

УДК 620.10+621.762

МЕХАНИКА

Г. Л. Петросян

## О критерии прочности пористых материалов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 28/XI 1982)

Спеченные материалы и изделия, полученные методами порошковой металлургии, нашли широкое применение в различных отраслях промышленности. В зависимости от условий эксплуатации они могут иметь различную начальную пористость. Известно, что как в беспористых, так и в литых материалах имеются микропоры и источники появления новых пор—неметаллические включения различного происхождения. Под действием внешних нагрузок пористость материала изменяется, что может привести к его разрушению.

Для беспористых материалов, без учета начальной микропористости, расчеты на прочность осуществляются различными критериями прочности<sup>(1)</sup>, которые учитывают ряд истинных свойств беспористых материалов: разносопротивляемость растяжению и сжатию, пластическое разрыхление (остаточное увеличение объема)<sup>(2)</sup> и т. д. В<sup>(1)</sup> показана возможность описания прочности материалов с дефектами различного характера. При этом предельная прочность материала представляется в виде

$$\sigma = f(N, P), \quad (1)$$

где  $N$ —функция компонентов тензора напряжений и некоторых констант материала;  $P$ —статистический критерий, определяемый характером наиболее опасных дефектов.

В данной работе предлагается вариант критерия прочности пористых недилетирующих материалов, учитывающий их реальные физико-механические свойства.

Анализ критериев прочности беспористых материалов показывает, что для пористых материалов предельную прочность можно представить в виде (1), если в функции компонентов тензора напряжений использовать интенсивность напряжений  $\sigma_i$  и среднее напряжение  $\sigma_0$ , а в качестве наиболее опасного дефекта материала—его пористость  $v$ .

Исследования показывают, что пористость материала оказывает существенное влияние на его физико-механические свойства<sup>(3)</sup>. Известны различные модели, учитывающие пористость материала. В<sup>(4)</sup> получены функции пористости материала, которые введены в условие пластичности<sup>(5)</sup> и явились основой для создания теории пластичности пористых материалов<sup>(6)</sup>. В<sup>(7)</sup> в зависимостях теории пластичности пористых неупрочняющихся материалов использовались другие функции пористости. В<sup>(8)</sup> приведен модифицированный вариант теории

пластичности пористых материалов, учитывающий реальные свойства недилатирующего материала, который позволяет сформулировать критерий прочности этих материалов. С этой целью используются следующие зависимости теории течения:

$$\sigma_{\text{экр.}} = \frac{1}{\beta^{n+0,5}} \left( \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} + 9\alpha^m \sigma_0^2 \right)^{1/2}, \quad (2)$$

$$\bar{d}\varepsilon_{\text{экр.}} = \beta^{2n-0,5} \left( \frac{2}{3} de_{ij} de_{ij} + \frac{d\varepsilon_0^2}{\alpha^m} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$dv = \frac{9\alpha^m (1-\nu) \sigma_0 \bar{d}\varepsilon_{\text{экр.}}}{\beta^{3n} \sigma_{\text{экр.}}}, \quad (4)$$

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3\bar{d}\varepsilon_{\text{экр.}}}{2\beta^{3n} \sigma_{\text{экр.}}} [\sigma_{ij} - (1-2\alpha^m) \delta_{ij} \sigma_0], \quad (5)$$

где  $\sigma_{\text{экр.}}$  — эквивалентное напряжение;  $\bar{d}\varepsilon_{\text{экр.}}$  — эквивалентное приращение пластических деформаций;  $de_{ij}$  и  $d\varepsilon_{ij}$  — компоненты девиатора и тензора приращений пластических деформаций;  $S_{ij}$  и  $\sigma_{ij}$  — компоненты девиатора и тензора напряжений;  $d\varepsilon_0 = \frac{1}{3} (\delta_{ij} d\varepsilon_{ij})$  — приращение средней деформации;  $m, n$  — параметры пористости;  $\alpha, \beta$  — функции пористости (5.7);  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Предположим, что сложное напряженное состояние становится критическим для пористых материалов, когда эквивалентное напряжение приравнивается предельному напряжению матричного материала при одноосном напряженном состоянии  $\sigma^*$ :

$$\frac{1}{\beta^{n+0,5}} \left( \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} + 9\alpha^m \sigma_0^2 \right)^{1/2} = \sigma^*. \quad (6)$$

