ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXVI 1983 5

УДК 621.3.019.3

КИБЕРНЕТИКА

Ю. М. Гаспарян

О надежности сложных систем

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. Л. Арешяном 25/I 1983)

При исследовании надежностных характеристик сложных систем применение традиционных методов анализа и оценки надежности, ориентированных на простые изделия, становится неэффективным. Возникает необходимость разработки методов исследования надежностных характеристик систем, состоящих из большого числа взаимосвязанных элементов, каждый из которых, как и сама система, может находиться во множестве состояний (1).

В данной работе для исследования надежностных характеристик используется энтропийный критерий эффективности функционирования.

Пусть задана система $S=\{\overline{X}, \overline{Z}, Y\}$, где Y—выход системы, а $\overline{X}=\{x_1, \ldots, x_m\}$ и $\overline{Z}=\{z_1, \ldots, z_k\}$ являются векторами входа и параметров элементов системы соответственно. Предполагается, что $x_i(i=\overline{1, m})$ и $z_j(j=\overline{1, k})$ являются случайными величинами и работа системы задается с помощью стохастического оператора

$$Y=F(\overline{X}, \overline{Z}). \tag{1}$$

Пусть качество функционирования или эффективность системы характеризуется энтропией выхода $H(Y)$. Тогда можно написать

$$H(Y)=I(Y:\overline{X})+H_{\overline{X}}(Y), \tag{2}$$

где $I(Y:\overline{X})$—количество информации между Y и $\overline{X}=\{x_1, \ldots, x_m\}$; $H_{\overline{X}}(Y)$—условная энтропия Y относительно $\overline{X}$. Нетрудно показать, что

$$H_{\overline{X}}(Y)=I_{\overline{X}}(Y:\overline{Z}), \tag{3}$$

где $I_{\overline{X}}(Y:\overline{Z})$—количество информации между Y и $\overline{Z}$, при условии $\overline{X}$.

Подставляя (3) в (2), получим:

$$H(Y)=I(Y:\overline{X})+I_{\overline{X}}(Y:\overline{Z}). \tag{4}$$

Энтропию выхода системы, когда все элементы работают абсолютно надежно, обозначим через $H_0(Y)$. Если допустить, что изменения параметров элементов системы обусловлены отказами или сбоями элементов, то $H_0(Y)$ будет соответствовать идеальной эффективности системы ([1]). В этом случае $I_{\overline{X}}(Y:\overline{Z})=0$ и с учетом (4) получим $H_0(Y)=I(Y:\overline{X})$. Учитывая это, из (4) получим

$$\Delta H(Y)=H(Y)-H_0(Y)=I_{\overline{X}}(Y:\overline{Z}). \tag{5}$$

$\Delta H(Y)$ показывает приращение энтропии, обусловленное надежностью элементов системы, и может быть принята в качестве показателя эффективности функционирования системы с учетом надежностных характеристик элементов.

В качестве меры для определения влияния (весов) отдельных элементов $z_i (i=\overline{1, k})$ (группы элементов) на энтропию выхода системы $H(Y)$ может служить количество информации между z_i и Y, при условии $\overline{X}=\{x_1, \ldots, x_m\}$, т. е.

$$\Delta H_i^1(Y)=I_{\overline{X}}(Y:z_i), \quad i=\overline{1, k}, \tag{6}$$

или прямая передача между z_i и Y при условии $\overline{X}$, $\overline{Z}-z_i$, т. е.

$$\Delta H_j^2(Y)=I_{\overline{X}, \overline{Z}-z_j}(Y:z_j), \quad j=\overline{1, k}. \tag{7}$$

Существует определенная связь между $\Delta H(Y)$, $\Delta H_i^1(Y)$ и $H_j^2(Y)$ $(i, j=\overline{1, k})$. Для исследования взаимосвязи между этими величинами доказываются следующие утверждения.

