

УДК 519.217 : 62.501.7

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. К. Брутян

К задаче о преследовании в случае  
 марковских управляемых систем

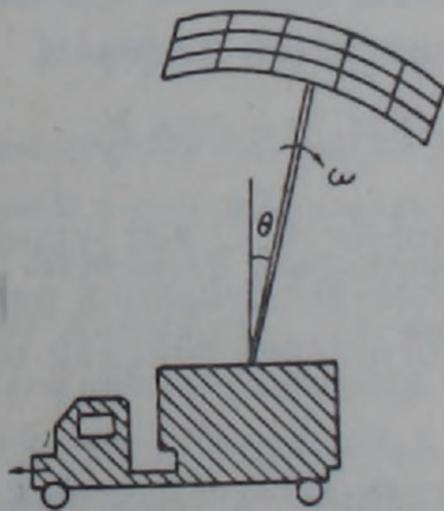
(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 7/II 1983)

Рассматривается задача обеспечения высокочастотного слежения однозеркальной параметрической антенной радиолокатора за летящим объектом при воздействии на антенну, установленную на движущемся аппарате, порывов ветра и при непредвиденных маневрах летящей цели. Эта задача является типичной иллюстрацией задачи синтеза марковских управляемых систем (МУС) с неопределенными параметрами, обеспечивающих по возможности точное слежение за командными сигналами. В работе (1) синтез следящей марковской системы с помощью допустимого управляющего закона происходит таким образом, чтобы при допустимых вариациях параметров ошибка слежения оставалась также допустимой. При малых отклонениях уравнения следящей МУС (рисунок) имеют вид (2-4)

$$\dot{v} = a_{11}v + a_{12}\theta + d_1u + l_1\xi,$$

$$\dot{\theta} = \omega,$$

$$\dot{\omega} = a_{31}v + a_{32}\theta + d_3u + l_3\xi,$$



Установленная на движущемся аппарате антенна радиолокатора

где  $v$ —скорость аппарата,  $\theta$ —угловое отклонение антенны от исходного состояния,  $\omega$ —угловая скорость антенны при воздействии поворотных механизмов,  $u$ —управляющий параметр двигателя,  $\xi$ —случайные возмущения типа нормального белого шума.

Динамическая модель описывается уравнениями (см. рис. 1 (1))

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{a}_{11}\tilde{x}_1 + \tilde{a}_{12}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_1\tilde{u},$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3,$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \tilde{a}_{31}\tilde{x}_1 + \tilde{a}_{32}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_3\tilde{u}.$$

Уравнение рассогласования между динамической моделью и следящей МУС можно записать в форме

$$\Delta\dot{x}_1 = a_{11}\Delta x_1 + a_{12}\Delta x_2 + g_1 - d_1u,$$

$$\Delta\dot{x}_2 = \Delta x_3,$$

$$\Delta\dot{x}_3 = a_{31}\Delta x_1 + a_{32}\Delta x_2 + g_3 - d_3u,$$

где  $g_i = -\delta_{i1}\tilde{x}_1 - \delta_{i2}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_i\tilde{u} - l_i\xi$ ,  $\delta_{ij} = a_{ij} - \tilde{a}_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

Пусть

$$v = F^2/2 = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \beta_i \Delta x_i \right\}^2 / 2, \quad \beta_1 = 1, \quad \beta_2 > 0, \quad \beta_3 > 0.$$

Подставляя значения  $\Delta\dot{x}_i$  в выражение (6) (1), получим

$$\begin{aligned} \dot{F} = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \beta_i \Delta\dot{x}_i \right\} = M \{ & a_{11}\Delta x_1 + a_{12}\Delta x_2 + g_1 - d_1u + \beta_2\Delta x_3 + \\ & + \beta_3(a_{31}\Delta x_1 + a_{32}\Delta x_2 + g_3 - d_3u) \}. \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае условие (7) (1) принимает вид

$$|u| = G \gg |[\psi_1(\Delta x) - \psi_2(\tilde{x}) + (\tilde{d}_1 + \beta_3\tilde{d}_3)\tilde{u}] / (d_1 + \beta_3d_3)|, \quad (1)$$

где

$$\psi_1 = M \{ (a_{11} + \beta_3a_{31})\Delta x_1 + (a_{12} + \beta_3a_{32})\Delta x_2 + \beta_2\Delta x_3 \},$$

$$\psi_2 = M \{ (\delta_{11} + \beta_3\delta_{31})\tilde{x}_1 + (\delta_{12} + \beta_3\delta_{32})\tilde{x}_2 - (\tilde{d}_1 + \beta_3\tilde{d}_3)\tilde{u} + (l_1 + \beta_3l_3)\xi \}.$$

