

УДК 621.313.+621.319.33.01

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Академик АН Армянской ССР А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян

**Основы теории синхронных емкостных машин
переменного тока**

(Представлено 14/VII 1981)

Электрические машины в зависимости от принципа осуществления (реализации) взаимного преобразования механической и электромагнитной энергий подразделяются на два больших типа:

- а) индуктивные (магнито-индукционные) электрические машины;
- б) емкостные (электро-индукционные) электрические машины.

В электрических машинах индуктивного типа в соответствии с их принципиальными конструктивными особенностями преобразование электромеханической энергии осуществляется в основном за счет изменяющегося магнитного потока взаимной индукции, а влиянием электрических потоков взаимной индукции на процессы преобразования в машинах этого типа можно пренебречь. В основу построения теории электрических машин индуктивного типа положена матрица индуктивностей электрических цепей машины, состоящих из обмоток. В электрических машинах емкостного типа (электрические цепи образованы электродами) преобразование электромеханической энергии осуществляется в основном за счет изменяющегося электрического потока взаимной индукции, а влиянием магнитных потоков взаимной индукции на процессы энергообмена в этих машинах можно пренебречь. В основу построения теории емкостных электрических машин должна быть положена матрица емкостей электрических цепей таких машин. Указанные два принципа энергообмена в электрических контурах были исследованы в работе (¹), из которой следует, что возможна реализация и третьего типа электрических машин, которые можно будет отнести к индуктивно-емкостным электрическим машинам, в которых при энергообменных процессах существенную роль будут играть оба потокоцепления—как магнитное, так и электрическое. Теория таких машин должна базироваться на использовании одновременно матрицы индуктивностей и матрицы емкостей. В настоящее время вся мировая электромашинная энергетика (генерация электрической энергии и ее преобразование в механическую) практически базируется только на электрических машинах индуктивного типа, для которых имеется раз-

работанная и проверенная на практике общепризнанная теория, охватывающая машины переменного и постоянного тока. Хотя конструктивная реализация электрических машин емкостного типа была осуществлена почти одновременно с машинами индуктивного типа, однако ввиду целого ряда специфических особенностей эти машины не получили широкого распространения и применения, чем очевидно можно объяснить отсутствие до сих пор основ общей теории емкостных машин переменного тока (2-6). Что касается машин индуктивно-емкостного типа, то здесь предстоит разработка как их конструктивных реализаций, так и соответствующей теории. Авторы разработали основы теории емкостных машин переменного тока с использованием общей методологии, принятой при исследовании индуктивных машин переменного тока, основные положения которой даются ниже.

Основные уравнения емкостных машин переменного тока (синхронных и асинхронных) в матричной записи для натуральных переменных имеют вид:

$$Q = CU, \quad I = -\frac{dQ}{dt}, \quad I_n = GU, \quad I = I_n + I_r, \quad (1)$$

где соответствующие матрицы представляют: $Q(n \times 1)$ — электрические заряды (электрические потокоцепления), $C(n \times n)$ — собственные и взаимные емкости, $U(n \times 1)$ — напряжения на электродах и зажимах машины, $I(n \times 1)$ — токи электродов, $I_n(n \times 1)$ — межэлектродные токи проводимости, $G(n \times n)$ — межэлектродные проводимости, $I_r(n \times 1)$ — токи генерации, они же токи, поступающие во внешнюю цепь при генераторном режиме машины. В двигательном режиме токи, поступающие из внешней сети в машину $I_c = -I_r$.

