

УДК 624.131.536 : 550.34

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. Мазманиян

Методика расчета на сейсмическое воздействие
 упругого сооружения, заглубленного в упругопластический
 слой грунта

(Представлено академиком АН Армянской ССР | А. Г. Назаровым | 13/XII 1982)

В статье рассматривается взаимодействие сооружения с упруго-пластическим грунтовым основанием при сейсмическом воздействии. Для грунтового основания (рис. 1) рассмотрим систему уравнений (1), включающую

а) геометрические соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}); \quad (1)$$

б) уравнение состояния грунта

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}); \quad (2)$$

в) уравнение равновесия

$$\sigma_{ij,j} + P_i = \rho \ddot{u}_i. \quad (3)$$

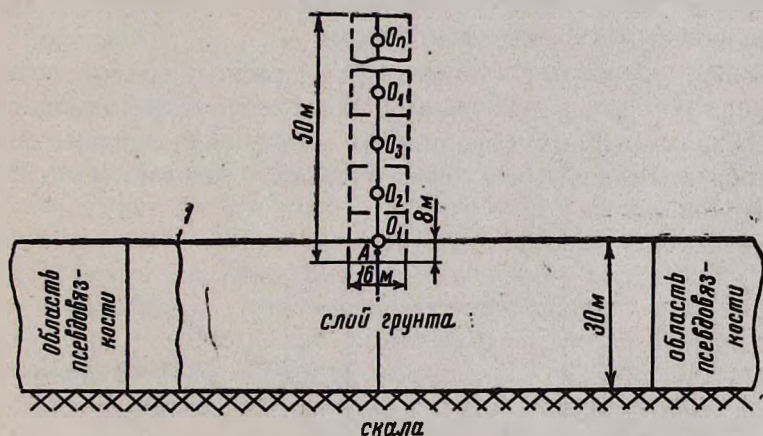


Рис. 1. Расчетная схема сооружения, заглубленного в слой грунта. I—сечение слоя задания сейсмограммы.

Для решения задачи применен алгоритм численного решения динамических и статических задач теории упругости (2). Пластические деформации в основании сооружения учитываются по деформационной теории Мора—Кулона (3). Предельная поверхность в плоскости инвариантов σ , σ_1 представляет собой прямую линию на рис. 2

$$f = \sigma_i + k \cdot \sigma - C = 0, \quad (4)$$

где

$$\sigma_i = \sqrt{S_{xx}^2 + S_{xy}^2}; \quad S_{xx} = -S_{yy} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}; \quad \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; \quad S_{xy} = \tau; \quad (5)$$

k и C — параметры прочности грунта.

В качестве основного принципа, положенного в основу построения теории пластичности, принимается принцип максимума Мизеса. Из принципа Мизеса следует ассоциированный с функцией нагружения закон течения

$$dz_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} d\lambda, \quad (6)$$

$d\lambda$ — скалярная бесконечно малая положительная величина.

В теории пластичности принимается, что полные деформации состоят из упругой и пластической части

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (7)$$

Упругие деформации связаны с напряжениями законом Гука (2). Таким образом, при вычитании из полных деформаций их упругой части получаем пластические деформации. Упругие постоянные в процессе нагрузки и разгрузки остаются теми же самыми.

Порядок расчета пластических деформаций следующий.

1. По полным деформациям исходя из закона Гука (2) определим некоторые фиктивные напряжения σ_x , σ_y и τ и по формуле (5) найдем соответствующие инварианты σ_i , σ .

2. Если $\bar{\sigma}_i \leq -k\sigma + C$, то материал работает в упругой стадии, приращение пластических деформаций не происходит и найденные напряжения σ_x , σ_y и τ будут истинными.

3. Если $\bar{\sigma}_i > -k\sigma + C$ (точка $\tilde{M}\{\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_i\}$ расположена выше предельной (рис. 2)), то за счет приращения пластических деформаций при фиксированных полных деформациях напряжения должны измениться таким образом, чтобы они соответствовали условию (4) (M на рис. 2). Таким образом,

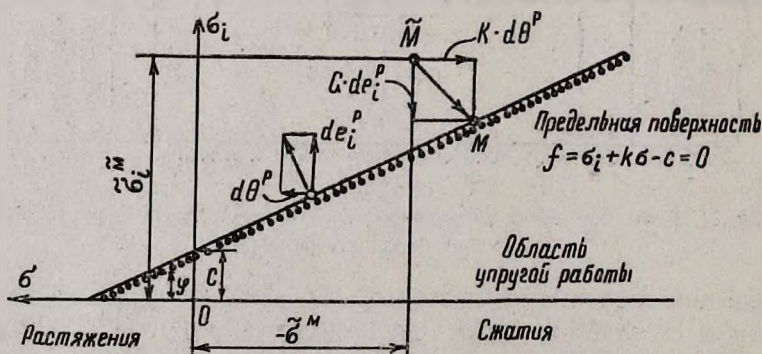


Рис. 2. К определению пластических деформаций по теории идеально упруго-пластического тела

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \bar{\sigma}_i - G de_i^p = \bar{\sigma}_i - G \cdot d\lambda \\ \sigma &= \bar{\sigma} - K \cdot d\theta^p = \bar{\sigma} - k \cdot K \cdot d\lambda \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где de_i^p и $d\theta^p$ — приращения инвариантов пластических деформаций на данном временном шаге Δt .