Лемма 1. *Пусть для системы $S=\{Y, x_1, \ldots, x_m\}$ удовлетворяется условие $I(x_1: \ldots :x_m)=0$. Тогда имеют место неравенства:*

$$I_{\overline{X}-x_i}(Y:x_i)\geqslant I(Y:x_i), \quad i=\overline{1, m}; \tag{8}$$

$$I_{\overline{X}-x_i}(Y:X_j)\leqslant I_{\overline{X}-x_j}(Y:x_j), \quad i, j=\overline{1, m}; \tag{9}$$

$$I(Y:\langle x_1, \ldots, x_m\rangle)\geqslant \sum_{i=1}^{m} I(Y:x_i); \tag{10}$$

$$I(Y:\langle x_1, \ldots, x_m\rangle)\leqslant \sum_{i=1}^{m} I_{\overline{X}-x_i}(Y:x_i). \tag{11}$$

Лемма 2. *Пусть для системы $S=\{Y, x_1, \ldots, x_m\}$ удовлетворяется условие $I(x_1: \ldots :x_m)=0$. Пусть S_0 является подмножеством множества $\overline{X}=\{x_1, \ldots, x_m\}$ и $x_i \in S_0$. Тогда имеет место неравенство*

$$I_{\overline{X}-S_0}(Y:x_i)\geqslant I(Y:x_i), \quad i=\overline{1, m}. \tag{12}$$

Лемма 3. *Пусть заданы система $S=\{Y, x_1, \ldots, x_m\}$ и подсистемы S_1 и S_2 так, что $S_1\subseteq\overline{X}$, $S_2\subseteq\overline{X}$, $S_1\subset S_2$, $x_i\in S_1$ и $I(x_1: \ldots : x_m)=0$. Тогда имеет место неравенство*

$$I_{S_1}(Y:S_2)\geqslant I_Y(S_1:S_2). \tag{13}$$

Лемма 4. *Пусть S_1 и S_2 являются подсистемами системы $\overline{X}=\{x_1, \ldots, x_m\}$, причем $S_1\cup S_2=\overline{X}$, $S_1\cap S_2=\varnothing$ и $I(x_1: \ldots : x_m)=0$. Тогда имеет место неравенство*

$$I_{S_1}(Y:S_2)\geqslant I_Y(S_1:S_2). \tag{14}$$

С использованием леммы 1÷4 доказывается следующая теорема.

Теорема. *Пусть задана система* $S=\{\overline{X},\ \overline{Z},\ Y\}=\{x_1, \ldots, x_m, z_1, \ldots, z_k, Y\}$. *Если* $I(z_1 : \ldots : z_k)=0$, *то имеют место неравенства*

$$\sum_{i=1}^{k} I_{\overline{X}}(Y:z_i) \leqslant \Delta H(Y) \leqslant \sum_{i=1}^{k} I_{\overline{X}.\overline{Z}-z_i}(Y:z_i). \tag{15}$$

Используя правило векторной подстановки ([2]), можно доказать утверждения для группы элементов $\overline{z}_i=\{z_{i_1}, \ldots, z_{i_l}\}$, $1 \leqslant i_1 < \ldots < i_{l} \leqslant k$, если вместо z_i подставить $\overline{z}_i=\{z_{i_1}, \ldots, z_{i_l}\}$.

В заключение отметим, что неравенство (15) позволяет сверху и снизу оценить эффективность функционирования сложной системы. Преимуществом рассмотренного метода перед существующими является то, что он приложим к системам широкого класса. Как отмечено в ([3]), применение этого метода не требует ни линейности, ни непрерывности, ни метричности, ни даже упорядоченности. При этом существенно только значение частот различных комбинаций состояний и не требуется введение метрики в пространстве переменных.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

ՅՈՒ. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Բարդ համակարգերի հուսալիության վերաբերյալ

Աշխատանքում դիտարկվում է բարդ համակարգերի հուսալիության գնահատման որոշ հարցեր։ Որպես հուսալիության չափանիշ օգտագործվում է համակարգի ելքի էնտրոպիան, որի մեծությունը կախված է համակարգի մուտքային ազդանշանների և էլեմենտների աշխատանքը բնորոշող մեծությունների փոփոխությամբ։ Մտցված է համակարգի աշխատանքի էֆեկտիվության քանակական չափանիշ, որի մեծությունը հավասար է համակարգի ելքի էնտրոպիայի այն մասին, որը պայմանավորված է միայն էլեմենտներում վթարների հանդես գալով։

Աշխատանքում բերված են հուսալիության գնահատականներ, որոնք հնարավորություն են տալիս պրակտիկ տեսանկյունից ընդունելի ժամանակում հաշվել բարդ համակարգի էֆեկտիվությունը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Б. А. Козлов, И. А. Ушаков*. Справочник по расчету надежности, Советское радио, М., 1975. [2] *W. J. McGill*. Multivariate Information Transmission. Psychometrica, 19, 97—116 (1954). [3] *У. Р. Эшби*, в кн.: Принципы самоорганизации, Мир, М., 1966.