ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXVIII 1984 2

МЕХАНИКА

УДК 539.3

А. В. Геворкян, К. Б. Казарян

К задаче отражения и преломления сдвиговой магнитоупругой волны

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 27/III 1983)

Исследование задач распространения магнитоупругих волн в неограниченной среде на основе модели идеально проводящей среды показывает, что эффекты магнитного поля существенны при напряженности свыше 10^5 э. Известно также, что при наличии поверхностей раздела существенные эффекты влияния магнитного поля могут наблюдаться и при значительно меньших магнитных полях ([1]). Это обстоятельство подтверждается и в настоящей работе, в которой рассматривается вопрос отражения сдвиговой волны от границы раздела двух упругих идеально проводящих полупространств при наличии внешнего постоянного магнитного поля.

Задача рассмотрена в прямоугольной декартовой системе координат Ox_1x_2 : ось x_1 направлена вдоль границы раздела, ось x_2—вглубь нижней среды.

1. Пусть начальное магнитное поле H_0 является поперечным, т. е. оно направлено по оси x_2. В случае сдвиговых волн волновое поле характеризуется вектором смещения $[0, 0, u_3(x_1, x_2, t)]$. Предполагается, что сдвиговая волна

$$u_3^{'} = A_0 \exp i(k_1 x_1 \sin\theta_1 + k_1 x_2 \cos\theta_1 - \omega t)$$

(k_1—волновое число, ω—частота волны) падает под углом θ_1, на плоскую границу раздела двух различных упругих идеально проводящих полупространств. Магнитные проницаемости сред принимаются равными единице. Требуется решить уравнения магнитоупругости для верхней ($x_2<0$) и нижней ($x_2>0$) сред ([2,3])

$$c_s^2 \nabla^2 u_3^{(s)} + v_s^2 \frac{\partial^2 u_3^{(s)}}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_3^{(s)}}{\partial t^2}, \qquad s=1,\ 2 \tag{1}$$

со следующими граничными условиями на границе раздела:

$$u_3^{(1)} = u_3^{(2)}, \quad \sigma_{23}^{(1)} + T_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)} + T_{23}^{(2)}, \quad x_2 = 0, \tag{2}$$

где $c_s^2 = G_s/\rho_s$, $v_s^2 = H_0^2/(4\pi\rho_s)$, $T_{23}^{(s)}$ — соответствующие компоненты тензора Максвелла ([4]).

Полное поле в верхней среде будет характеризоваться суммой падающей и отраженной волн

$$u_3^{(1)} = A_0 \exp i(k_1 x_1 \sin\theta_1 + k_1 x_2 \cos\theta_1 - \omega t) + A \exp i(k_1 x_1 \sin\theta_1 - k_1 x_1 \cos\theta_1 - \omega t). \tag{3}$$

Преломленная волна в нижней среде запишется в виде

$$u_3^{(2)} = B \exp i(k_2 x_1 \sin\theta_2 + k_2 x_2 \cos\theta_2 - \omega t). \tag{4}$$

Подставляя (3) и (4) в (1), получим

$$k_s^2 = \omega^2/(c_s^2 + v_s^2 \cos^2\theta_s), \quad s = 1,\ 2. \tag{5}$$

Удовлетворяя граничным условиям (2) и учитывая соотношения (5), получим систему уравнений, из которой определим

$$\frac{A}{A_0} = \frac{\rho_1 (c_1^2 + v_1^2)(c_2^2 + v_2^2 \cos^2\theta_2)^{1/2} \cos\theta_1 - \rho_2 (c_2^2 + v_2^2)(c_1^2 + v_1^2 \cos^2\theta_1)^{1/2} \cos\theta_2}{\rho_1 (c_1^2 + v_1^2)(c_2^2 + v_2^2 \cos^2\theta_2)^{1/2} \cos\theta_1 + \rho_2 (c_2^2 + v_2^2)(c_1^2 + v_1^2 \cos^2\theta_1)^{1/2} \cos\theta_2};$$

$$\frac{B}{A_0} = \frac{2\rho_1 (c_1^2 + v_1^2)(c_2^2 + v_2^2 \cos^2\theta_2)^{1/2} \cos\theta_1}{\rho_1 (c_1^2 + v_1^2)(c_2^2 + v_2^2 \cos^2\theta_2)^{1/2} \cos\theta_1 + \rho_2 (c_2^2 + v_2^2)(c_1^2 + v_1^2 \cos^2\theta_1)^{1/2} \cos\theta_2}. \tag{6}$$