На основе (1) получаем дифференциальные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ}{dt} + GU &= -I_r, & \frac{dQ}{dt} &= -AQ - I_r, \\ \frac{dU}{dt} &= -BU - C^{-1}I, & \frac{dI}{dt} &= -DI + A \frac{d}{dt}(A^{-1}I_r) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где матрицы A , B , C однородных дифференциальных уравнений выражаются через матрицы емкостей и проводимостей и равны

$$A = GC^{-1}, \quad B = C^{-1} \left(\frac{dC}{dt} + G \right), \quad D = A + A \frac{dA^{-1}}{dt}. \quad (3)$$

При этом предполагается, что матрица емкостей C является неособенной матрицей во всем диапазоне изменения угла γ . Угол γ определяет положение ротора относительно статора, выражается в электрических градусах и связан со скоростью вращения ротора

$$\gamma = \int_0^t \omega dt + \gamma_0.$$

Электромагнитный момент емкостной машины

$$M_{эм} = -\frac{p}{2} U^T \frac{\partial C(\gamma)}{\partial \gamma} U, \quad (4)$$

где U^T — транспонированная матрица напряжений, p — число пар полюсов.

Уравнение движения ротора

$$\frac{I}{p} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \frac{k}{p} \frac{d\gamma}{dt} + M_{эм} = M_{вн}, \quad (5)$$

где I — момент инерции, $M_{вн}$ — внешний момент.

Система дифференциальных уравнений (2) совместно с дифференциальным уравнением движения инерциальных масс (5) описывают в общем случае стационарные и нестационарные режимы емкостной машины переменного тока.

Поскольку уравнения (2) емкостной машины, записанные для натуральных переменных, являются дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами и их решение затруднительно, то возникает необходимость исследовать вопрос возможности перехода в пространство новых переменных, для которых система дифференциальных уравнений записывается с постоянными коэффициентами.

Доказана следующая

Теорема преобразования. *Если емкостная электрическая машина переменного тока такова, что:*

а) ее матрица емкостей $C(\gamma)$ (γ — угол положения ротора относительно статора) обладает следующими свойствами:

1°) является непрерывной периодической матрицей в интервале $0 \leq \gamma \leq \infty$;

2°) имеет непрерывную периодическую производную $\frac{dC(\gamma)}{d\gamma}$ в интервале $0 \leq \gamma \leq \infty$;

3°) определитель $\det C(\gamma)$ ограничен по модулю снизу положительной постоянной, т. е. матрица $C(\gamma)$ является неособенной для $\gamma \geq 0$;

б) ее матрица проводимостей G либо обладает теми же свойствами, что и матрица $C(\gamma)$, либо в частном случае

4°) является неособенной постоянной матрицей, то эти условия являются необходимыми и достаточными для существования преобразования в новые системы координат с новыми электрическими зарядами, напряжениями и токами, в которых система дифференциальных уравнений электрических цепей такой машины при постоянной скорости вращения ротора записывается с постоянными коэффициентами.

Доказательство теоремы проводится аналогично доказательству соответствующей теоремы для машин переменного тока индуктивного типа (7).

Такое пространство новых переменных, как и для индуктивных

электрических машин, будем называть пространством Горева—Парка. Переход к новым переменным осуществляем с помощью матриц преобразования Ляпунова L_a и L_b размерностью $(n \times n)$

$$\left. \begin{aligned} Q &= L_a Q_*, \quad U = L_b U_*, \quad I = L_a I_* \\ I_r &= L_a I_{r*}, \quad I_n = L_a I_{n*} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где Q_* , U_* , I_* , I_{r*} , I_{n*} — матрицы-столбцы новых переменных в пространстве Горева—Парка.

Все известные авторам реализованные емкостные машины переменного тока—многофазные и однофазные удовлетворяют условиям теоремы преобразования. Производя необходимые преобразования, получаем для емкостных машин, которые удовлетворяют теореме, следующие выражения для матриц в новом пространстве:

$$\left. \begin{aligned} C_* &= L_a^{-1} C L_b & G_{*0} &= L_a^{-1} G L_b \\ \Omega &= L_a^{-1} \frac{dL_a}{dt} & G_* &= \Omega G_* + G_{*0} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где постоянные матрицы соответственно названы C_* — матрица емкостей, G_* — матрица проводимостей, G_{*0} — частичная матрица проводимостей, Ω — матрица вращения.

