

УДК 535+539.12.04

ФИЗИКА

Р. А. Багян, член-корреспондент АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаелян

Полное число фотонов переходного излучения на шероховатых поверхностях раздела

(Представлено 7/VII 1981)

Выражения для углового распределения и поляризации переходного излучения, возникающего при пересечении заряженной частицей шероховатой границы раздела двух сред с мало отличающимися диэлектрическими постоянными, получены в (1).

В данной заметке приводятся выражения для полного числа фотонов переходного излучения заданной частоты ω на статистически шероховатых поверхностях раздела двух сред, выведенных в тех же приближениях, что и в (1). Граница раздела $z=f(x, y)$ задается двумерным нормальным распределением высот неровностей с гауссовым коэффициентом корреляции (см., например, (2)).

Удобно рассматривать два предельных случая границ раздела: границы раздела со слабыми шероховатостями, т. е. когда средне-квадратичное отклонение высот неровностей f_0^2 от плоскости $z=0$ мало по сравнению с квадратом когерентной длины $l_{\text{ког}}$ (см. ниже).

$$f_0^2 \ll l_{\text{ког}}^2 \quad (1)$$

и границы раздела с сильными шероховатостями, когда выполняется обратное неравенство.

Приведем результаты для полного числа фотонов переходного излучения заданной частоты. Вначале рассмотрим *нерелятивистский* предел: $\beta\sqrt{\epsilon_0} \ll 1$; β — отношение скорости частицы, движущейся по оси z , к скорости света c , $\epsilon_0 = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$ — среднее значение диэлектрической проницаемости двух сред с диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 .

Эффективные поперечные размеры поля частицы $\rho = \frac{i\beta\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{1-\beta^2\epsilon_0}}$ и коге-

рентная длина $l_{\text{ког}} = \frac{\lambda\beta\sqrt{\epsilon_0}}{1-\beta\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta}$ в этом случае являются величина-

ми одного порядка $\rho \sim l_{\text{ког}} \sim \lambda\beta\sqrt{\epsilon_0}$, где $\lambda = \lambda/2\pi$ — длина волны излученного фотона, а θ — угол излучения, отсчитываемый от оси z . Расчет, основанный на выражениях, приведенных в (3), показывает, что полное число фотонов переходного излучения, излученных как в переднюю полусферу, так и в заднюю, одинаково.

Рассмотрим случай слабых шероховатостей, т. е. когда выполнено условие (1). При выполнении дополнительного условия

$$\frac{l^2}{4\rho^2} \ll 1, \quad (2)$$

т. е. когда поперечные размеры поля частицы велики по сравнению с радиусом корреляции l , полное число фотонов переходного излучения заданной частоты для нерелятивистских частиц равно

$$dN_\omega = dN_\omega^{\text{пл}} \left\{ 1 - \frac{f_0^2}{\lambda^2 \beta^2 \varepsilon_0} + \frac{f_0^2 l^2}{4 \lambda^4 \beta^4 \varepsilon_0^2} \ln \left(\frac{4 \lambda^2 \beta^2 \varepsilon_0}{l^2} \right) \right\}, \quad (3)$$

где

$$dN_\omega^{\text{пл}} = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{3 \pi c \hbar \varepsilon_0^{3/2}} \beta^2 \frac{d\omega}{\omega} \quad (4)$$

полное число фотонов переходного излучения с энергией $\hbar\omega$ в частотном интервале $d\omega$ от плоской границы раздела в нерелятивистском пределе; e — заряд электрона.

Из выражения (3) видно, что третий член в фигурных скобках существенно меньше второго, так что добавка к $dN_\omega^{\text{пл}}$ определяется вторым членом, который входит с отрицательным знаком. Поскольку $\frac{f_0^2}{l_{\text{кор}}^2} \ll 1$, то полное число фотонов переходного излучения от плоской границы раздела уменьшается незначительно.

Для сильных шероховатостей $f_0^2 \gg l_{\text{кор}}^2$ и при выполнении неравенства

$$\frac{l^2}{4\rho^2} \ll \frac{f_0^2}{l_{\text{кор}}^2}, \quad (5)$$

которое в нерелятивистском пределе переходит в условие $l^2 \ll 4f_0^2$, полное число фотонов равно

$$dN_\omega = dN_\omega^{\text{пл}} \frac{l^2}{4f_0^2} \ln \left(\frac{4f_0^2}{l^2} \right). \quad (6)$$

В отличие от случая слабых шероховатостей здесь полное излучение существенно меньше по сравнению с излучением на идеально плоской границе.