Для выполнения расчетов по условию (6) необходимо заранее экспериментами, при помощи зависимостей (2) — (5), определить постоянные материала  $m, n$  (9) и предельное напряжение  $\sigma^*$ , соответствующее данной начальной пористости  $\nu_0$ .

Для определения предельного напряжения малопористых материалов ( $\nu_0 \leq 0,1$ ) можно использовать предел текучести материала  $\sigma_T$ . Пористые материалы большой пористости ( $\nu_0 > 0,1$ ) в основном без разрушения подвергаются не очень большим пластическим деформациям, поэтому для них опасным является состояние на „пределе прочности“  $\sigma_B$ . Величины пределов текучести и прочности пористых материалов устанавливаются обычными методами. Соответствующие истинные напряжения (напряжения матричного материала с учетом его пористости) будут опасными напряжениями  $\sigma^*$  пористых материалов.

Таким образом, данный материал вне зависимости от пористости имеет определенные значения параметров  $m$  и  $n$  (9). Что касается предельного напряжения, то оно разное для различных начальных пористостей. Легко видеть, что предельное напряжение уменьшается с увеличением начальной пористости материала (3).

Из условий (6) при одноосном напряженном состоянии будем иметь

$$\sigma = \frac{\beta^{n+0,5}}{\sqrt{1+\alpha^m}} \sigma^*, \quad (7)$$

где  $\sigma$ —напряжение растяжения ( $\sigma_p$ ) или сжатия ( $\sigma_{сж}$ ).

Изменение пористости определяется по формуле (4). Как следует из зависимостей (4) и (7), для данной начальной пористости  $v_0$  при сжатии поры закрываются (пористость уменьшается), а при растяжении—открываются (пористость увеличивается), следовательно, при разрушении напряжение сжатия будет больше напряжения растяжения:

$$\sigma_{сж} > \sigma_p.$$

Этим и частично можно объяснить разнсопротивляемость материалов на растяжение и на сжатие не только пористых материалов, но и беспористых (литых), в структурах которых имеются неметаллические включения и микропоры.

Эксперименты (3) над круглыми образцами из пористого железа различной начальной пористости показали, что с увеличением  $v_0$  материала отношение предела прочности при кручении  $\tau_b$  к пределу прочности при растяжении  $\sigma_b$  увеличивается, приближаясь к единице. Для объяснения причины увеличения  $\tau_b$  по отношению к  $\sigma_b$  при увеличении  $v_0$  запишем условие (6) в случае чистого сдвига (главные напряжения  $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau_b$ ,  $\sigma_2 = 0$ ). Тогда, учитывая (4), получаем

$$\tau_b = \frac{\beta_0^{n+0,5} \sigma^*}{\sqrt{3}}, \quad (8)$$

где  $\beta_0$ —начальное значение функции  $\beta$ .

С учетом уравнения (7) имеем

$$\frac{\tau_b}{\sigma_b} = \frac{\sqrt{1+\alpha^m}}{\sqrt{3}} \left( \frac{\beta_0}{\beta} \right)^{n+0,5}. \quad (9)$$

Как следует из уравнения (9), при нулевой пористости  $\tau_b/\sigma_b = 1/\sqrt{3}$ . С увеличением пористости, что соответствует растяжению образца,  $\alpha$  увеличивается,  $\beta$  уменьшается (при данной начальной пористости материала  $\beta_0$  не меняется), следовательно отношение  $\tau_b/\sigma_b$  увеличивается.