Подставляя (8) в (4), находим

$$d\lambda = \frac{\bar{\sigma}_i + k\sigma - C}{G + k^2 \cdot K}. \quad (9)$$

Вычислив значение $d\lambda$, по формуле (8) найдем истинные значения инвариантов σ_i , σ , соответствующие точке M . Компоненты девиатора напряжений могут быть определены из соотношения, аналогичного (8):

$$S_{ij} = \bar{S}_{ij} - G de_{ij}^p = \bar{S}_{ij} - G \cdot S_{ij} \cdot d\lambda / \sigma_i,$$

откуда

$$S = \frac{\bar{S}_{ij}}{1 + G d\lambda / \sigma_i}. \quad (10)$$

Учитывая, что $\sigma_x = \sigma + S_{xx}$, $\sigma_y = \sigma + S_{yy}$, $\tau = S_{xy}$, вычислим все компоненты напряжений и при необходимости найдем приращения пластических деформаций по формулам

$$de_i^p = d\lambda; \quad d\theta^p = k d\lambda; \quad de_{ij}^p = \frac{S_{ij}}{\sigma_i} d\lambda. \quad (10)$$

Изложенная методика учета пластических деформаций приведена в (4).

Учет упругих свойств сооружения основывается на общей теории относительного движения, описанной в (5). Для учета податливости разобьем сооружение на n секций и будем следить за перемещениями центров тяжести $o_1, o_2, \dots, o_n$ секций (рис. 1). Введем подвижную систему координат $o_1 x_1 y_1$, жестко связанную с сооружением. Такой выбор обусловлен расчетной моделью. Принимаем, что сооружение вращается как жесткое тело относительно точки o_1 и имеет малые деформации сдвига и растяжения-сжатия для каждой секции. Такое движение упругого сооружения под действием сейсмических сил можно разложить на движение системы координат $o_1 x_1 y_1$ относительно неподвижной системы oxy (переносное движение) и движение точек $o_2, \dots, o_n$ относительно системы $o_1 x_1 y_1$ (относительное движение). Очевидно, движение системы будет совпадать с движением абсолютно жесткого сооружения, а относительное смещение точек $o_2, \dots, o_n$ будет описывать деформацию сооружения. Обозначим через ξ и η проекции смещения точек o_1 относительно неподвижной системы отсчета oxy и через θ угол поворота системы $o_1 x_1 y_1$ относительно своего начала (точки o_1). Уравнения движения абсолютно жесткого сооружения (уравнения переносного движения) запишем в виде

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} = R_x; \quad M \frac{d^2 \eta}{dt^2} = R_y - Mg; \quad I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_z, \quad (12)$$

где M — масса сооружения; I — собственный момент инерции соору-

жения относительно центра тяжести; R_x и R_y — компоненты сил, действующих на фундамент сооружения со стороны грунта; M_z — момент этих сил относительно центра тяжести сооружения. Переходя к относительному движению, обозначим x_i и y_i координаты точек o_i ($i=2, 3, \dots, n$) относительно системы $o_1x_1y_1$ в статическом (неподвижном) состоянии. Без ограничения общности можно считать, что все $x_i=0$ ($i=2, 3, \dots, n$). Обозначим через u_i и v_i малые перемещения точек o_i в относительном движении, так что в процессе движения точки o_i будут иметь относительные координаты u_i и y_i+v_i ($i=2, 3, \dots, n$). Со стороны $i+1$ -ой секции действует реакция, имеющая проекции на подвижные оси Q_{i+1} и N_{i+1} , а со стороны i -ой секции — реакция с компонентами Q_i и N_i и, наконец, сила тяжести, имеющая проекции на подвижные оси $m_i g \sin \theta$ и $m_i g \cos \theta$. Таким образом, уравнения движения i -ой секции запишем в виде:

$$m_i \left[\frac{d^2 \xi}{dt^2} \cos \theta + \frac{d^2 \eta}{dt^2} \sin \theta - \frac{d^2 \theta}{dt^2} (y_i + v_i) - \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 u_i - 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dv_i}{dt} + \frac{d^2 u_i}{dt^2} \right] = Q_{i+1} - Q_i - m_i g \sin \theta; \quad (13)$$

$$m_i \left[\frac{d^2 \eta}{dt^2} \cos \theta - \frac{d^2 \xi}{dt^2} \sin \theta + \frac{d^2 \theta}{dt^2} u_i - \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 (y_i + v_i) + 2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{du_i}{dt} + \frac{d^2 v_i}{dt^2} \right] = N_i - N_{i+1} - m_i g \cdot \cos \theta,$$

