ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXVIII 1984 4

УДК 532.132

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР **Д. М. Седракян, К. В. Папоян, Г. А. Варданян**

О поглощении звука в квантовом кристалле

(Представлено 16/II 1983)

В квантовых кристаллах нарушается основное предположение о совпадении числа атомов и узлов кристаллической решетки из-за больших величин амплитуд нулевых колебаний по сравнению с постоянной решеткой [1]. Вследствие этого квантовый кристалл (например, He^3, He^4 примеси атомов водорода в кристаллах тяжелых металлов и т. д.) может быть представлен как набор квазичастиц, движущихся в дискретном пространстве решетки [2,3]. Движение квазичастиц обусловлено квантовым туннелированием атомов из одного узла в любой другой узел решетки. Образуется энергетическая зона, ширина которой Δ пропорциональна вероятности туннелирования. Внутри этой зоны квазичастицы характеризуются квазиимпульсом $\vec{p}$ и энергией $\varepsilon(\vec{p})$. При определенных условиях, когда в эквивалентных барьерах совпадают величины энергетических уровней, квантовое туннелирование является когерентным. Это обусловливает появление сверхтекучего движения в кристалле [1]. При этом перенос массы осуществляется двумя способами: сверхтекучим потоком при неподвижных узлах решетки и нормальным движением, связанным со смещением узлов решетки. Эти два вида движения приводят к новому гидродинамическому описанию системы квазичастиц [4,5]. В этой связи представляет интерес также изучение кинетических процессов (теплопроводность, поглощение звука и т. д.), с помощью которых можно выяснить те или иные специфические свойства квантового кристалла и вычислить соответствующий кинетический коэффициент.

В настоящей работе вычислен коэффициент поглощения высокочастотного продольного звука в квантовом кристалле, когда последний описывается уравнениями, приведенными в [7], в которых следует учесть также наличие газа фононов. Вопрос о том, являются ли фононы квазичастицами, с помощью которых можно было бы описать тепловые свойства сверхтекучего кристалла, обсуждался сравнительно давно (см., например, обзор [6]), и получен положительный ответ. Хотя фононный механизм поглощения звука может быть и не единственным, мы рассмотрим только его и тем самым в интеграле столкновений учтем только фононные процессы рассеяния в приближении времени релаксации. Предполагаем, что одновременно с условием $\omega\tau \gg 1$ (ω—частота звука, τ—время релаксации для тепловых фононов) имеет место также известное условие $\hbar\omega > \Delta E$, где ΔE неопределенность в энергии фонона, обусловленная конечностью времени жизни, кроме того частота звука должна удовлетворять условию $\hbar\omega < \Delta$.

Для вывода уравнений движения среды, следуя ([7]), запишем закон сохранения импульса

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho_{ik}^{s} v_{sk} + \rho_{ik}^{n} v_{nk} + \sum_{\alpha} \int N p_i \, d\vec{p}\right\} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \tag{1}$$

где ρ_{ik}^{n}, v_{nk} и ρ_{ik}^{s}, v_{sk} — плотность и скорость нормальной и сверхтекучей частей соответственно, N — функция распределения неравновесных фононов, p_i — квазиимпульс фонона, а суммирование идет по поляризации. Тензор упругих напряжений при наличии фононов, вообще говоря, неизвестен, но при $T=0$ он должен совпадать с обычным тензором, $\vec{v}_n = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$, где $\vec{u}$ вектор смещения. К уравнению (1) нужно присоединить уравнение непрерывности и кинетическое уравнение для функции распределения фононов.

Запишем плотность среды в виде ([7])

$$\rho_k = \rho(1 - u_{kk}) - \rho_0 \eta', \tag{2}$$

где ρ_k — плотность квантового кристалла, η' — квантовая дилатация, $u_{kk} \equiv \operatorname{div} u$, причем $\rho = \rho_0(1 - \eta_0)$, где η_0 есть значение квантовой дилатации при $T=0$. Сверхтекучая скорость связана с дилатацией посредством соотношений ([7]) $\eta' = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, $v_{sk} = \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}$, где параметр β характеризует квантовое туннелирование атомов. Уравнение непрерывности тогда запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho(1 - u_{kk}) - \rho_0 \eta'\right\} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left\{\rho_{ik}^{s} v_{sk} + \rho_{ik}^{n} \frac{\partial u_k}{\partial t} + \sum_{\alpha} \int N p_i \, d\vec{p}\right\} = 0, \tag{3}$$

