ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXII 1981 5

УДК 519.8

МАТЕМАТИКА

Э. М. Погосян

О разрешимости проблемы адаптации шахматных алгоритмов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 26/I 1981)

1. В 1950 г. К. Шеннон в ([1]) сформулировал проблему построения «самоулучшающейся» программы, «вырабатывающей собственные принципы игры», которую считал наиболее существенной в шахматном программировании. Ниже доказывается разрешимость проблемы Шеннона, формализованной в виде требования о построении алгоритма итеративной оптимизации шахматных алгоритмов при «разумных» ограничениях на стоимость каждого шага итерации. Соответствующая проблема выделяется из проблемы адаптации комбинаторных алгоритмов при ограничениях типа 1 (ПАКА1), сформулированной в ([2]), снятием требования о строго последовательном усилении гипотез при каждом акте их преобразования. Разрешимость же доказывается в предположении о том, что класс шахматных алгоритмов задается посредством некоторого исчисления с конечным числом правил вывода. Последнее позволяет построить процедуру перечисления всех сочетаний из сравнительно небольшого числа шахматных алгоритмов и, последовательно проверяя в них наличие более сильного алгоритма, чем текущий алгоритм, в пределе с определенной точностью построить оптимальный. Возможность же необходимых локальных проверок следует из приведенной в ([3]) теоремы 2, знакомство с которой, а также с работой ([4]) предполагается.

2.1. ПАКА2 определим как проблему, в которой при заданной комбинаторной оптимизационной проблеме L, множестве алгоритмов U, предназначенных для разрешения L, квазифункциональном отношении $\rho \subseteq U \times U$ и пороге $\Delta^*_2(t)$ на допустимое число элементарных вычислений при построении очередной t-ой гипотезы требуется построить алгоритм предельных вычислений, моделирующий ρ. Произвольную ПАКА2, в которой L есть α—приближенная проблема оптимального управления в шахматах (ПОУ^ш), U—заданное множество разрешающих алгоритмов ПОУ^ш, U^*—подмножество всех оптимальных в ПОУ^ш алгоритмов из U и $\rho \subseteq U \times U^*$, назовем *шахматной* (ПАКА2^ш).

Отметим, что хотя в ПАКА2^{ш} предполагается, что $U^* \neq \varnothing$, однако и в противном случае смысл нижеследующих утверждений сохраняется, если вместо оптимальных в ПОУ^{ш} решений рассматривать наилучшие из U.

2.2. Покажем, что ПАКА2^{ш} при наличии процедуры последовательного порождения определенной длины наборов алгоритмов для ПОУ^{ш} становится разрешимой.

Для упрощения дальнейших рассуждений без искажения существа рассматриваемых вопросов вместо величин $k_1^i + k_2^i$, $l_1^i + l_2^i$ — указателей выхода из неопределенных зон в теореме 2 из ([3]) нам будет удобно оперировать с величинами $m = 2\max(\max\limits_{f_i \in F^*} k_1^i, \max\limits_{f_i \in F^*} k_2^i) + 1$ и $m' = 2\max(\max\limits_{f_i \in F^*} l_1^i, \max\limits_{f_i \in F^*} l_2^i) + 1$.

Предикатом усиления назовем предикат, который для алгоритма i (с i-го абсолютного места) и произвольных z других алгоритмов, разрешающих ПОУ^{ш}, проверяет, проигрывает ли i каждой из z и имеется ли среди z алгоритмов такой, который выигрывает не только у i, но также у всех остальных из z.

Как следует из теоремы 2 из ([3]), выполнение предиката усиления при $z \geqslant m$ является достаточным условием при выборе алгоритма сильнее чем i.

Пусть $\psi_z(t)$ — процедура, порождающая по $z > 0$ алгоритмов из U в ПАКА2^{ш} такая, что для произвольной z-ки s существует t, $1 \leqslant t < \infty$, при которой $\psi_z(t) = s$. Пусть также $\Delta(\psi_z, t)$ — число элементарных вычислений, необходимое для порождения процедурой $\psi_z(t)$ произвольных z алгоритмов, разрешающих ПОУ^{ш}, и проверки для них предиката усиления относительно заданного алгоритма i.

Будем говорить, что алгоритм ω *разрешает* ПАКА2^{ш} *с точностью* l, если для произвольного $f \in U$ предельное решение $\omega(f)$ отлично от истинного решения ПОУ^{ш} не более чем на l абсолютных мест.

Справедлива следующая

Теорема 1. *Произвольная* ПАКА2^{ш}, *для которой существует процедура порождения* $\psi_z(t)$ *при* $z \geqslant m$ *и* $\Delta^*(t) \geqslant \Delta\psi_z(t)$, *разрешима с точностью* $m' + z$.