Уравнения (1) соответственно преобразуются в

$$Q_* = C_* U_*, \quad I_* = -\frac{dQ_*}{dt} - \Omega Q_*, \quad I_* = I_{n*} + I_{r*}. \quad (8)$$

В пространстве Горева—Парка ток электродов I_* получает дополнительную составляющую, обусловленную матрицей вращения Ω . Эту составляющую назовем матрицей токов вращения

$$I_{*w} = \Omega Q_* = \Omega C_* U_*. \quad (9)$$

С учетом (9) выражение токов электродов примет вид:

$$I_* = -\frac{dQ_*}{dt} - I_{*w}. \quad (10)$$

Основные дифференциальные уравнения емкостной машины в пространстве Горева—Парка для электрического потокосцепления и напряжения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_*}{dt} + G_* U_* &= -I_{r*}, & C_* \frac{dU_*}{dt} + G_* U_* &= -I_{r*} \\ \frac{dQ_*}{dt} + (G_* C_*^{-1}) Q_* &= -I_{r*} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Применим полученные уравнения для случая трехфазной симметричной синхронной емкостной машины, статор которой состоит из фазных электродов, занимающих в электрических градусах угол $\alpha_s = \pi/3$ радиан, а ротор содержит электроды возбуждения с углами $\alpha_f = \pi$ (полно-электродная машина).

Матрицы емкостей и проводимостей такой машины будут

$$C(\gamma) = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} & C_{af} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} & C_{bf} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} & C_{cf} \\ C_{fa} & C_{fb} & C_{fc} & C_{ff} \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_f \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Элементы матрицы емкостей равны:

$$C_{aa} = C_{bb} = C_{cc} = C_a = \text{const}, \quad C_{ab} = C_{ac} = C_{ba} = C_{bc} = C_{ca} = C_{cb} = n = \text{const}, \\ C_{af} = C_{fa} = -C_1 \cos \gamma, \quad C_{bf} = C_{fb} = -C_1 \cos (\gamma - \rho), \quad C_{cf} = C_{fc} = -C_1 \cos (\gamma + \rho), \\ C_{ff} = \text{const}, \quad \rho = 2\pi/3.$$

Матрицы натуральных переменных

$$\left. \begin{aligned} Q &= (q_a \ q_b \ q_c \ q_f), \quad I = (i_a \ i_b \ i_c \ i_f), \quad U = (u_a \ u_b \ u_c \ u_f) \\ I_n &= (i_{na} \ i_{nb} \ i_{nc} \ i_{nf}), \quad I_r = (i_{ra} \ i_{rb} \ i_{rc} \ i_{rf}) \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

Индексами a, b, c, f обозначены величины трех фаз и цепи возбуждения.

Матрицы уравнения (12) удовлетворяют условиям теоремы преобразования.

Переход в пространство Горева—Парка для такой машины осуществляется матрицами Ляпунова вида:

$$L_a = \begin{bmatrix} 1 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 1 & \cos (\gamma - \rho) & \sin (\gamma - \rho) & 0 \\ 1 & \cos (\gamma + \rho) & \sin (\gamma + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L_b = \begin{bmatrix} 1 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 1 & \cos (\gamma - \rho) & \sin (\gamma - \rho) & 0 \\ 1 & \cos (\gamma + \rho) & \sin (\gamma + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3/2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Переменные в новом пространстве снабжаем индексами $0, d, q, r$.

$$Q_* = (q_0 \ q_d \ q_q \ q_r), \quad U_* = (u_0 \ u_d \ u_q \ u_r), \quad I_* = (i_0 \ i_d \ i_q \ i_r), \\ I_{r*} = (i_{r0} \ i_{rd} \ i_{rq} \ i_{rr}), \quad I_{n*} = (i_{n0} \ i_{nd} \ i_{nq} \ i_{nr}). \quad (15)$$

Переход от этих переменных к натуральным переменным задается уравнениями (6). Обратный переход осуществляют уравнения (16)

$$Q_* = L_a^{-1} Q, \quad U_* = L_b^{-1} U, \quad I_* = L_a^{-1} I, \quad I_{r*} = L_a^{-1} I_r, \quad I_{n*} = L_a^{-1} I_n. \quad (16)$$

