ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXVII 1983 2

УДК 519.681

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Г. Тадевосян

О некоторых разрешимых случаях проблемы построения полной системы примеров

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 2/II 1983)

В настоящей работе показана разрешимость проблемы построения полной системы примеров (ПСП) для проверки программ [1-4] для одного класса программ условной машины, введенной в [1].

Исследована также задача построения ПСП для программ с групповыми операторами присваивания и с задержками—модели микропрограмм.

Все понятия, используемые в данной работе без определения, приведены в [1], [4].

Обозначим K'_H следующую систему команд:

1. $z:=A$. В счетчик засылается целая константа A. Команда имеет один выход.

2. $z\sigma B$. Значение счетчика сравнивается с целой константой B ($\sigma\in\{<, \leqslant, \geqslant, >\}$). Команда имеет два выхода—по выполнению и по невыполнению проверяемого условия. Эти выходы обозначаются „+“ и „—“ соответственно.

3. $z:=z+1$. Значение счетчика увеличивается на 1. Команда имеет один выход.

4. НОП. Холостая команда, имеет два выхода, отмеченные „+“. Для определенности будем считать, что выходы команд 1 и 3 тоже отмечены „+“.

5. СТОП. Выполнение программы завершается.

Условие реализуемости R_α пути α в программе P в системе команд K'_H с одним счетчиком—это система неравенств, которая определяет некоторую область D_α (область определения пути α), такую, что каждое число z из этой области, взятое в качестве начального значения счетчика, может обеспечить выполнение программы по пути α. После выполнения пути α значение счетчика принадлежит некоторой области O_α.

Обозначим $r_\alpha(z)$ преобразование счетчика при выполнении пути α; $R_\alpha(z)$—условие реализуемости пути α. Тогда D_α—это область, определяемая условием $R_\alpha(z)=И$, а $O'_\alpha=\{r_\alpha(z)/z\in D_\alpha\}$.

Пусть β—продолжение пути α. Для реализуемости пути $\alpha\beta$ необходимо и достаточно существование $u\in D_\alpha$, такого, что $r_\alpha(u)\in D_\beta$. Отсюда следует, что для реализуемости пути $\alpha\beta$ необходимо и достаточно выполнение условия $O_\alpha \cap D_\beta \neq \varnothing$. В частности, путь α реализуем тогда и только тогда, когда $O_\alpha \neq \varnothing$.

Область $O'_\alpha \equiv O_\alpha \cap (-\infty, \bar{C}+1]$, где $\bar{C}$—наибольшая константа, используемая в программе, будем называть усеченной областью изменения значения счетчика после выполнения пути α.

Сформулируем теперь правила для определения O'_α. Непосредственно до выполнения первой команды пути α $O'_{\alpha_0}=(-\infty, \bar{C}+1]$. Пусть для начального отрезки α_{k-1} пути α $O'_{\alpha_{k-1}}=[A, B]$. Если k-ая команда пути α является командой СТОП или НОП, то $O'_{\alpha_k}=O'_{\alpha_{k-1}}$. Если k-ая команда пути α является командой $z:=z+1$, то $O'_\alpha=$ $=[\min(A+1, \bar{C}+1), \min(B+1, \bar{C}+1)]$. Если k-ая команда пути α является командой засылки в счетчик константы $z:=C$, то $O'_{\alpha_k}=[C, C]$. Пусть теперь k-ая команда пути α является командой сравнения значения счетчика с константой M. Если пути α принадлежит выход команды сравнения, соответствующий выполнению условия $z \geqslant M$ или $z > M$, то $O'_{\alpha_k}=[\max(A, M), B]$ или $O'_{\alpha_k}=[\max(A, M+1), B]$ соответственно. Если же пути α принадлежит выход команды сравнения, соответствующий выполнению условия $z \leqslant M$ или $z < M$, то $O'_{\alpha_k}=[A, \min(M, B)]$ или $O'_{\alpha_k}=[A, \min(M-1, B)]$ соответственно.

