ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXVI 1983 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Р. Г. Джангирян, Ф. А. Костанян

Переходное излучение магнитогидродинамических волн

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 24/V 1982)

Как известно, переходное излучение (ПИ) рассматривалось в основном для диэлектрических или плазмоподобных сред, причем учет электродинамических свойств среды, как правило, проводился путем соответствующего выбора тензора диэлектрической проницаемости [1,2].

В настоящей работе исследуется ПИ на плоской границе раздела проводящая жидкость (ПЖ) — вакуум ($z>0$), при наличии внешнего магнитного поля, нормального к границе, в одножидкостном приближении магнитной гидродинамики. В среде, описываемой такой моделью, могут существовать три основных типа возбуждений: вихреобразные волны Альфвена (АВ) и продольные быстрые и медленные магнитозвуковые (БМЗ и ММЗ) волны [3,4]. В работе [5] впервые было указано на возможность черенковского излучения магнитогидродинамических (МГД) волн, возбуждаемых источниками дивергентного (источник массы, тепловой или термооптический источник) или вихревого вида (электрический ток и т. п.).

Излучение, возбуждаемое источниками указанных видов на границе раздела, представляет интерес как с точки зрения теории ПИ и переходного рассеяния волн различной природы, так и в свете приложений в астрофизике, акустоэлектронике и др.

В МГД-приближении, справедливом при выполнении неравенства $\sigma\gg T_{\text{хар}}^{-1}$, где σ—проводимость среды, а $T_{\text{хар}}$—характерный временной масштаб модели, поведение проводящей жидкости во внешнем магнитном поле $\vec{H}=H_0\hat{e}_z$ описывается следующей линеаризированной системой уравнений:

$$\frac{\partial^2\vec{v}}{\partial t^2}-c_s^2\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{v})-c_A^2[\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times[\vec{v}\times\hat{e}_z]\times\hat{e}_z]=$$

$$=-\frac{\beta_T c_s^2}{\rho_0 c_p}\vec{\nabla}\cdot Q-\frac{c}{\sigma H_0}c_A^2[[\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{j}_0]\times\hat{e}_z];\qquad(1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\beta_T}{c_p}c_s^2 Q-\rho_0 c_s^2(\vec{\nabla},\vec{v});\qquad(2)$$

$$\frac{\partial \vec{h}}{\partial t}=H_0\vec{\nabla}\times[\vec{v}\times\hat{e}_z]+\nu_m\nabla^2\vec{h}-\frac{c}{\sigma}[\vec{\nabla}\times\vec{j}_0]; \tag{3}$$

$$\vec{E}=\frac{\nu_m}{c}\vec{\nabla}\times\vec{h}-\frac{\vec{j}_0}{\sigma}-H_0\frac{1}{c}[\vec{v}\times\hat{e}_z]. \tag{4}$$

В приведенных уравнениях $\vec{v}$, $\vec{p}$, $\vec{h}$—возмущения поля скоростей, давления и магнитного поля в ПЖ; c_s—скорость звука; $c_A=H_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$—скорость АВ; ρ_0, β_T и c_p—невозмущенная плотность, коэффициент теплового расширения и удельная теплоемкость ПЖ; $\nu_m=c^2/4\pi\sigma$—магнитная вязкость; $Q(\vec{r}, t)$ и $\vec{j}_0(\vec{r}, t)$—распределение плотности мощности теплового источника и плотность тока источника. Дивергентным источником может являться, в частности, термооптический источник (ТОИ); в качестве такового мы выбираем движущийся со скоростью $v_0\hat{e}_z$ фокус лазерного излучения с плотностью мощности вида

$$Q(\vec{r}, t)=Q_0\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{(z-v_0t)^2}{l^2}\right\}, \tag{5}$$

где Q_0—плотность мощности в центре фокуса, l и a—характерные размеры ТОИ. В качестве источника тока выбираем движущийся заряд q:

$$\vec{j}_0(\vec{r}, t)=\hat{e}_z v_0 q\,\delta(\vec{r}-\hat{e}_z v_0 t). \tag{6}$$