Обратные матрицы Ляпунова имеют вид:

$$L_a^{-1} = \begin{vmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 \cos \gamma & 2/3 \cos(\gamma - \rho) & 2/3 \cos(\gamma + \rho) & 0 \\ 2/3 \sin \gamma & 2/3 \sin(\gamma - \rho) & 2/3 \sin(\gamma + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Матрица L_b^{-1} отличается от матрицы L_a^{-1} элементом в правом нижнем углу ($i=j=4$), который равен $2/3$. Производя вычисления в соответствии с уравнениями (7), получаем матрицы в пространстве Горева — Парка

$$C_* = \begin{vmatrix} C_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{sc} & 0 & -N \\ 0 & 0 & C_{sc} & 0 \\ 0 & -N & 0 & C_r \end{vmatrix}; \quad C_{*0} = \begin{vmatrix} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_r \end{vmatrix} \quad (18)$$

$$\Omega = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad G_* = \begin{vmatrix} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & \omega C_{sc} & 0 \\ 0 & -\omega C_{sc} & g & \omega N \\ 0 & 0 & 0 & g_r \end{vmatrix}, \quad (19)$$

где элементы новых матриц равны:

$$C_0 = C_a + 2n, \quad C_{sc} = C_a - n, \quad N = 3/2 C_1, \quad C_r = 3/2 C_{ff}, \quad g_r = 3/2 g_f.$$

При постоянной скорости вращения ($\omega = d\gamma/dt = \text{const}$) матрицы Ω и G_* совместно с матрицами C_* и G_{*0} являются постоянными матрицами и, следовательно, дифференциальные уравнения емкостной машины в новом пространстве имеют постоянные коэффициенты.

Уравнение $Q_* = C_* U_*$ для составляющих примет вид:

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= C_0 U_0, & q_d &= C_{sc} U_d - N U_r \\ q_q &= C_{sc} U_q, & q_r &= -N U_d + C_r U_r \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Уравнение $-C_* \frac{dU_*}{dt} = G_* U_* + I_{r*}$ (см. второе уравнение системы (11)) в развернутом виде будет:

$$\left. \begin{aligned} -C_0 \frac{dU_0}{dt} &= g U_0 + i_{r0} \\ -C_{sc} \frac{dU_d}{dt} + N \frac{dU_r}{dt} &= g U_d + \omega C_{sc} U_q + i_{rd} \\ -C_{sc} \frac{dU_q}{dt} &= -\omega C_{sc} U_d + g U_q + \omega N U_r + i_{rq} \\ N \frac{dU_d}{dt} - C_r \frac{dU_r}{dt} &= g_r U_r + i_{rr} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Последнее уравнение системы (11) в явном виде будет:

$$\begin{aligned}
-\frac{dq_0}{dt} &= (e_0 g) q_0 + i_{r0} \\
-\frac{dq_d}{dt} &= (e_{11} g) q_d + \omega q_q + (e_{12} g) q_r + i_{rd} \\
-\frac{dq_q}{dt} &= (\omega \beta_1) q_d + (e_1 g) q_q + (\omega \beta_2) q_r + i_{rq} \\
-\frac{dq_r}{dt} &= (e_{21} g_r) q_d + (e_{22} g_r) q_r + i_{rr}
\end{aligned} \quad (22)$$

где обозначены

$$\begin{aligned}
e_0 &= C_0^{-1}, \quad e_q = C_{sc}^{-1}, \quad e_{11} = (\sigma C_r)^{-1}, \quad e_{22} = (\sigma C_{sc})^{-1} \\
e_{12} = e_{21} &= \sqrt{\frac{1-\sigma}{C_{sc} C_r}}, \quad \sigma = 1 - \frac{N^2}{C_{sc} C_r}, \quad \beta_1 = \frac{N^2 - C_{sc}^2}{\sigma C_{sc} C_r}, \quad \beta_2 = \frac{N(C_r - C_{sc})}{\sigma C_{sc} C_r}
\end{aligned} \quad (23)$$

Не выписывая в явном виде остальные уравнения, которые не трудно получить, имея (18) и (19), приведем выражение для электромагнитного момента в переменных нового пространства.