где m_i — масса i -ой секции сооружения. Для оси Q_i и N_i принимаем следующие уравнения:

$$Q_i = G F_i \frac{u_i - u_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}; \quad N_i = E F_i \frac{v_i - v_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}, \quad (14)$$

где F_i — площадь поперечного сечения сооружения i -ой и $i-1$ -ой секций; E и G — модуль упругости и модуль сдвига материала сооружения. Граничные условия для первой секции запишем в виде $y_1 = v_1 = u_1 = 0$. Подставляя в уравнения (13) вместо $\frac{d^2 \xi}{dt^2}$, $\frac{d^2 \eta}{dt^2}$, $\frac{d^2 \theta}{dt^2}$ из (12), Q_i и N_i из (14) их выражения, получим дифференциальные уравнения для вычисления u_i и v_i :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_i}{dt^2} = & \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 u_i + 2 \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dv_i}{dt} + \frac{M_z}{I} (y_i + v_i) - \frac{R_x}{M} \cos \theta - \\ & - \frac{R_y}{M} \sin \theta + \frac{G}{m_i} \left(F_{i+1} \frac{u_{i+1} - u_i}{y_{i+1} - y_i} - F_i \frac{u_i - u_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} \right); \\ \frac{d^2 v_i}{dt^2} = & \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 (y_i + v_i) - 2 \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dv_i}{dt} - \frac{M_z}{I} u_i + \frac{R_x}{M} \sin \theta - \\ & - \frac{R_y}{M} \cos \theta + \frac{E}{m_i} \left(F_i \frac{v_i - v_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} - F_{i+1} \frac{v_{i+1} - v_i}{y_{i+1} - y_i} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Произведен численный расчет тринадцатизэтажного сооружения. В качестве внешнего воздействия задана сейсмограмма землетрясения

«San Fernando» 2.09.1971 г. Закон изменения сейсмограммы по глубине слоя подбирается по методике, предложенной в работе ⁽⁶⁾. Задача реализована на ЭВМ «М-22» при следующих исходных данных. Параметры сооружения: модуль упругости 450 МПа; модуль сдвига 250 МПа; высота 50 м; ширина 16 м; степень заглубления фундамента 8 м. Параметры грунта: статический модуль упругости 60 МПа; дина-

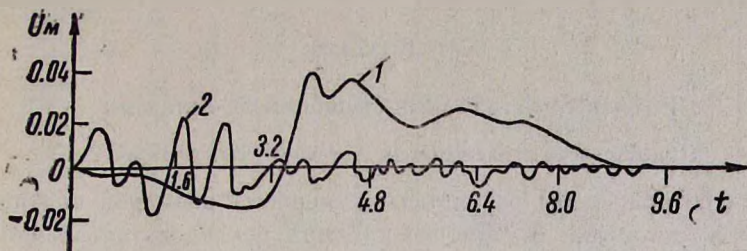


Рис. 3. Сопоставление сейсмограмм: 1—заданная сейсмограмма (горизонтальная компонента); 2—расчетная сейсмограмма тринадцатого этажа.

мический модуль упругости 80 МПа; удельный вес $15 \cdot 10^3$ н/м³; коэффициент Пуассона 0,4; коэффициент внутреннего трения 0,6; сцепление $15 \cdot 10^{-3}$ МПа.

На рис. 3 сопоставлены сейсмограммы (заданная и расчетная) тринадцатого этажа (горизонтальные компоненты).

Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ՄԱԶՄԱՆՅԱՆ

Առաձգա-պլաստիկ գրունտային շերտի մեջ խորացված առաձգական կառույցի հաշվման մեթոդիկա սեյսմիկական ազդեցության դեպքում

Հորվածում դիտարկվում է առաձգական կառույցի խնդիր հարաբերական տեսության հիման վրա: Կառույցի հիմնատակում պլաստիկ դեֆորմացիաները հաշվի են առնվում ըստ Մոր—Կոլոնի տեսության: Հաշվված են դիֆերենցիալ հավասարումներ, որոնց լուծումն իրականացված է էՀՄ «Մինսկ—22»-ի վրա: Որպես օրինակ հաշվարկված է 13 հարկանի կառույց, կոնկրետ սեյսմիկական ազդեցության դեպքում: Ստացված են միջհարկային ծածկերի և գրունտային շերտի համար սեյսմոգրամի, ակսելերոգրամի հաշվարկային գրանցումներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. П. Тимошенко, Р. Ж. Гудьер, Теория упругости, Наука, М., 1975. ² В. Н. Ломбардо, Изв. ВНИИГ, т. 103 (1973). ³ В. Т. Койтер, Общие теоремы теории упругопластических сред, ИЛ, М., 1961. ⁴ С. С. Дарбинян, А. Г. Мазманян, Динамика оснований, фундаментов и подземных сооружений. Материалы V Всесоюзной конференции, т. 2, Ташкент, 8—10 декабря 1981. ⁵ Л. Аппель, Теоретическая механика, т. 1, Наука, М., 1961. ⁶ А. Г. Мазманян, ДАН АрмССР, т. 76, № 3 (1983).