Для нахождения полей ПИ в ПЖ и в вакууме, возбуждаемого источниками (5) и (6), систему уравнений (1—4) вместе с уравнениями Максвелла для полей в вакууме необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. Они заключаются в непрерывности нормальных составляющих магнитного поля, тангенциальных компонент электрического поля, а также суммарного гидродинамического и линеаризированного электромагнитного (ЭМ) тензора напряжений. Последнее условие приводит в нашем случае к требованию непрерывности тангенциальных компонент магнитного поля и к равенству полного давления в ПЖ и магнитного давления в вакууме:

$$p+\frac{1}{4\pi}H_0h_z=\frac{1}{4\pi}H_0h_z^{\text{вак}}. \tag{7}$$

Разлагая физические величины, подлежащие определению, а также величины (5) и (6) в интегралы Фурье, получаем систему алгебраических уравнений для фурье-амплитуд полей ПИ. Из решения этой системы следует, что в случае ПИ заряда в ПЖ возбуждаются лишь АВ, а в случае ТОИ — БМЗ и ММЗ волны.

Приведем выражения для частотного распределения магнитных полей ПИ заряда в ПЖ, полученные нами в пределе $\nu_m\to 0$, $c_A/c_s\ll 1$, реализуемом в обычных лабораторных условиях [4]:

$$\begin{Bmatrix} h_{Rx} \\ h_{Ry} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \sin\varphi \\ -\cos\varphi \end{Bmatrix}\frac{iqc_A}{cv_0}H_1^{(1)}\left(\frac{\omega}{c}R\sin\vartheta\right)e^{i\frac{\omega}{c}R\cos\vartheta}. \tag{8}$$

Здесь R, ϑ, φ—сферические координаты точки наблюдения, $H_1^{(1)}$—функция Ганкеля первого рода. Энергия ПИ АВ в единичном телесном угле и в интервале частот $d\omega$ равна

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega}=\frac{q^2 c_A v_0^2}{16\pi^3 c^4}\,\frac{\sin^2\vartheta\cdot\cos\vartheta}{\left(1+\frac{v_0}{c}\cos\vartheta\right)^2\left(\frac{c_A}{c}-\cos\vartheta\right)^2}. \qquad (9)$$

Отсюда видно, что энергия ПИ зависит от величины c_A, которая существенно влияет на угловое распределение. Энергия ЭМ поля ПИ заряда в вакууме определяется следующим соотношением:

$$\frac{dW^{\text{вак}}}{d\omega d\Omega}=\frac{q^2 v_0^2}{16\pi^3 c^3}\,\frac{\sin^2\vartheta\cdot\cos^2\vartheta}{\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\cos^2\vartheta\right)\left(\frac{c_A}{c}-\cos\vartheta\right)^2}, \qquad (10)$$

в котором полярный угол отсчитывается от направления $-\hat{e}_z$. Здесь, как и в формуле (9), существенными оказываются направления $\vartheta_{\max}\simeq\simeq\frac{\pi}{2}\pm c_A/c$, т. е. энергия ПИ АВ и ЭМ волн сосредоточена в приповерхностных областях.

В случае ТОИ компоненты электрического поля ПИ в волновой зоне имеют вид

$$E_{x,\,y}(\vec{r},t)=\begin{Bmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\end{Bmatrix}F(\vartheta)\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{(R-ct)^2}{l^2}\,\frac{v_0^2}{c^2}\left(1+\frac{a^2}{l^2}\,\frac{v_0^2}{c^2}\sin^2\vartheta\right)^{-1}\right\}, \qquad (11)$$

