ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXIII 1981 2

УДК 621.313+621.319.33.01

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Академик АН Армянской ССР **А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян**

Основы теории асинхронных емкостных машин переменного тока

(Представлено 14/VII 1981)

В [1] были даны общие уравнения емкостных машин переменного тока и рассмотрены синхронные емкостные машины. В настоящей работе приводятся дифференциальные уравнения асинхронных емкостных машин, которые вытекают из общих уравнений емкостных машин.

Рассмотрим трехфазную асинхронную машину с фазным ротором (зажимы роторных цепей через щетки и кольца выведены на корпус машины). Пусть асинхронная машина имеет трехфазные статорные (индексы a, b и c) и роторные (индексы n, m и h) электрические цепи, каждая из которых образована парой электродов (размер электрода $\pi/3$ электрического радиана; на статоре и роторе $6p$ электродов). Введем следующие углы в электрических градусах: γ—угол между осью фазы a (статор) и осью фазы n (ротор); θ—угол между осью фазы a и продольной осью d синхронно вращающихся осей d, q; β—угол между осью d и осью фазы n (ротор).

Положительное направление отсчета углов—по направлению движения часовой стрелки. Введенные три угла полностью определяют положение ротора и синхронных осей относительно статора и связаны уравнением

$$\gamma=\beta+\theta. \tag{1}$$

Представим полную матрицу емкостей асинхронной машины в виде блочной матрицы

$$C(\gamma)=\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sR} \\ C_{Rs} & C_{RR} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Соответствующие матрицы для симметричных трехфазных цепей асинхронной машины равны ($\rho=2\pi/3$)

$$C_{ss}=\left\|\begin{matrix} C_s & M_s & M_s \\ M_s & C_s & M_s \\ M_s & M_s & C_s \end{matrix}\right\|, \qquad C_{RR}=\left\|\begin{matrix} C_R & M_R & M_R \\ M_R & C_R & M_R \\ M_R & M_R & C_R \end{matrix}\right\|, \tag{3}$$

$$C_{sR}=-C_1\left\|\begin{matrix} \cos\gamma & \cos(\gamma+\rho) & \cos(\gamma-\rho) \\ \cos(\gamma-\rho) & \cos\gamma & \cos(\gamma+\rho) \\ \cos(\gamma+\rho) & \cos(\gamma-\rho) & \cos\gamma \end{matrix}\right\|, \quad C_{Rs}=C_{sR}^{\tau}, \tag{4}$$

где τ—знак транспонирования.

Матрицы C_{ss} и C_{RR} являются постоянными матрицами. Матрицы C_{sR} и C_{Rs} зависят от положения ротора относительно статора (угол γ).

Вводим матрицы-столбцы натуральных переменных

$$q_s=(q_a\ q_b\ q_c), \quad q_R=(q_n\ q_m\ q_h),$$
$$U_s=(U_a\ U_b\ U_c) \quad U_R=(U_n\ U_m\ U_h). \tag{5}$$

Тогда имеем $Q=(q_s\ q_R)$, $U=(U_s\ U_R)$,

$$q_s=C_{ss}U_s+C_{sR}U_R, \quad q_R=C_{Rs}U_s+C_{RR}U_R. \tag{6}$$

Матрицы проводимостей машины будут равны

$$G=\begin{vmatrix} G_s & 0 \\ 0 & G_R \end{vmatrix}, \quad G_s=g_sE, \quad G_R=g_RE, \tag{7}$$

E—единичная матрица размерностью (3×3).

Матрицы емкостей (2) и проводимостей (7) удовлетворяют условию теоремы преобразования (см. ([1])) и, следовательно, уравнения асинхронной машины с такими матрицами могут быть преобразованы в пространство Горева—Парка. В качестве матриц Ляпунова могут быть приняты нижеследующие матрицы (см. соответствующие матрицы в работе ([2])):

$$\left.\begin{aligned} &Л=\begin{vmatrix} Л_s & 0 \\ 0 & Л_R \end{vmatrix}, \quad Л_s=\left\|\begin{matrix} 1 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 1 & \cos(\theta-\rho) & -\sin(\theta-\rho) \\ 1 & \cos(\theta+\rho) & -\sin(\theta+\rho) \end{matrix}\right\| \\ &Л_R=\left\|\begin{matrix} 1 & \cos\beta & \sin\beta \\ 1 & \cos(\beta+\rho) & \sin(\beta+\rho) \\ 1 & \cos(\beta-\rho) & \sin(\beta-\rho) \end{matrix}\right\| \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Матрицы, соответствующие уравнениям (7) работы ([1]), для асинхронной машины будут равны

$$C_{ss_*}=Л_s^{-1}C_{ss}Л_s, \quad C_{RR_*}=Л_R^{-1}C_{RR}Л_R, \quad C_{sR_*}=Л_s^{-1}C_{sR}Л_R,$$
$$C_{Rs_*}=Л_R^{-1}G_{Rs}Л_s, \quad \Omega_s=Л_s^{-1}\frac{dЛ_s}{d\theta}, \quad \Omega_R=Л_R^{-1}\frac{dЛ_R}{d\beta}, \tag{9}$$
$$G_{s_*0}=Л_s^{-1}G_sЛ_s=G_s, \quad G_{R*0}=Л_R^{-1}G_RЛ_R=G_R.$$