Из выражений (3) и (6) следует, что при заданном значении $\beta \sqrt{\varepsilon_0}$ отношение dN_ω к $dN_\omega^{\text{пл}}$ с уменьшением длины волны излучения изменяется от единицы до малых значений. Для длин волн $\lambda^2 \gg \frac{f_0^2}{\beta^2 \varepsilon_0}$, $\frac{l^2}{\beta^2 \varepsilon_0}$ влияние шероховатостей границы раздела несущественно, и из (3) следует, что $dN_\omega \approx dN_\omega^{\text{пл}}$. Когда же $\lambda^2 \beta^2 \varepsilon_0 \leq f_0^2$ и $l^2 < 4f_0^2$, отношение полного числа фотонов переходного излучения на шероховатой границе к плоской резко уменьшается. Это означает, что спектр переходного излучения обрезается для длин волн порядка и меньших $\frac{f_0^2}{\beta^2 \varepsilon_0}$.

Если поперечные размеры поля частицы малы по сравнению с радиусом корреляции, т. е. выполняется условие, обратное неравенству (2)

$$\frac{l^2}{4\rho^2} \gg 1, \quad (7)$$

имеем следующее выражение для {полного числа излученных фотонов:

$$dN_\omega = dN_\omega^{\text{пл}} \left\{ 1 + \frac{4f_0^2}{l^2} \right\}, \quad (8)$$

которое описывает как случай слабых шероховатостей, так и случай сильных шероховатостей; только для сильных шероховатостей условие применимости (7) заменяется на неравенство, обратное (5), т. е.

$$\frac{l^2}{4\rho^2} \gg \frac{f_0^2}{l_{\text{кор}}^2}. \quad (9)$$

Из (1), (7) и (9) следует, что второе слагаемое в фигурных скобках формулы (8) $\frac{4f_0^2}{l^2} \ll 1$. Поскольку добавка к $dN_\omega^{\text{пл}}$ положительна, то

в отличие от предыдущего случая (см. формулы (3) и (6)) в (8) dN_ω увеличивается по сравнению с полным числом фотонов переходного излучения от плоской границы раздела. Отношение dN_ω к $dN_\omega^{\text{пл}}$ определяется, как следует из (8), только среднеквадратичным отклонением и радиусом корреляции для длин волн излученных фотонов

$$\frac{f_0^2}{\beta^2 \varepsilon_0} \ll \lambda^2 \ll \frac{l^2}{4\beta^2 \varepsilon_0} \quad \text{в случае слабых шероховатостей и для длин волн}$$

$$\lambda^2 \ll \frac{f_0^2}{\beta^2 \varepsilon_0} \quad \text{в случае сильных шероховатостей.}$$

Таким образом в нерелятивистском пределе, когда поперечные размеры поля частицы велики по сравнению с радиусом корреляции (см. условие (2)), полное число фотонов для слабых шероховатостей $dN_\omega \leq dN_\omega^{\text{пл}}$. Для сильных шероховатостей условие (2) заменяется на неравенство $l^2 \ll 4f_0^2$, и излучение на шероховатых поверхностях резко ослабляется по сравнению с излучением на плоской границе раздела.

Фактор ослабления $\frac{l^2}{4f_0^2} \ll 1$ зависит только от свойств поверхности.

Когда поперечные размеры поля частицы малы по сравнению с радиусом корреляции (условие (7)), полное число фотонов для слабых и сильных шероховатостей $dN_\omega \geq dN_\omega^{\text{пл}}$.

В релятивистском пределе ($\beta\sqrt{\varepsilon_0} \sim 1$) рассмотрено излучение в заднюю полусферу $\left(l_{\text{кор}} \sim \frac{\lambda}{2}, \rho \sim \lambda\gamma; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2\varepsilon_0}} \right)$.

Для слабых шероховатостей при выполнении условия (2) имеем

$$dN_\omega = dN_\omega^{\text{пл}} \left\{ 1 - \frac{4f_0^2}{\lambda^2} + \frac{8}{3\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{f_0^2 l^2}{\lambda^4} \left[\ln \left| \frac{2}{1-\beta\sqrt{\varepsilon_0}} \right| - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (10)$$

где

$$dN_\omega^{\text{пл}} = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{16\pi c \hbar \varepsilon_0^{5/2}} \left[\ln \left| \frac{2}{1-\beta\sqrt{\varepsilon_0}} \right| - 1 \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad (11)$$

полное число фотонов, излученных назад от плоской границы раздела релятивистской частицей с энергией $\hbar\omega$ в интервале частот $d\omega$.

В (10) добавки к dN_{ω}^{na} , так же как и в (3), определяются вторым и третьим членами в фигурных скобках. Благодаря условию (1), добавка обусловлена в основном третьим членом, который пропорционален множителю $\frac{f_0^2 l^2}{\lambda^4} = \left(\frac{f_0^2}{l_{\text{кор}}^2} \cdot \frac{l^2}{4\rho^2} \right) \gamma^2$. При больших энергиях этот множитель может привести к значительному усилению излучения по сравнению с переходным излучением на плоской границе раздела, поскольку он пропорционален фактору γ^2 .