где

$$F(\vartheta)=f_1 f_2^{-1}\Delta^{-1}\sin\vartheta\cos\vartheta;$$

$$f_1=1+2M_s^2[\beta_A^2-(1+\beta_A^2)\beta_L^2\sin^2\vartheta]-\sqrt{2}M_s[1+\beta_A^2-\beta_L^2\sin^2\vartheta];$$

$$f_2=M_A^2-\beta_0^2\sin^2\vartheta+2M_s^2[\beta_A^2-(1+\beta_A^2)\beta_L^2\sin^2\vartheta]+$$

$$+M_A\cdot M_s\cos\vartheta\sqrt{2}(1+\beta_A^2-\beta_L^2\sin^2\vartheta);$$

$$\Delta=1-M_s^{-2}(\beta_A^{-2}-M_A^{-2})(1+\beta_0^2\sin^2\vartheta);$$

$$A_0=Q_0c_s^2\beta_T(\rho_0c_p)^{-1},\quad \beta_A=\frac{c_s}{c_A},\quad \beta_L=\frac{c_s}{c};$$

$$\beta_0=v_0/c,\quad M_A=v_0/c_A,\quad M_s=v_0/c_s.$$

Из (11) следует, что ЭМ волна, испущенная от границы при ее пересечении ТОИ, распространяется в виде импульса длительностью l/v_0. Последняя может существенно зависеть от направления распространения при выполнении условия $v_0/c>l/a$.

Энергия магнитного давления в единичном телесном угле в вакууме определяется магнитной компонентой ЭМ волны

$$P_h^{\text{вак}}=\frac{1}{4\pi}H_0\cdot h_z \qquad (12)$$

и равна

$$\frac{dW_h^{\text{вак}}}{d\Omega}=\frac{1}{4\pi}\frac{H_0^2}{4c}A_0a^2lL\sqrt{\pi}\sin\vartheta F(\vartheta), \tag{13}$$

где L—длина траектории ТОИ в ПЖ, с которой формируется ПИ.

Анализ полей в ПЖ затрудняется в силу сложного дисперсионного уравнения для БМЗ и ММЗ волн. Для получения качественной картины излучения представляется целесообразным рассмотреть два предельных случая: а) $\beta_A \gg 1$ и б) $\beta_A \ll 1$.

В случае а) поля давлений ПИ ММЗ волн являются малыми величинами порядка β_A^{-2}, а выражения для БМЗ волн фактически сводятся к известным результатам для непроводящих жидкостей, в пределе $H_0=0$ ([6]).

Случай б) реализуется обычно в астрофизических масштабах, при больших значениях величины c_A. Опуская громоздкие вычисления, приведем окончательное выражение для поля давления ММЗ волны в этом случае:

$$p_-(\vec{r}, t)=\rho_0A_0\frac{l}{v_0}\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\frac{\rho^2}{a^2}}\operatorname{sgn}\tilde{y}\cdot erfc|\tilde{y}|, \tag{14}$$

в котором $\tilde{y}=M_s(z-c_st)/l$, $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, а $erfc$—дополнительный интеграл вероятностей ([7]). Отсюда видно, что ММЗ волна распространяется в цилиндрической области радиуса $\sim a$ с осью вдоль направления внешнего магнитного поля в виде импульса разрежения и следующего за ним сжатия с эффективным продольным размером $\sim l/M_s$.

Переходной импульс магнитного давления ММЗ волны описывается функцией

$$p_{h.-}(\vec{r}, t)=\frac{1}{2}\rho_0A_0\frac{l^3}{a^2}M\left(2,\ 1,\ -\frac{\rho^2}{a^2}\right)\frac{1}{M_s^2v_0}\times$$

$$\times\left\{2\tilde{y}\exp(-\tilde{y}^2)-\sqrt{\pi}\operatorname{sgn}\tilde{y}\,[1+2\tilde{y}^2]erfc|\tilde{y}|\right\}. \tag{15}$$

Здесь $M(2,\ 1,\ -\rho^2/a^2)$—вырожденная гипергеометрическая функция Куммера ([7]). Из (15) следует, что магнитный импульс ПИ ММЗ волны распространяется аналогично звуковому импульсу (14), с добавочными зонами „разрежения" и „сжатия".