Таким образом, верхняя граница области O'_α лежит между $\underline{C}-1$ и $\bar{C}+1$, где $\underline{C}$—наименьшая константа, используемая в программе. Нижняя граница этой области может не существовать, но если существует, то не меньше $\underline{C}-1$. Следовательно, и верхняя, и нижняя границы усеченной области изменения значения счетчика после выполнения произвольного пути α в программе в системе команд K'_H с одним счетчиком могут принимать лишь конечное число различных значений.

Теорема 1. *Для любой программы P в системе команд K'_H с одним счетчиком существует эквивалентная ей программа P', такая, что множество всех путей в программе P' совпадает со множеством всех реализуемых путей в программе P.*

Рассмотрим теперь программы, использующие в качестве входных данных как начальное значение счетчика, так и массивы целых чисел, записанные на входных лентах $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Каждая входная лента снабжена считывающей головкой и состоит из ячеек, в каждой из которых записано некоторое целое число. Признаком конца массива чисел на входной ленте является пустая ячейка ленты. Для считывания чисел со входной ленты X_i в счетчик в систему команд K'_H добавляется новая команда $z:=X_i$. По этой команде число, записанное в обозреваемой считывающей головкой ячейке ленты X_i, передается в счетчик. Команда имеет два выхода, обозначаемые „+" и „—". Выход „+" соответствует случаю, когда в обозреваемой ячейке ленты X_i записано целое число. В этом случае после передачи числа в счетчик считывающая головка ленты X_i сдвигается на одну ячейку вправо. Выход „—" соответствует случаю, когда обозреваемая ячейка пуста: содержимое счетчика не изменяется, сдвига считывающей головки не происходит. Систему команд K'_H, расширенную командами считывания с входных лент, обозначим K_H. Для идентификации состояния лент после выполнения пути α введем вектор $p_\alpha=(p^1_\alpha, p^2_\alpha, \ldots, p^n_\alpha)$, где p^i_α определяет состояние ленты X_i после выполнения пути α. p^i_α может измениться лишь в результате выполнения команды $z:=X_i$. Непосредственно до выполнения первой команды пути α $p^i_{\alpha_0}=1$, $i=1, 2, \ldots, n$. Пусть $p_{\alpha_{k-1}}=(p^1_{\alpha_{k-1}}, p^2_{\alpha_{k-1}}, \ldots, p^n_{\alpha_{k-1}})$. Если k-ая команда пути α не является командой считывания с ленты, то $p_{\alpha_k}=p_{\alpha_{k-1}}$. Пусть k-ая команда пути α является командой считывания с ленты X_i. Для $j\neq i$ $p^j_{\alpha_k}=p^j_{\alpha_{k-1}}$. Если пути α принадлежит выход „—" команды считывания с ленты X_i, то $p^i_{\alpha k}=*$ при $p^i_{\alpha_{k-1}}=*$ и $p^i_{\alpha_k}=0$ в противном случае. Если же пути α принадлежит выход „+" этой команды, то $p^i_{\alpha k}=1$ при $p^i_{\alpha_{k-1}}=1$ и $p^i_{\alpha_k}=*$ в противном случае.

Если $p^i_\alpha=*$ для некоторого i, то путь α нереализуем, так как на этом пути выход „—" некоторой команды считывания с ленты X_i предшествует выходу „+" некоторой команды считывания с той же ленты.

Лемма 1. *Путь α в программе P в системе команд K_H с одним счетчиком, использующей входные ленты $X_1, X_2, \ldots, X_n$, реализуем тогда и только тогда, когда $O'_\alpha\neq\varnothing$ и $p^i_\alpha\neq *$, $i=1, 2, \ldots, n$.* Из леммы 1 следует справедливость теоремы 1 для программ в системе команд K_H с одним счетчиком.

Теорема 1 имеет место и для программ в системе команд K_H без ограничения числа используемых счетчиков.

Рассмотрим теперь специальные безусловные команды выдачи значений счетчиков на выходные ленты. Поскольку эти команды никак не влияют на реализуемость путей, то расширение системы команд K_H командами выдачи значений счетчиков на выходные ленты не нарушает справедливости утверждений, доказанных для программ в системе команд K_H. Обозначим таким образом расширенную систему команд K^2_H.