Соотношение (8) (1) записывается в виде

$$\text{sign}(d_1 + \beta_3d_3)u = \text{sign} F. \quad (2)$$

Очевидно, что если условия (1), (2) удовлетворяются и математическое ожидание случайного возмущения равно нулю, то уравнения ошибки слежения на плоскости переключений имеют вид

$$(I + d_{13}\beta_{03})\Delta\hat{x}_1 = [a_{11} + d_{13}(\beta_{03}\beta_{23} - a_{31})]\Delta\hat{x}_1 + \hat{g}_1 - d_{13}\hat{g}_3 + [a_{12} + d_{13}(\beta_{23}^2 - a_{32})]\Delta\hat{x}_2. \quad (3)$$

$$\Delta\hat{x}_2 = -\beta_{03}\Delta\hat{x}_1 - \beta_{23}\Delta\hat{x}_2, \quad \beta_{03} \stackrel{\Delta}{=} \beta_3^{-1}, \quad \beta_{23} \stackrel{\Delta}{=} \beta_2/\beta_3, \quad d_{13} \stackrel{\Delta}{=} d_1/d_3, \quad (4)$$

$$\hat{g}_i = -\delta_{i1}\tilde{x}_1 - \delta_{i2}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_i\tilde{u}, \quad M\{\Delta x_i\} \stackrel{\Delta}{=} \Delta\hat{x}_i, \quad M\{g_i\} \stackrel{\Delta}{=} \hat{g}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Пусть коэффициенты  $\beta_2$  и  $\beta_3$  выбраны так, что следящая МУС,

описываемая уравнениями (3) и (4), устойчива. В этом случае ошибки слежения целесообразно представить в форме

$$\Delta \hat{x}_1 = a_{11} \Delta \hat{x}_1 + a_{12} \Delta \hat{x}_2, \quad \Delta \hat{x}_2 = a_{21} \Delta \hat{x}_1 + a_{22} \Delta \hat{x}_2.$$

Характеристическое уравнение  $p^2 + (a_{11} + a_{22})p + (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = 0$  позволяет определить следующие условия устойчивости:  $a_{11} + a_{22} > 0$ ,  $a_{11}a_{12} > a_{21}a_{22}$ . Отсюда при  $\beta_1 = 0$  следует  $\beta_2 > 0$ ,  $\beta_3 > 1$ .

Ниже рассматриваются условия, при которых  $\dot{v} < 0$ . Если удовлетворяется (1), то это означает, что управление  $u$  определяется знаком функции  $F$ . При  $\beta_3 > 1$  и для номинальных величин  $d_1$  и  $d_3$  получается  $\text{sign} u = -\text{sign} F$ . Чтобы при вариациях неопределенных параметров  $d_1$  и  $d_3$  выполнялось последнее условие, необходимо выбрать коэффициент  $\beta_3$  так, чтобы величина  $d_1 + \beta_3 d_3$  имела всегда один и тот же знак.

Для того чтобы определить допустимую величину  $|u|$  по формуле (1), необходимо знать допустимый интервал изменения функций  $\psi_1(\Delta x)$ ,  $\psi_2(\Delta x)$  и  $\bar{u}$ . Из уравнений (3), (4) следует, что в случае отсутствия вариаций параметров МУС функции  $\psi_1(\Delta x)$  и  $\psi_2(\Delta x)$  равны нулю. В этом случае условие (1) принимает вид  $|u| = G \geq |\bar{u}|$ . В общем случае, так как функция  $\bar{u}(t)$  зависит от командного сигнала  $\bar{x}(t)$ , для определения  $|u|$  требуется знание интервала изменений неопределенных параметров следящей МУС. Величина  $G$  в соответствии с условием (1) должна быть взята достаточно большой, чтобы перекрыть возможные вариации значений функций  $\psi_1(\Delta x)$  и  $\psi_2(\Delta x)$ .

Автор благодарит В. И. Зубова за участие в обсуждении работы.

Ереванский институт  
народного хозяйства

#### Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

### Մարկովյան դեկավարելի համակարգերում հետևելու մասին խնդրի վերաբերյալ

Դիտարկվում է շնախատեսանված մանյովրներով թռչող օբյեկտին ճշգրիտ հետևող և շարժվող ապարատի վրա տեղադրված ու քամիների պոռթկումների ենթակա պարաբոլիկ հայելային ուղղիչակառուցվածքի անտենայի դեկավարման համակարգի խնդիրը: Օգտվելով (<sup>1</sup>) աշխատանքի արդյունքներից, ստացվել են հետևող մարկովյան դեկավարելի համակարգի ընթացիկ վիճակի կայունության պայմանները: Թույլատրելի դեկավարող օրենքի օգնությամբ հետևող մարկովյան համակարգի սինթեզը իրականացվում է այնպես, որ պարամետրերի թույլատրելի փոփոխականների դեպքում հետևելու սխալը նույնպես մնա թույլատրելի սահմաններում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> В. К. Брутян, ДАН АрмССР, т. 77, № 3 (1983). <sup>2</sup> Инженерный справочник по космической технике, Изд-во МО СССР, М., 1977. <sup>3</sup> В. А. Боднер, Системы управления летательными аппаратами, Машиностроение, М., 1973. <sup>4</sup> Н. Т. Кузовков, Системы стабилизации летательных аппаратов, баллистических и зенитных ракет, Высшая школа, М., 1976.