Что же касается БМЗ волн, то в рассматриваемом случае они излучаются в виде полусферического импульса

$$p_{h.+}(\vec{r}, t)=\rho_0A_0\frac{a^2M_A}{2Rc_A}\frac{\cos\vartheta\cdot\sin^4\vartheta(1+M_A^2a^2\sin^2\vartheta/l^2)^{-1/2}}{(1-M_A^2\cos^2\vartheta)}\times$$

$$\times U(\vartheta)\exp\left\{-\frac{(R-c_At)^2}{l^2}(1+M_A^2a^2\sin^2\vartheta/l^2)^{-1}\cdot M_A^2\right\};$$

$$U(\vartheta)=\begin{cases}\cos\vartheta-M_A\sin^2\vartheta, & \sin\vartheta>\beta_0/M_A,\\ \dfrac{M_A\,(1+\sqrt{\beta_0^2-M_A^2\sin^2\vartheta})}{M_A\cos\vartheta+\sqrt{\beta_0^2-M_A^2\sin^2\vartheta}}, & \sin\vartheta<\beta_0/M_A\end{cases}$$

шириной $M_A^{-1}(l^2+M_A^2a^2\sin^2\vartheta)^{1/2}$, который распространяется со скоростью АВ. При влете ТОИ со скоростью $v_0 > c_A$ в ПЖ формируется конус Маха с вершиной в точке влета, поверхность которого разделяет области „сжатия“ магнитного давления $(\cos\theta < 1/M_A)$ и „разрежения“.

Мы не затрагиваем здесь вопросы, касающиеся энергии ПИ для каждого из рассмотренных случаев. Отметим лишь, что результаты энергетического анализа приводят к интересным физическим выводам об угловой зависимости и частотном „обрезании“ спектров ММЗ и БМЗ ПИ. Универсальный характер ПИ, приводящий к новым качественным выводам при рассмотрении ПИ МГД волн, свидетельствует о том, что область применения теории ПИ не исчерпывается известными результатами ([1,2]) (см. также ([8])). Поэтому представляет интерес дальнейшее расширение области применения теории ПИ для волн различной природы.

Отдел теплофизики
Академии наук Узбекской ССР
Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Գ. ՋԱՆԴԻՐՅԱՆ, Ց. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ

Մագնիսահիդրոդինամիկական ալիքների անցումային ճառագայթումը

Զարգացվում է Ալֆվենի և մագնիսաձայնային ալիքների անցումային ճառագայթման մագնիսահիդրոդինամիկական գծայնացված տեսությունը։ Ցույց է տրված, որ անցումային ճառագայթման «դանդաղ» մագնիսաձայնային ալիքը տարածվում է միջավայրում ձայնի արագությամբ գլանաձև տիրույթի երկայնքով, իմպուլսի տեսքով։ «Արագ» մագնիսական ալիքը տարածվում է ոլորտաձև իմպուլսի ձևով Ալֆվենի ալիքների տարածման արագությամբ։ Աղբյուրի՝ միջավայր մուտք գործելու կետում ձևավորվում է Մախի կոնը, որը բաժանում է մագնիսական ճնշման «սեղմման» և «նոսրացման» տիրույթները։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Г. М. Гарибян*, Препринт ЕрФИ, № 3, 1975. [2] *В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович*, УФН, т. 126, вып. 4 (1978). [3] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1957. [4] *В. Л. Гинзбург*, Распространение электромагнитных волн в плазме, Наука, М., 1967. [5] *В. П. Докучаев*, ЖЭТФ т. 53, вып. 2 (8) (1967). [6] *Л. М. Лямшев*, УФН, т. 135, вып. 4 (1981). [7] Справочник по специальным функциям под редакцией М. Абрамовица и М. Стиган, Наука, М., 1979. [8] *В. И. Павлов*, Акустический журнал, т. 28, вып. I (1982).