточную общность модели М. В. Келдыша.

Рассмотрим тот же пример согласно предложенной модели. Уравнение (5) примет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x}=0 \\ I\ddot{\theta}=b\varphi \\ \dot{x}+V(\theta+\varphi)=0 \\ \dot{\varphi}+\dot{\theta}=0 \end{cases}. \tag{6}$$

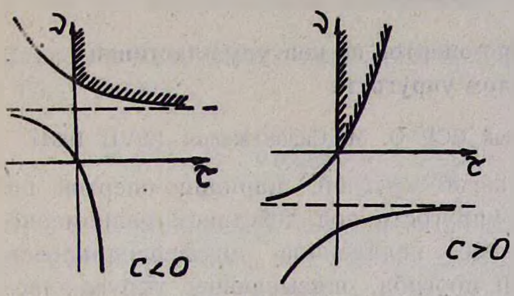
Решение этой системы будет

$$\dot{x}=\dot{x}_0=\text{const}; \quad \varphi=-\theta,$$

$$\theta=C_1\sin\left(\frac{b}{I}t\right)+C_2\cos\left(\frac{b}{I}t\right)-\frac{\dot{x}_0}{V}. \tag{7}$$

Полученное решение описывает движение колеса, когда его центр движется вдоль прямой, а курсовой угол колеблется по закону (7) под действием стабилизирующего момента ($M=b\varphi\neq 0$).

Теория качения колеса играет большую роль в исследованиях по устойчивости движения различных колесных экипажей. С применением видоизмененной модели исследована устойчивость движения переднего колеса трехколесного шасси при жесткой вертикальной стойке. Исследование проведено методом D-разбиения по параметрам $\nu=hV$, $\tau=lV^2$ (h—коэффициент демпфирования) в зависимости от выноса (c)



Рис, 1.

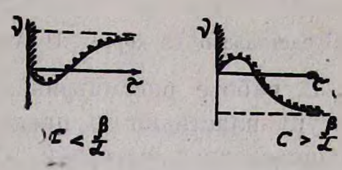


Рис 2.

колеса. Полученные результаты (рис. 1) значительно отличаются от результатов (рис. 2) аналогичных исследований [1], проведенных с помощью модели М. В. Келдыша.

НПО Армсельхозмеханизация

Ա. Ս. ԽԱՉԻԿՅԱՆ, Ա. Ա. ՄՆԱՑԱԿԱՆՅԱՆ

Առաձգական անիվի գլորման մոդելի մասին

Քննարկվում է առաձգական անիվի գլորման առավել ճշգրիտ տեսության Մ. Վ. Կելդիշի մոդելի թերությունները։ Նշվում է, որ այդ տեսության երկրորդ հիպոթեզը չի համապատասխանում անիվի գլորման մեխանիկայի որևէ ակնառու մոդելի։ Մասնավոր օրինակի քննարկումով ցույց է տրվում, որ այդ տեսությունը զերծ չէ նրա ընդհանրությունը սահմանափակող ներքին հակասություններից։ Առաջարկվում է Մ. Վ. Կելդիշի տեսության ձևափոխված տարբերակ, որը թույլ է տալիս վերացնել նշված թերությունները։ Անիվի շարժման կայունության հետազոտության բերված արդյունքները ցույց են տալիս ձևափոխված մոդելի որակական տարբերությունը Մ. Վ. Կելդիշի մոդելից։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев,* Динамика неголономных систем, Наука, М., 1967. [2] *И. И. Метелицын,* Избр. тр., Наука, М., 1977. [3] *М. В. Келдыш,* Тр. ЦАГИ, Изд. НКАП, № 564 (1945). [4] *Л. Г. Лобас,* ПММ, т. 43, вып. 4 (1979). [5] *Л. В. Гячев,* Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов, Машиностроение, М., 1981. [6] Динамика системы дорога—шина—автомобиль—водитель, под ред. А. А. Хачатурова, Машиностроение, М., 1976.