Последние два выражения получены с учетом, что $G_s=g_sE$, $G_R=$

$=g_R E$. Введем для асинхронной машины матрицу активных проводимостей, на которую замыкаются роторные цепи.

$G_{RH}=g_{RH}E$ и, соответственно, $G_{RH_*}=Л_R^{-1}G_{RH}Л_R=G_{RH}$. Производя необходимые вычисления, получим:

$$\left.\begin{aligned} &C_{ss_*}=\begin{Vmatrix} C_{s0} & 0 & 0 \\ 0 & C_{sc} & 0 \\ 0 & 0 & C_{sc} \end{Vmatrix}, \quad C_{RR_*}=\begin{Vmatrix} C_{R0} & 0 & 0 \\ 0 & C_{Rc} & 0 \\ 0 & 0 & C_{Rc} \end{Vmatrix} \\ &C_{sR_*}=C_{Rs_*}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N & 0 \\ 0 & 0 & -N \end{Vmatrix}, \quad \begin{matrix} C_{s0}=C_s+2M_s, \quad C_{sc}=C_s-M_s \\ C_{R0}=C_R+2M_R, \quad C_{Rc}=C_R-M_R \\ N=3/2C_1 \end{matrix} \end{aligned}\right\}. \tag{10}$$

$$\Omega_s=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}, \qquad \Omega_R=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{11}$$

Основные уравнения в пространстве Горева—Парка примут вид (см. уравнения (8)÷(11) в ([1])):

для статора

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{dq_{s_*}}{dt}=G_sU_{s_*}+\Omega_s q_{s_*}\frac{d\theta}{dt}+i_{rs_*} \\ &q_{s_*}=C_{ss_*}U_{s_*}+C_{sR_*}U_{R_*} \\ &i_{s_*}=-\frac{dq_{s_*}}{dt}-\Omega_s q_{s_*}\frac{d\theta}{dt} \\ &-C_{ss_*}\frac{dU_{s_*}}{dt}-C_{sR_*}\frac{dU_{R_*}}{dt}=G_sU_{s_*}+\Omega_s(C_{ss_*}U_{s_*}+ \\ &+C_{sR_*}U_{R_*})\frac{d\theta}{dt}+i_{rs_*} \end{aligned}\right\}, \tag{12}$$

для ротора

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{dq_{R_*}}{qt}=(G_R+G_{RH})U_{R_*}+\Omega_R q_{R_*}\frac{d\beta}{dt} \\ &q_{R_*}=C_{Rs_*}U_{s_*}+C_{RR_*}U_{R_*} \\ &i_{R_*}=-\frac{dq_{R_*}}{dt}-\Omega_R q_{R_*}\frac{d\beta}{dt} \\ &-C_{Rs_*}\frac{dU_{s_*}}{dt}-C_{RR_*}\frac{dU_{R_*}}{dt}=(G_R+G_{RH})U_{R_*}+ \\ &+\Omega_R(C_{Rs_*}U_{s_*}+C_{RR_*}U_{R_*})\frac{d\beta}{dt} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Матрицы-столбцы новых переменных имеют вид:

$$
\left.\begin{aligned}
q_{s*} &= (q_{s0}\ q_{sd}\ q_{sq}), \quad q_{R*} = (q_{R0}\ q_{Rd}\ q_{Rq}),\\
U_{s*} &= (U_{s0} U_{sd} U_{sq}), \quad U_{R*} = (U_{R0} U_{Rd} U_{Rq})\\
i_{rs*} &= (i_{rs0}\, i_{rsd}\, i_{rsq}), \quad i_{R*} = (i_{R0}\, i_{Rd}\, i_{Rq})
\end{aligned}\right\} \tag{14}
$$

и аналогичные обозначения для остальных токов статора и ротора (в том числе для токов вращения).

Выражение для электромагнитного момента (см. уравнение (4) в ([1])) после преобразования получит вид:

$$
M_{эм} = -\frac{3}{2} pN(U_{sd}U_{Rq} - U_{sq}U_{Rd}), \tag{15}
$$

Системы дифференциальных и алгебраических уравнений (12) и (13) с учетом значений матриц (10) и (11) и совместно с выражением электромагнитного момента (15) позволяют исследовать стационарные и нестационарные (переходные) режимы трехфазных асинхронных машин. В случае, когда роторные цепи подключаются не на активные сопротивления, а к любой нагрузке или к сети частоты ротора (асинхронная емкостная машина двойного питания), уравнения для ротора должны быть выписаны с использованием матрицы тока i_{rR*}.

