ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXIX 1984 4

УДК 519.248

КИБЕРНЕТИКА

Ю. М. Гаспарян, Г. Ж. Цатурян

Исследование структурной надежности сложных восстановительных систем

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. В. Атояном 21/II 1984)

Большинство современных технических систем относится к классу восстанавливаемых. Поэтому разработка методов структурного анализа надежностных характеристик таких систем является актуальной проблемой. При исследовании надежностных характеристик сложных восстанавливаемых систем используются различные методы [1-6]. В частности, в [1] применяются методы статистического моделирования, численно-аналитические методы, в [4-6] рассматриваются методы, основанные на моделировании систем полумарковскими процессами или марковскими процессами восстановления со специально построенным фазовым пространством, в [6] предлагается численно-вероятностный метод.

В данной работе рассматривается возможность использования логико-вероятностного подхода в исследовании надежности сложных восстанавливаемых систем с применением метода моделирования систем полумарковскими процессами. Получены в замкнутом виде формулы для расчета стационарных характеристик надежности систем со сложной структурой, выраженные через заданные исходные характеристики элементов, функцию работоспособности системы и активности («веса») элементов системы. Эти формулы позволяют решать задачи по оптимальному резервированию и распределению требуемого уровня надежности между элементами для восстанавливаемых систем со сложной структурой.

Рассмотрим восстанавливаемую систему, состоящую из конечного числа n элементов, каждый из которых может находиться в одном из двух состояний—полной работоспособности и отказа. Предположим, что в системе имеется n восстанавливающих устройств и отказавший элемент сразу поступает на восстановление. Пусть ремонт полностью восстанавливает надежностные свойства элемента, и отремонтированный элемент сразу включается в работу, так что можно предположить, что каждый элемент системы может находиться или в работоспособном состоянии или в состоянии восстановления. Точно так же предполагается, что система может находиться в одном из двух указанных для элемента состояний. Элементы системы функционируют независимо.

Если состояние элемента обозначить через x_i, а состояние системы $-f$, то

$$x_i=\begin{cases}1, & \text{если } i\text{-ый элемент работоспособен,}\\ 0, & \text{если } i\text{-ый элемент восстанавливается;}\end{cases}$$

$$f=\begin{cases}1, & \text{если система работоспособна,}\\ 0, & \text{если система восстанавливается.}\end{cases}$$

Предполагается, что состояние системы вполне определенным образом зависит от состояний элементов, т. е. $f=f(\tilde{x})=f(x_1, \ldots, x_n)$. Функцию $f(\tilde{x})$ назовем функцией работоспособности (ФР) системы. Очевидно, $f(\tilde{x})$ представляет собой булеву функцию, которая во многих практических случаях является монотонной. Это позволяет для исследования структурной надежности сложных восстанавливаемых систем использовать логико-вероятностные методы, рассматриваемые в ([6]).

Обозначим через $\xi_i^{(1)}$ и $\xi_i^{(0)}$, $i=\overline{1, n}$, времена безотказной работы и восстановления i-го элемента с абсолютно-непрерывными функциями распределений $F_i^{(1)}(t)$ и $F_i^{(0)}(t)$ и с ограниченными средними $m_i^{(1)}$ и $m_i^{(0)}$, и пусть

$$p_i^{(1)}=\frac{m_i^{(1)}}{m_i^{(1)}+m_i^{(0)}}; \quad p_i^{(0)}=\frac{m_i^{(0)}}{m_i^{(1)}+m_i^{(0)}}.$$

Определение 1. Нормой ФР $f(\tilde{x})$ называется число

$$\|f(\tilde{x})\|=\sum_{(\alpha)}\prod_{i=1}^{n} p_i^{(\alpha_i)} f(\tilde{\alpha}),$$

где сумма берется по всевозможным наборам $\tilde{\alpha}=(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$.

Определение 2 ([6]). Производной ФР $f(\tilde{x})$ по аргументу x_j, $j=\overline{1, n}$ называется функция

$$\frac{\partial f(\tilde{x})}{\partial x_j}=f(\tilde{x})\oplus f(x_1, \ldots, x_{j-1}, \bar{x}_j, x_{j+1}, \ldots, x_n).$$

Обозначим $\tilde{\alpha}_j=(\alpha_1, \ldots, \alpha_{j-1}, 0, \alpha_{j+1}, \ldots, \alpha_n)$

и

$$\frac{\partial f(\tilde{\alpha}_j)}{\partial x_j}=f(\tilde{\alpha}_j)\oplus f(\alpha_1, \ldots, \alpha_{j-1}, 1, \alpha_{j+1}, \ldots \alpha_n).$$

Определение 3 ([7]). Активностью аргумента x_j ФР $f(\tilde{x})$ называется норма производной этой функции относительно аргумента x_j, т. е.

$$\omega_j^{f(x)}=\sum_{(\alpha)}\prod_{i=1}^{n} p_i^{\alpha_i}\frac{\partial f(\tilde{\alpha}_j)}{\partial x_j}.$$

Как показано в ([6]), активность аргумента функции работоспособности определяет «значимость» элемента системы. Для восстанавливаемых систем она зависит от места элемента в структурной схеме надежности и от коэффициентов готовности остальных элементов и показывает относительное время, в течение которого изменение состояния данного элемента приводит к изменению состояния системы.