Закон преломления Снеллиуса [5] для магнитоупругой среды выглядит так:

$$(c_2^2 + v_2^2 \cos^2\theta_2) \sin^2\theta_1 = (c_1^2 + v_1^2 \cos^2\theta_1) \sin^2\theta_2. \tag{7}$$

Поле смещения в нижней среде согласно (4), (5) и (7) запишется в виде

$$u_3^{(2)} = B \exp\left\{ -\left[\frac{(c_2^2 + v_1^2)\sin^2\theta_1 - c_1^2 - v_1^2}{c_2^2 + v_2^2} \right]^{1/2} k_1 x_2 \right\} \exp i(k_1 x_1 \sin\theta_1 - \omega t). \tag{8}$$

Если $(c_2^2 \sin^2\theta_1 - c_1^2 - v_1^2 \cos^2\theta_1) > 0$, то выражение (8) характеризует поверхностную волну ($x_2 > 0$), распространяющуюся вдоль границы раздела с фазовой скоростью a:

$$a^2 = c_1^2 + (c_1^2 + v_1^2)\,\mathrm{ctg}^2\theta_1, \quad (c_1^2 < a^2 < c_2^2).$$

В отсутствие магнитного поля из (8) следует, что при $c_1 < c_2 \sin\theta^1$ существует поверхностная волна [5]. Однако наличие магнитного поля может привести к устранению поверхностной волны, если значение напряженности H_0 удовлетворяет следующему неравенству:

$$H_0 > 2\left[\pi \frac{(\rho_1 G_2 - \rho_2 G_1)\,\mathrm{tg}^2\theta_1 - \rho_2 G_1}{\rho_2} \right]^{1/2}. \tag{9}$$

Например, если в качестве материала верхней среды выбрать олово ($G_1 = 16{,}50 \cdot 10^{10}$ дин/см², $\rho_1 = 7{,}29$ г/см³), а в качестве материала нижней среды — медь ($G_2 = 40{,}29 \cdot 10^{10}$ дин/см², $\rho_2 = 8{,}9$ г/см³), то при угле падения $\theta_1 = \pi/4$ имеем $H_0 > 1{,}41 \cdot 10^4$ э.

Обсудим теперь вопрос полной прозрачности границы. При нормальном падении волны условие полной прозрачности границы выглядит так:

$$\rho_1 (c_1^2 + v_1^2)^{1/2} = \rho_2 (c_2^2 + v_2^2)^{1/2}. \tag{10}$$

В отсутствие магнитного поля условие (10) принимает вид

$$\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2. \tag{11}$$

Из (10) следует, что если условие (11) не выполняется точно для некоторых материалов, то изменением параметра напряженности магнитного поля можно точно удовлетворить условию полной прозрачности. Для этого достаточно выбрать значение напряженности магнитного поля следующим образом:

$$H_0 = 2\left(\pi \frac{\rho_1 G_1 - \rho_2 G_2}{\rho_2 - \rho_1}\right)^{1/2}. \tag{12}$$

Если верхняя среда является не проводящей, можно показать, что вместо соотношения (12) имеет место

$$H_0 = 2\left(\pi \frac{\rho_1 G_1 - \rho_2 G_2}{\rho_2}\right)^{1/2}.$$

Если в качестве материалов верхней и нижней сред выбрать, соответственно, алюминий ($G_1 = 24{,}66 \cdot 10^{10}$ дин/см^2, $\rho_1 = 2{,}7$ г/см^3) и гранит ($G_2 = 24{,}12 \cdot 10^{10}$ дин/см^2, $\rho_2 = 2{,}76$ г/см^3), то значение напряженности магнитного поля $H_0 = 2{,}21 \cdot 10^4$ э.

2. Пусть теперь магнитное поле H_0 является продольным, т. е. направленным по оси x_1.