Программу P назовем программой в системе команд K, являющейся объединением систем команд K' и K'', если множество V всех ячеек и множество X всех входных лент, используемых в программе, разбивается на подмножества $V=V'\cup V''$, $X=X'\cup X''$, $V'\cap V''=\varnothing$, $X'\cap X''=\varnothing$ таким образом, что ячейки из V' и ленты из X' используются в программе только в командах из K', а ячейки из V'' и ленты из X''—только в командах из K''.

Теорема 2. *Пусть системы команд K' и K'' обладают следующими свойствами:*

1) *для любой недерминированной программы P в системе команд*

K' существует эквивалентная ей программа, для которой множество всех путей совпадает со множеством реализуемых путей в программе P;

2) *для недерминированных программ в системе команд K'' проблема построения ПСП разрешима. Тогда проблема построения ПСП разрешима и для недерминированных программ в системе команд $K' \cup K''$.*

Поскольку для недерминированных программ в системе команд K_0 (см. ([1])) проблема построения ПСП разрешима, то из теоремы 2 следует разрешимость проблемы построения ПСП для программ в системе команд $K_0 \cup K_H^2$.

Пусть дана некоторая система команд K. Рассмотрим теперь программы, операторы присваивания которых имеют вид $(r_{i_1}, t_{i_1}; r_{i_2}, t_{i_2}; \ldots; r_{i_n}, t_{i_n})$, где r_{i_j}—команды присваивания из системы команд K, t_{i_j}—число тактов, необходимое для выполнения команды r_{i_j} (тактом считается время выборки одного оператора выполняемой программы). Условные операторы времени для установки результата не требуют. Такие программмы будем называть программами в системе команд K с групповыми операторами присваивания и с задержками.

С системой команд K может быть связано некоторое множество Q подмножеств команд присваивания, называемое множеством групп несовместимости команд. Каждое множество из Q указывает группу команд присваивания, одновременная установка результатов которых приводит к аварийному завершению программы (конфликту). Аналогично понятиям полной системы примеров (ПСП) и циклически полной системы примеров (ЦПСП), введенным в ([1]), введем понятие конфликтно-полной системы примеров (КПСП).

Конечную систему S примеров для программы P с групповыми операторами присваивания и с задержками назовем конфликтно-полной, если для каждого конфликта, возможного в программе P, в S существует пример, такой, что указанный конфликт достигается при выполнении программы P над этим примером.

Т е о р е м а 3. *Если в системе команд K имеются команды пересылки и для программ в системе команд K разрешимы проблемы построения ПСП и ЦПСП, то для программ в той же системе команд с групповыми операторами присваивания и с задержками разрешимы проблемы построения ПСП, ЦПСП и КПСП.*

Ереванский научно-исследовательский институт
математических машин

Ա. Դ. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ

Օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու խնդրի որոշ լուծելի դեպքերի մասին

Հոդվածում հետազոտված է օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու խնդիրը ծրագրերի որոշ դասերի համար։ Ապացուցվում է նշված խնդրի լու-

ծելիությունը $K_0 \cup K_H^2$ հրամանների համակարգում գրված ծրագրերի համար, որտեղ K_0 հիմնական հրամանների համակարգն է ([1]), իսկ K_H^2 պարունակում է հրամաններ միակողմանի հաշվիչների հետ աշխատելու համար և մուտքային ժապավեններից ինֆորմացիա հաշվիչներ ուղարկելու համար։

Ապացուցվում է նաև նույն խնդրի լուծելիությունը վերագրման խմբային օպերատորներ և հապաղումներ պարունակող ծրագրերի որոշ դասի համար։ Ծրագրերի այդ դասը հանդիսանում է միկրոծրագրերի մատչելի մոդել։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Я. М. Барздинь, Я. Я. Бичевский, А. А. Калниньш,* Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 210 (1974). [2] *А. А. Калниньш, Я. Я. Бичевский, Я. М. Барздинь,* Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 210 (1974). [3] *Я. М. Барздинь, А. А. Калниньш,* Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 233 (1975). [4] *А. Г. Тадевосян,* ДАН АрмССР, т. 72, № 3 (1981).