из которого в линейном приближении получим:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \rho_{ik}^{s} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k} - \sum_{\alpha} \int N p_i \, d\vec{p} = -\rho_{ik}^{s} \frac{\partial u_{ik}}{\partial t}. \tag{4}$$

Далее, пользуясь тождеством ([8])

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{N p_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{N p_i \frac{\partial H}{\partial p_k}} + \overline{N \frac{\partial H}{\partial x_i}} = 0,$$

в котором черточка означает интегрирование по импульсам, а гамильтониан фонона

$$H = \varepsilon(p) + \vec{p}\left(\vec{v}_s - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}\right). \tag{5}$$

Уравнение (1) приведем к виду

$$\rho_{ik}^{n} \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} + \beta \rho_{ik}^{s} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\sigma_{ik} - \sum_{\alpha} \int N p_i \frac{\partial H}{\partial p_k} d\vec{p} - \sum_{\alpha} \int N \frac{\partial H}{\partial x_i} d\vec{p}\right\} = 0. \tag{6}$$

В принятом нами приближении последний член можно не учитывать.

Кинетическое уравнение для фононов

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\{HN\}=J(N)$$

с помощью гамильтониана (5) в приближении времени релаксации запишется в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{f}{\tau}=\left(\frac{\partial N_0}{\partial p_i}\nabla_i\right)\left[\beta(p_k\nabla_k\varphi)-\left(p_k\frac{\partial u_k}{\partial t}\right)\right], \tag{7}$$

где $f(\vec{r},\vec{p},t)=N(\vec{r},\vec{p},t)-N_0(p)$ есть неравновесная добавка к функции распределения.

Уравнения (4), (6), (7) составляют замкнутую систему, описывающую распространение упругих возмущений в сверхтекучем кристалле. Тензор σ_{ik} здесь определяется аналогично ([8,9]) и для случая продольного звука имеет вид

$$\sigma_{ik}=(\lambda+2\mu)u_{ee}\delta_{ik}+\beta\rho^s\eta'\delta_{ik}+\sum_\alpha\int f\frac{\partial\varepsilon}{\partial p_\alpha}(\vec{n}\times(\vec{p}\times\vec{n}))d\vec{p}$$

($\vec{n}$—единичный вектор направления распространения волны).

В случае изотропной среды, в которой распространяется продольный звук со скоростью C_e, полученная система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}+\frac{\rho^s}{\rho^n}\beta\vec{\nabla}\frac{\partial\varphi}{\partial t}-c_e^2\nabla^2\vec{u}+\frac{1}{\rho^n}\sum_\alpha\int\left(\frac{\partial\varepsilon_\alpha}{\partial\vec{p}}\frac{\partial f}{\partial\vec{r}}\right)(\vec{n}\,\vec{p})\vec{n}d\vec{p}=0;$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\beta\frac{\rho^s}{\rho_0}\nabla^2\varphi-\frac{1}{\rho_0}\sum_\alpha\int\left(\vec{p}_\alpha\frac{\partial f}{\partial\vec{r}}\right)d\vec{p}=-\frac{\rho^s}{\rho_0}\operatorname{div}\frac{\partial\vec{u}}{\partial t};$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{v}\frac{\partial f}{\partial\vec{r}}+\frac{f}{\tau}=\left[\beta(\vec{p}\,\vec{\nabla}\varphi)\left(\frac{\partial\varepsilon_\alpha}{\partial\vec{p}}\vec{\nabla}\right)-\left(\frac{\partial\varepsilon_\alpha}{\partial\vec{p}}\vec{\nabla}\right)\left(\vec{p}\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\right)\right]\frac{\partial N_0}{\partial\varepsilon_\alpha}.$$

Совместное решение этих уравнений в случае, когда входящие в них величины изменяются пропорционально $\exp i(\vec{k}\,\vec{r}-\omega t)$, приводит к дисперсионному уравнению

$$\left(-\omega^2+k^2c_e^2-\frac{i\omega}{\rho^n}A\right)\left(-\omega^2+\beta\frac{\rho^s}{\rho_0}k^2+i\frac{\beta}{\rho_0}\frac{k}{c_e}A\right)-$$

$$-\left(\frac{\rho^s}{\rho^n}\beta\omega k-\frac{ik\beta}{\rho^n}A\right)\left(\frac{\rho^s}{\rho_0}\omega k+\frac{i\omega}{\rho_0c_e}A\right)=0, \tag{8}$$