В этом случае вместо первой и последней строчки уравнения (13) будем иметь уравнения вида:

$$
\left.\begin{aligned}
&-\frac{dq_{R*}}{dt} = G_R U_{R*} + \Omega_R q_{R*} \frac{d\beta}{dt} + i_{rR*}\\
&-C_{Rs*}\frac{dU_{s*}}{dt} - C_{RR*}\frac{dU_{R*}}{dt} = G_R U_{R*} + \Omega_R(C_{Rs*}U_{s*} +\\
&\qquad + C_{RR*}U_{R*})\frac{d\beta}{dt} + i_{rR*}
\end{aligned}\right\}. \tag{16}
$$

В выражения основных уравнений (12), (13) и (16) входят производные углов θ и β. Эти производные можно выразить через угловые скорости вращения ротора ω_R и синхронных осей (dq) ω_F. С учетом уравнения (1) получим:

$$
\frac{d\theta}{dt} = \omega_F, \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega_R, \quad \frac{d\beta}{dt} = \omega_R - \omega_F. \tag{17}
$$

Вводя скольжение ротора $s = (\omega_F - \omega_R)\cdot\omega_F^{-1}$, окончательно получаем:

$$
\frac{d\beta}{dt} = -s\omega_F. \tag{18}
$$

Уравнения (12) и (13) для стационарного симметричного режима асинхронной емкостной машины примут вид (производные равны нулю, переменные нулевой последовательности отсутствуют) (выписываем вторые и последние строчки этих уравнений):

для статорных цепей

$$\left.\begin{aligned}&q_{sd}=C_{sc}U_{sd}-NU_{Rd}, \quad q_{sq}=C_{sc}U_{sq}-NU_{Rq},\\&g_sU_{sd}-\omega_F(C_{sc}U_{sq}-NU_{Rq})+i_{rsd}=0,\\&g_sU_{sq}+\omega_F(C_{sc}U_{sd}-NU_{Rd})+i_{rsq}=0;\end{aligned}\right\}, \tag{19}$$

для роторных цепей

$$\left.\begin{aligned}&q_{Rd}=-NU_{sd}+C_{Rc}U_{Rd}, \quad q_{Rq}=-NU_{sq}+C_{Rc}U_{Rq},\\&g_R^HU_{Rd}+s\omega_FNU_{sq}-s\omega_FC_{Rc}U_{Rq}=0,\\&g_R^HU_{Rq}-s\omega_FNU_{sd}+s\omega_FC_{Rc}U_{Rd}=0.\end{aligned}\right\}, \tag{20}$$

где обозначено $g_R^H=g_R+g_{RH}$.

Вводя вектора $\vec{q}_s=q_{sq}+jq_{sd}$, $\vec{U}_s=U_{sq}+jU_{sd}$, $\vec{q}_R=q_{Rq}+jq_{Rd}$ и т. д., получим:

$$\vec{q}_s=C_{sc}\vec{U}_s-N\vec{U}_R, \quad \vec{q}_R=-N\vec{U}_s+C_{Rc}\vec{U}_R, \tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned}&g_s\vec{U}_s-j\omega_FC_{sc}\vec{U}_s+j\omega_FN\vec{U}_R+i_{rs}=0\\&g_R^H\vec{U}_R+js\omega_FN\vec{U}_s-js\omega_FC_{Rc}\vec{U}_R=0\end{aligned}\right\}. \tag{22}$$

При заданном векторе $\vec{U}_s$ система (22) позволяет определить вектора $\vec{U}_R$ и $\vec{i}_{rs}$ (в двигательном режиме удобнее использовать ток сети, поступающий в машину $\vec{i}_{cs}=-\vec{i}_{rs}$) и построить векторную диаграмму асинхронной емкостной машины.

В заключение преобразуем выражение (15) для стационарного режима. Вводя сопряженный комплекс $\dot{\vec{U}}_R=U_{Rq}-jU_{Rd}$, можем записать:

$$U_{sd}U_{Rq}-U_{sq}U_{Rd}=\operatorname{Im}\vec{U}_s\dot{\vec{U}}_R.$$

Из второй строчки уравнения (22) имеем:

$$\dot{\vec{U}}_R=\frac{s\omega_FN\dot{\vec{U}}_s}{s\omega_FC_{Rc}-jg_R^H},$$

где $\dot{\vec{U}}_s$—сопряженный комплекс.
Подставляя эти выражения в (15) и производя необходимые вычисления, получаем:

$$M_{эм}=\frac{3}{2}p\frac{s\omega_F(g_R^H)NU_s^2}{(g_R^H)^2+(s\omega_FC_{Rc})^2}. \tag{23}$$