Для сильных шероховатостей имеем

$$dN_{\omega} = dN_{\omega}^{na} \frac{2}{3\sqrt{2\pi}} \frac{l^2}{f_0^2} \left[\ln \left| \frac{2}{1 - \beta\sqrt{\epsilon_0}} \right| - 1 \right]^{-1}, \quad (12)$$

однако вместо неравенства (2) выполняется условие (5). Поскольку $\frac{l^2}{f_0^2} = \left(\frac{l^2}{\rho^2}, \frac{l_{\text{кор}}^2}{f_0^2} \right) 4\gamma^2$, полное число фотонов от шероховатой границы раздела может значительно превышать dN_{ω}^{na} .

Анализ выражений (10) и (12) показывает, что для больших длин волн $\lambda^2 \gg 4f_0^2$, l^2 полное число фотонов от шероховатых границ раздела порядка dN_{ω}^{na} . С уменьшением длины волны $\lambda^2 \leq 4f_0^2$ и $l^2 \leq f_0^2 \gamma^2$ отношение dN_{ω} к dN_{ω}^{na} увеличивается от единицы до значений, пропорциональных γ^2 .

При малых поперечных размерах поля частицы по сравнению с радиусом корреляции (см. условие (7)), так же как в нерелятивистском пределе, для слабых и сильных шероховатостей имеем одну формулу

$$dN_{\omega} = dN_{\omega}^{na} \left\{ 1 + 8 \frac{f_0^2}{l^2} \left[\ln \left| \frac{2}{1 - \beta\sqrt{\epsilon_0}} \right| - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (13)$$

причем в случае сильных шероховатостей вместо (7) выполняется условие (9). Однако здесь усиление излучения незначительное по сравнению с излучением от плоской границы раздела, поскольку из неравенств (1), (7) и (9) следует, что $\frac{f_0^2}{l^2} \ll 1$. Отношение полного числа фотонов от шероховатой границы раздела к плоской можно определить для слабой шероховатости в области длин волн излученных фотонов $4f_0^2 \ll \lambda^2 \ll \frac{l^2}{4} (1 - \beta^2 \epsilon_0)$, а для сильной шероховатости — в области $\lambda^2 \ll 4f_0^2$.

Таким образом в релятивистском пределе в отличие от нерелятивистского существенную роль играет фактор γ . Полное число фотонов переходного излучения от шероховатой поверхности раздела порядка dN_{ω}^{na} при малых поперечных размерах поля частицы по сравнению с радиусом корреляции (см. условие (7)). Для слабой шероховатости, когда поперечные размеры поля частицы велики по сравнению с радиусом корреляции (см. условие (2)), и для сильной

шероховатости, когда условие (2) заменяется на неравенство $l^2 \ll 16f_0^2\gamma^2$, dN_ω пропорционально γ^2 , так что может значительно превышать $dN_\omega^{(0)}$.

Вышеприведенные формулы можно использовать для дополнительного контроля неровностей поверхности, определяемых с помощью переходного излучения (^{1,4,5}).

Институт физических
исследований Академии
наук Армянской ССР

Р. А. БАГИЯН, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ փորակից-անդամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ,

Անցումային ճառագայթման ֆոտոնների լրիվ թիվը անհարթ սահմանի դեպքում

Աշխատանքում բերվում են տվյալ հաճախականությամբ անցումային ճառագայթման ֆոտոնների լրիվ թվի բանաձևերը $z = f(x, y)$ վիճակագրական անհարթություններով բաժանման սահմանի դեպքում: Ընթացվում է, որ դիէլեկտրիկական հատկությունների փոփոխումը մի միջավայրից դեպի մյուսը անցնելիս փոքր է:

Ուսումնասիրված են փոքր և մեծ անհարթությունների սահմանային դեպքերը ռելյատիվիստիկ և ոչ ռելյատիվիստիկ մասնիկների համար:

Ստացված արտահայտությունները համեմատվում են հարթ սահմանի դեպքում անցումային ճառագայթման ֆոտոնների լրիվ թվի բանաձևերի հետ: Մասնավորապես գնահատված է անցումային ճառագայթման ֆոտոնների լրիվ թվի հարաբերությունը անհարթ և հարթ սահմանի դեպքում:

Հոդվածում դիտարկված արդյունքները կարևոր նշանակություն ունեն անցումային ճառագայթման միջոցով մակերևույթի անհարթությունները ուսումնասիրելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. А. Багиян, М. Л. Тер-Микаелян, ЖЭТФ, т. 81, вып. 10 (1981). ² Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн вдоль земной поверхности, Изд-во АН СССР, М., 1961. ³ М. Л. Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1969; M. L. Ter-Mikaelian, High-energy electromagnetic processes in condensed media, John Wiley Sons, Inc., N. Y., 1972. ⁴ Р. А. Багиян, Письма в ЖТФ, т. 2, вып. 22 (1976). ⁵ Р. А. Багиян, М. Л. Тер-Микаелян, Письма в ЖТФ, т. 5, вып. 21 (1979).