Преобразовывая уравнение (4), получаем:

$$M_{эм} = -\frac{3}{2} p N U_q U_r = -\frac{3}{2} p (q_q U_d - q_d U_q). \quad (24)$$

В (24) используются амплитудные значения переменных напряжений и зарядов.

В заключение рассмотрим симметричный стационарный режим трехфазной синхронной машины.

Для стационарных режимов все производные новых переменных по времени равны нулю. Для симметричных режимов переменные нулевой последовательности равны нулю. С учетом этих обстоятельств вместо уравнений (21) получаем, вводя комплексные векторы в плоскости d и q , аналогично векторным диаграммам синхронных индуктивных машин

$$\vec{U} = U_q + j U_d, \quad \vec{I}_r = i_{rq} + j i_{rd} \quad j = \sqrt{-1} \quad (25)$$

$$g \vec{U} + j \omega C_{sc} \vec{U} + \omega N U_r + \vec{I}_r = 0. \quad (26)$$

Вводя вектор эдс холостого хода

$$\vec{E}_0 = j E_0 = j \frac{N}{C_{sc}} U_r, \quad (27)$$

получаем векторное уравнение емкостной синхронной машины

$$\vec{U} = \vec{E}_0 + j x_c \vec{I}_r + j \varepsilon \vec{U}, \quad (28)$$

где $x_c = (\omega C_{sc})^{-1}$, $\varepsilon = g(\omega C_{sc})^{-1}$.

Последнее уравнение позволяет легко построить векторные диаграммы синхронной емкостной машины. Из этих диаграмм следует, что при активно-емкостной нагрузке автономно работающего синхронного емкостного генератора напряжение на зажимах U по модулю меньше, чем эдс холостого хода E_0 . Реакция якоря в этом случае носит «раз-заряживающий» характер.

Ереванский политехнический институт

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Ղ. ԻՍՍԻՅԱՆ, Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

Փոփոխական հոսանքի ունակային սինխրոն մեխանիզմների տեսության հիմունքները

Տրված են փոփոխական հոսանքի ունակային մեքենաների հանրահաշվական և դիֆերենցիալ հավասարումները մատրիցային տեսքով: Բերված է մեքենայի էլեկտրամագնիսական մոմենտի արտահայտությունը: Ապացուցված է ձևափոխման թեորեմը: Թեորեմը ցույց է տալիս այն անհրաժեշտ և բավարար պայմանները, որոնց պետք է բավարարեն էլեկտրական մեքենայի ունակության և հաղորդականության մատրիցաները, որպեսզի ունակային մեքենայի փոփոխական գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումները ձևափոխվեն հաստատուն գործակիցներ ունեցող դիֆերենցիալ հավասարումների, որտեղ օգտագործվում են նոր փոփոխականներ: Նշված ձևափոխությունը կատարվում է կյապունովի մատրիցաների միջոցով: Աշխատանքի այդ մասի տեսությունը վերաբերվում է սինխրոն և ասինխրոն ունակային էլեկտրական մեքենաներին: Ունակային սինխրոն մեքենայի համար տրված են համապատասխան հավասարումները:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Г. Иосифьян, ДАН АрмССР, т. 67, № 4 (1978). ² Л. С. Полотовский, Емкостные машины постоянного тока высокого напряжения, ГЭИ, 1960. ³ Электростатические ускорители заряженных частиц. Под ред. Вальтера А. К., М., 1963. ⁴ Ф. Тэмзесеску, Р. Крамарюк, Электростатика в технике, М., Энергия, 1980. ⁵ И. П. Копылов, Применение вычислительных машин в инженерно-экономических расчетах, М., Высшая школа, 1980. ⁶ А. А. Бальчитис, Емкостная подобласть индукционных процессов преобразования потоков энергии, Минтис, Вильнюс, 1973. ⁷ Г. Л. Арешян, ДАН АрмССР, т. 56, № 4 (1973).