В этом случае формулы (5), (6) и (7) имеют вид

$$k_s^2 = \omega^2/(c_s^2 + v_s^2 \sin^2\theta_s), \quad s = 1, 2; \tag{13}$$

$$\frac{A}{A_0} = \frac{G_1(c_2^2 + v_2^2 \sin^2\theta_2)^{1/2}\cos\theta_1 - G_2(c_1^2 + v_1^2\sin^2\theta_1)^{1/2}\cos\theta_2}{G_1(c_2^2 + v_2^2\sin^2\theta_2)^{1/2}\cos\theta_1 + G_2(c_1^2 + v_1^2\sin^2\theta_1)^{1/2}\cos\theta_2}, \tag{14}$$

$$\frac{B}{A_0} = \frac{2G_1(c_2^2 + v_2^2\sin^2\theta_2)^{1/2}\cos\theta_1}{G_1(c_2^2 + v_2^2\sin^2\theta_2)^{1/2}\cos\theta_1 + G_2(c_1^2 + v_1^2\sin^2\theta_1)^{1/2}\cos\theta_2};$$

$$(c_1^2 + v_1^2\sin^2\theta_1)\sin^2\theta_2 = (c_2^2 + v_2^2\sin^2\theta_2)\sin^2\theta_1. \tag{15}$$

Поле смещения в нижней среде имеет вид

$$u_3^{(2)} = B\exp\left\{-\frac{k_1}{c_2}\left[-c_1^2 + (c_2^2 + v_2^2 - v_1^2)\sin^2\theta_1\right]^{1/2} x_2\right\} \exp i(k_1 x_1 \sin\theta_1 - \omega t). \tag{16}$$

При $(-c_1^2 + c_2^2\sin^2\theta_1 + (v_2^2 - v_1^2)\sin^2\theta_1) > 0$ выражение (16) характеризует поверхностную волну ($x_2 > 0$) с фазовой скоростью a

$$a^2 = c_1^2 + v_1^2 + c_1^2 \operatorname{ctg}^2\theta_1, \quad (c_1^2 + v_1^2 < a^2 < c_2^2 + v_2^2).$$

Из (16) следует, что при $c_1 \geqslant c_2 \sin\theta_1$ в отсутствие магнитного поля не существует поверхностной волны. В отличие от рассмотренного случая поперечного магнитного поля соответствующий выбор значения напряженности продольного магнитного поля может привести к возникновению поверхностной волны. При этом значение напряженности магнитного поля должно удовлетворять следующему неравенству:

$$H_0 > 2\left[\pi \frac{(\rho_2 G_1 - \rho_1 G_2)\operatorname{tg}^2\theta_1 + \rho_2 G_1}{(\rho_1 - \rho_2)\operatorname{tg}^2\theta_1}\right]^{1/2}, \quad \rho_1 > \rho_2. \tag{17}$$

При $c_1<c_2\sin\theta_1$ в отсутствие магнитного поля существует поверхностная волна. Аналогично рассмотренному случаю поперечного магнитного поля продольное поле также может привести к устранению поверхностной волны. Значение напряженности продольного магнитного поля определяется из неравенства

$$H_0>2\left[\pi\frac{(\rho_1G_2-\rho_2G_1)\operatorname{tg}^2\theta_1-\rho_2G_1}{(\rho_2-\rho_1)\operatorname{tg}^2\theta_1}\right]^{1/2},\quad \rho_2>\rho_1. \tag{18}$$

В частности при $\theta_1=\pi/4$ для рассмотренных материалов—олова и меди $H_0>3{,}32\cdot10^4$ э.

Отметим, что продольное магнитное поле при нормальном падении волны не влияет на условие полной прозрачности границы.

Таким образом, полученные результаты показывают, что поперечное магнитное поле может привести только к устранению поверхностной волны и изменению условия полной прозрачности границы при нормальном падении волны. Продольное магнитное поле приводит как к устранению, так и возникновению поверхностных волн.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Կ. Բ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Սահքի մագնիսաառաձգական ալիքների անդրադարձման և բեկման խնդրի մասին

Դիտարկված է մագնիսաառաձգական սահքի ալիքի անդրադարձման հարցը երկու իդեալական հաղորդիչ կիսատարածությունների բաժանման եզրից։ Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ մագնիսական դաշտի լարվածության պարամետրի ընտրությամբ կարելի է հասնել եզրի լրիվ թափանցելիությանը, ինչպես նաև մակերևութային անհամասեռ ալիքի առաջացմանն ու վերացմանը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. А. Амбарцумян, М. В. Белубекян*, Тр. «Теоретическая и прикладная механика, IV Нац. конгресс Болгарии», Варна, 1981 г. Докл., кн. 2, София, 1981. [2] *S Kaliski, D. Rogula*, Proc. Vibr. Probl., v. 5, № 1 (1960). [3] *А. В. Геворкян*, Уч. зап. ЕрГУ, № 1, 1981. [4] *И. Е. Тамм*. Основы теории электричества, Наука, М., 1976. [5] *Л. М. Бреховских*, Волны в слоистых средах, Наука, М., 1973,