Следует отметить, что условие (6) достаточно хорошо описывает также процессы пластического деформирования и разрушения пористых материалов при трехосном равномерном сжатии и растяжении. В первом случае ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$ ), как следует из зависимостей (2)—(6), с увеличением напряжения  $p$  пористость уменьшается, стремясь к нулю ( $\beta \rightarrow 1$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ ) (7), и, следовательно, образец может выдержать большие напряжения обжатия, не разрушаясь. В случае трехосного равномерного растяжения ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ) пористого образца пористость материала увеличивается. Следовательно, образец может разрушаться и разрушающее напряжение определяется из урав-

нения (6). Далее устанавливаются соответствующие деформации, пористость и т. д.

Таким образом, условие прочности (6) описывает ряд специфических свойств материалов и позволяет произвести прочностные расчеты как для пористых материалов, так и для беспористых с учетом наличия в них микропор и неметаллических включений, создающих начальную микропористость  $v_0$ .

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

#### Գ. Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

### Ծակոտկեն նյութերի սամրության շափանիշի մասին

Սովորական նյութերի ամրության պայմաններն ունեն տարբեր կիրառություն և հաշվի են առնում նրանց մի շարք իրական հատկություններ՝ տարբեր դիմադրողականությունը ձգմանը և սեղմմանը, պլաստիկական փխրունացումը, նյութերում թերությունների առկայությունը և այլն: Ամրության պայմանների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ծակոտկեն նյութերի համար ամրության պայմանը կազմելիս լարումների ինտենսիվությունը  $\sigma^1$  և միջին լարումը  $\sigma_0$  պետք է ֆունկցիոնալ կապի մեջ դնել նյութի ծակոտկենության  $v$ -ի հետ՝

$$\frac{1}{\beta n + 0,5} (\sigma_i^2 + 9\alpha^m \sigma_0^2)^{1/2} = \sigma^*,$$

որտեղ՝  $\alpha, \beta$  — ծակոտկենության ֆունկցիաներ են,  $m, n$  — ծակոտկենության պարամետրեր են,  $\sigma^*$  — նյութի սահմանային լարումն է միառանցք լարվածային վիճակի դեպքում: Ծակոտկենության պարամետրերը և նյութի սահմանային լարումը տվյալ սկզբնական ծակոտկենության  $v_0$ -ի համար որոշվում են փորձնական տվյալների հիման վրա՝ օգտագործելով ծակոտկեն նյութերի պլաստիկության տեսությունը:

Ցույց է տրված ծակոտկեն նյութերի ամրության պայմանի կիրառումը առանցքային ձգման, սեղմման, կլոր ձողերի ոլորման, ինչպես նաև եռառանցք հավասարաչափ ձգման ու սեղմման դեպքերում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев, Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии, Наукова думка, Киев, 1969.
- <sup>2</sup> В. В. Новожилов, Прикладная математика и механика, т. 29 (1965).
- <sup>3</sup> Г. С. Писаренко, В. Т. Троценко, А. Я. Красовский, Порошковая металлургия, № 6, 1965.
- <sup>4</sup> В. В. Скороход, Реологические основы теории спекания, Наукова думка, Киев, 1972.
- <sup>5</sup> В. В. Скороход, Л. И. Тучинский, Порошковая металлургия, №11, 1978.
- <sup>6</sup> Н. Ф. Мартынова, М. Б. Штерн, Порошковая металлургия, № 1, 1978.
- <sup>7</sup> Р. Дж. Грин, в кн.: Механика (периодический сборник переводов иностранных статей), Мир, М., № 4 (140) (1973).
- <sup>8</sup> Г. Л. Петросян, Изв. вузов. Машиностроение, № 5, 1977.
- <sup>9</sup> Г. Л. Петросян, Пластическое деформирование пористых материалов. Мат. IV Болгарского национального конгресса по механике, Болгария, Варна, 1981.