Максимальные значения ($M_{эм}$) наступают при скольжениях

$$s_m=\pm g_R^H(\omega_FC_{Rc})^{-1}=\pm(g_R+g_{RH})(\omega_FC_{Rc})^{-1}. \tag{24}$$

Положительные скольжения $s>0$ имеют место в двигательном режиме ($0 \leqslant s \leqslant 1$) и в режиме противовключения ($s > 1$). Отрицательные скольжения соответствуют генераторному режиму. Максимальное значение электромагнитного момента для положительных скольжений (по модулю совпадает с экстремальным значением в генераторном режиме) равно

$$M_{\text{эм max}} = \frac{3}{4} p \frac{N}{C_{Кс}} U_s^2 \tag{25}$$

и не зависит от величины активных сопротивлений, введенных в цепь ротора. В выражении (25) используется амплитудное фазное напряжение U_s. С учетом (24) и (25) выражение (23) можно представить в виде

$$M_{\text{эм}} = M_{\text{эм max}} \frac{2ss_m}{s^2 + s_m^2}. \tag{26}$$

Выражение (26) повторяет соответствующую зависимость $M_{\text{эм}}(s)$ для асинхронных машин индуктивного типа (уравнение Клосса). Изменяя величину активных сопротивлений, вводимых в роторные цепи (при фазной конструкции ротора), можно изменять величину s_m (см. уравнение (24)) и, следовательно, величину пускового момента. При этом в отличие от асинхронных машин индуктивного типа увеличение активного сопротивления (уменьшение g_{RH}) приводит к сдвигу s_m в сторону малых скольжений.

Разработанные в работе ([1]) и настоящей статье основы теории емкостных машин переменного тока позволяют на базе соответствующих алгебраических и дифференциальных уравнений с единых позиций описывать обширный класс электрических машин емкостного типа, как синхронных, так и асинхронных. Доказанная авторами теорема преобразования для емкостных машин позволяет однозначно, на основе анализа матрицы емкостей и матрицы проводимостей, определять возможность перехода в пространство новых переменных, в котором дифференциальные уравнения имеют постоянные коэффициенты при постоянной скорости вращения. Для синхронных и асинхронных машин трехфазного тока определены матрицы емкостей для натуральных переменных; даны матрицы преобразования Ляпунова для перехода к новым переменным в пространстве Горева—Парка; приведены две системы основных дифференциальных уравнений в пространстве Горева—Парка соответственно для синхронных и асинхронных машин; получены выражения для электромагнитных моментов этих машин в новых переменных. Рассмотрены стационарные симметричные режимы и получены векторные уравнения для построения векторных диаграмм. Несмотря на то, что в этой работе авторы не исследовали переходные процессы и стационарные несимметричные режимы емкостных машин (анализ этих процессов и режимов должен базироваться на решении предложенных в работе дифференциальных уравнений), общая структура уравнений и анализ симметричных стационарных режимов позволяет утверждать, что между емкостными и индуктивными машинами переменного тока несмотря на их принципиальные отличия имеется много аналогий и в целом эти типы машин являются дуальными друг относительно друга. Оба типа этих машин должны быть отнесены к электродинамике (в настоящее время по УДК емкостные машины находятся в разделе «электростатика»).

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Գ. ԻՈՍԻՖՅԱՆ, Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

Փոփոխական հոսանքի ունակային ասինխրոն մեքենաների տեսության հիմունքները

Աշխատանքում դիտարկված են ունակային ասինխրոն մեքենաներ, տըրված են համապատասխան հանրահաշվական և դիֆերենցիալ հավասարումները։ Այդ հավասարումները թույլ են տալիս ուսումնասիրել մեքենայի ստացիոնար ռեժիմները և անցողիկ պրոցեսները։ Ստացված է էլեկտրամագնիսական մոմենտի արտահայտությունը նոր փոփոխականների միջոցով։ Ստացիոնար պրոցեսների դեպքում էլեկտրամագնիսական մոմենտը արտահայտված է ցանցի լարումի, ասինխրոն մեքենայի պարամետրների և սահքի միջոցով։ Որոշված է մաքսիմալ մոմենտի արտահայտությունը և համապատասխան սահքը, որի դեպքում տեղի ունի մոմենտը այդ էկստրեմալ արժեքը։

Ցույց է տրված, որ մոմենտի փոփոխությունը սահքից նորից հանգեցնում է Կլոսսի հավասարմանը, որը ստացված է ինդուկտիվ ասինխրոն մեքենաների համար։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян,* ДАН АрмССР, т. 73, № 1 (1981). [2] *А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян,* ДАН АрмССР, т. 63, № 2 (1976).