где

$$A\approx-2\pi k^2c_e^2\sum_\alpha\int_0^\infty\frac{p^4dp}{(2\pi\hbar)^3}\frac{\partial N_0}{\partial\varepsilon_\alpha}\int_{-1}^{+1}\frac{dx}{-i(\omega-kv_\alpha x)+1/\tau}.$$

Если учесть только вклад продольных фононов, то из (8) в предельном случае $\omega\tau\gg1$ для коэффициента поглощения и величины перенормировки скорости продольного звука получаем (при $\varepsilon(p) = c_e p(1-\gamma p^2)$):

$$\alpha = \frac{\pi^4 \omega}{60\rho_n c_e^2 \hbar^3} \frac{c_s^2 + c_e^2}{c_e^2 - c_s^2\left(1-2\frac{\rho_s}{\rho_n}\right)} \left(\frac{kT}{c_e}\right)^4; \qquad (9)$$

$$\delta c_e = \frac{\pi^2}{30\hbar^3} \frac{c_e^2+c_s^2}{\rho_n c_e^2-\rho_0 c_s^2}\left(\frac{kT}{c_e}\right)^4 \ln\frac{2}{27\gamma}\left(\frac{c_e}{kT}\right)^2, \qquad (10)$$

где $c_s' = \beta\frac{\rho_s}{\rho_0}$.

Таким образом, в сверхтекучем кристалле коэффициент поглощения продольного звука зависит как от сверхтекучей и нормальной плотностей, так и от параметра квантовой дилатации. Как видно из формулы (9), поглощение звука при увеличении плотности растет и в точке $\rho_s=\rho_n$ примерно в два раза больше, чем в обычном кристалле при той же температуре ([9]).

Происходит также увеличение величины δc_e, связанное с учетом квантовой дилатации.

Экспериментальное измерение величин α и δc_e дает возможность определить характер квантовой дилатации и плотность ρ^s при различных температурах.

Ереванский государственный университет
Кироваканский педагогический институт

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Կ. Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Քվանտային բյուրեղում ձայնի կլանման մասին

Բավական ցածր ջերմաստիճաններում քվանտային բյուրեղում գոյություն ունի երկու արագություն՝ գերհոսելին պայմանավորված է նրանով, որ մասնիկների թիվը հավասար չէ հանգույցների թվին և նորմալ արագությունը պայմանավորված է ցանցի հանգույցների շեղումով։ Համապատասխանաբար բյուրեղի խտությունը նույնպես բաղկացած է գերհոսելի և նորմալ մասերից։

Ներկա աշխատանքում ուսումնասիրված է երկայնական ձայնի կլանման երևույթը այդպիսի միջավայրում։ Ցույց է տրված, որ կլանման գործակիցը գերհոսելի խտության մեծացման հետ աճում է։ Այդ փաստը կարելի է կիրառել փորձնական ճանապարհով քվանտային բյուրեղը բնորոշող պարամետրերը չափելու համար։

Ստացված է նաև բանաձև ձայնի արագության, փոփոխության համար։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Ф. Андреев, И. М. Лифшиц.* ЖЭТФ, т. 56, 2Л57 (1969). [2] *Dawid N. Lowy. Chia Wei Woo.* Proc. of the 14-th Intern. Conf. of LTP, Finland, 1975. [3] *Ф. Л. Брук, К. И. Кугель,* Астрофизика, т. 12, вып. 2 (1976). [4] *А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин,* ЖЭТФ, т. 69, вып. 1 (6) (1975). [5] *Г. А. Варданян, Д. М. Седракян* ЖЭТФ, т. 81, вып. 5 (11) (1981) [6] Квантовые кристаллы, под ред. В. С. Вонсовского, Мир, М., 1974. [7] *А. М. Косевич,* Физическая механика реальных кристаллов, Наукова думка, Киев, 1981. [8] *И. М. Халатников,* Теория сверхтекучести, Наука, М., 1972. [9] *Д. М. Седракян, К. В. Папоян,* Изв. АН АрмССР, Физика, т. 12, вып. 5 (1977).