Легко показать, что

$$\omega_j^{f(\tilde{x})}=\sum_{(\alpha_j)}\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}p_i^{(\alpha_i)}\frac{\partial f(\tilde{\alpha}_j)}{\partial x_j}.$$

В работе [4] на основе полумарковских процессов с континуальным фазовым пространством рассматривается задача анализа надежности восстанавливаемых систем в общих предположениях относительно распределений времени безотказной работы и времени восстановления элементов. Доказано, что стационарные характеристики восстанавливаемых систем не зависят от вида исходных функций распределений, а зависят от их средних значений и структуры системы.

Основываясь на этих результатах и используя логико-вероятностный подход исследования структурной надежности сложных систем, докажем следующие утверждения.

Теорема. *Если функции распределений $F_i^{(x_i)}(t)$, $i=\overline{1,n}$, $x_i\in\{0,1\}$ абсолютно непрерывны, $\bar{F}_i^{(x_i)}(t)=1-F_i^{(x_i)}(t)>0$ $\forall t\in[0,\infty)$ и существуют $m_i^{(x_i)}$, $i=\overline{1,n}$, $x_i\in\{0,1\}$, причем $\prod_{i=1}^{n}m_i>0$, тогда*

$$K_{\Gamma}=\|f(\tilde{x})\|; \tag{1}$$

$$T_{+}=\frac{\|f(\tilde{x})\|}{\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j^{f(x)}}{m_j^{(0)}+m_j^{(1)}}}; \tag{2}$$

$$T_{-}=\frac{1-\|f(\tilde{x})\|}{\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j^{f(x)}}{m_j^{(0)}+m_j^{(1)}}}. \tag{3}$$

Заметим, что в частном случае, когда функции распределений времен безотказной работы и восстановления элементов экспоненциальны, из (1)÷(3) могут быть получены формулы, приведенные в [5].

Таким образом, полученные формулы (1)÷(3) позволяют при общих предположениях относительно функций распределений времен безотказной работы и восстановления элементов рассчитать основные стационарные характеристики надежности сложных восстанавливаемых систем, имея средние характеристики элементов. Важным достоинством полученных формул является то, что для определения стационарных характеристик надежности восстанавливаемых систем можно использовать логико-вероятностный метод. Кроме того, зависимость основных стационарных показателей надежности от активностей элементов позволяет провести структурный анализ надежности сложных восстанавливаемых систем, в результате чего можно выявить «роль» или «вес» отдельных элементов в общей надежности функционирования системы и определить «узкие» места в структуре. Это даст возможность решить задачи по оптимальному распределению требуемого уровня показателей надежности сложной восстанавливаемой системы между ее элементами.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

ՅՈՒ. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Գ. Ժ. ԾԱՏՈՒՐՅԱՆ

Բարդ վերականգնվող համակարգերի ստրուկտուրային հուսալիության ուսումնասիրությունը

Հոդվածում քննարկվում է բարդ վերականգնվող համակարգերի հուսալիության ուսումնասիրման համար տրամաբանական-հավանականային մեթոդի հնարավորությունը կիսամարկովյան մոդելավորման մեթոդի օգտագործման դեպքում։ Աշխատանքում ստացված են բանաձևեր, որոնք հնարավորություն են տալիս հաշվելու բարդ-վերականգնվող համակարգերի պատրաստականության գործակիցը, անխափան աշխատանքի միջին ժամանակը և վերականգնման միջին ժամանակը։

Այդ բանաձևերում մասնակցում են համակարգի էլեմենտների «կշիռները», որը հնարավորություն է տալիս լուծելու օպտիմալ պահեստավորման և պահանջվող հուսալիության բաշխման խնդիրները։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *И. Н. Коваленко*, Исследование анализа надежности сложных систем, Наукова думка, Киев, 1975. [2] *Д. Б. Гнеденко, А. Д. Соловьев*, Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 3, 1975. [3] *В. С. Королюк, А. Ф. Турбин*, Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем, Наукова думка, Киев, 1982. [4] *В. Н. Кузнецов А. Ф. Турбин, Г. Ж. Цатурян*, Полумарковские модели восстанавливаемых систем Препринт 81.11. Киев, Ин-т математики АН УССР, 1981. [5] *И. А. Ушаков*, Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 4, 1969. [6] *И. А. Рябинин, Г. Н. Черкесов*, Логико-вероятностные методы исследования сложных систем, Радио и связь, М., 1981. [7] *Ю. М. Гаспарян, Н. А. Назарян*, ДАН АрмССР, т. 76, № 3 (1983). [8] *Б. А. Константинов, Э. А. Лосев*, Электричество, № 12, 1971.