2.3.1. Итак, вопрос разрешимости ПАКА2^{ш} нами сведен к вопросу о возможности построения порождающей процедуры $\psi_z(t)$ при $z \geqslant m$ с достаточно хорошей оценкой $\Delta(\psi_z, t)$ на число элементарных вычислений при построении t-ой гипотезы. Покажем осуществимость указанной процедуры при некоторых достаточно естественных требованиях к множеству разрешающих алгоритмов ПОУ^{ш}.

2.3.2. Пусть $\Gamma_n^k(t)$ — определенный в ([5]) алгоритм порождения Δ_n^k — наборов длины $1 \leqslant k \leqslant n$. Справедлива следующая

Теорема 2. *Для произвольных множества* **B**, *с порождающим алгоритмом* $\psi_1(x)$ *(без повторений) и* $z > 0$, *алгоритм* $\psi_z(t)$

такой, что $\psi_2(1)=\{\psi_1(1), \ldots, \psi_1(z)\}$ *и* $\psi_2(t)=\{\psi_1(n), \psi_1((\Gamma^{z-1}_{n-1}(t-C^{z-1}_{n-1}))_1), \ldots$ $\ldots, \psi_1((\Gamma^{z-1}_{n-1}(t-C^{z-1}_{n-1}))_{z-1})\}$ *при* $C^z_{n-1}<t\leqslant C^z_n$ *и* $n>z$, *порождает все* z*-ки из* **B** *(без повторений).*

2.3.3. Опишем порождающую процедуру для класса разрешающих алгоритмов ПОУ^ш, выделяемого при предположениях достаточно общего типа.

Как следствие гипотезы об оптимальном в ПОУ^ш алгоритме нами в ([2]) был определен класс алгоритмов **B**, которому предположительно принадлежит оптимальный. Каждый элемент **B** задается конкретизацией алгоритмов синтеза стратегий и поиска в тезаурусе, координатора и тезауруса. В свою очередь в каждом из указанных механизмов порождения элементов **B** имеется свое, будем полагать, конечное число других механизмов преобразования алгоритмов или *регуляторов*. Можно, например, выделить в **B** регуляторы, основанные на следующих принципах:

1) накопления закономерностей, в частности, посредством включения в тезаурус закономерностей из списков, которые либо заданы априори, либо должны быть извлечены из заданных текстов или полностью синтезированы;

2) оптимизации заданных закономерностей, в частности, их детерминизации, компактизации записей, увеличения общности применения, уточнения степени правдоподобия, организации взаимного расположения в тезаурусе и др.;

3) оптимизации алгоритмов построения стратегических планов, вычисления правдоподобия целей, поиска в тезаурусе, синтезе стратегий, координатора и др.

Тем самым можно считать, что классы типа **B** определяются конкретизацией индивидуально распознаваемых состояний каждого из заданных l регуляторов, вообще говоря, с бесконечными областями их изменения. Требование же индивидуальной распознаваемости уточняется посредством предположения о том, что все состояния каждого регулятора пронумерованы и заданы кодирующие-декодирующие операторы перехода от состояния произвольного регулятора к его номеру и наоборот. Произвольное множество алгоритмов вышеуказанного типа при $l>0$ назовем l *-порожденным.*

Ясно, что особо интересны l -порожденные множества, содержащие оптимальный для ПОУ^ш алгоритм, а вопрос построения соответствующей полной системы регуляторов естественно ставить в рамках принятой гипотезы об этом алгоритме.

Будем говорить, что l-порожденное множество с *независимой регуляцией*, если произвольный алгоритм этого множества, полученный в результате применения заданной выборки регуляторов, не зависит от порядка их применения; в противном случае будем говорить о *зависимой регуляции.*

При наличии подходящих кодирующих-декодирующих операторов вопрос генерации алгоритмов l-порожденного множества $\mathbf{B}^l$ можно свести к вопросу генерации l-ичных чисел. Действительно, если $\mathbf{B}^l$—множество с зависимой регуляцией и алгоритм $f \in \mathbf{B}^l$ получен установкой регулятора i_1 в состояние j_1, ..., регулятора i_r в состояние j_r, то код $\xi_1(f)$ определим как l-ичное число $\underbrace{i_1 \ldots i_1}_{j_1} \cdot \cdot \cdot \underbrace{i_r \ldots i_r}_{j_r}$, где $1 \leqslant r \leqslant l$.

В свою очередь произвольное l-ичное число A интерпретируем как код определенного алгоритма $\xi_1^{-1}(A)$ из $\mathbf{B}^l$, полученного установкой регулятора $(A)_1$ в 1-ое состояние, регулятора $(A)_2$ в 1-ое состояние, если $(A)_2 \neq (A)_1$, и во 2-ое состояние, в противном случае, и т. д., регулятора $(A)_i$ в $(j+1)$-ое состояние, где $1 \leqslant i \leqslant l$, а j—кратность появления элемента i в A.

Ясно, что для произвольных $f \in \mathbf{B}^l$ и l-ого числа A $\xi_1^{-1}\xi_1(f)=f$ и $\xi_1\xi_1^{-1}(A)=A$.

Если же $\mathbf{B}^l$ с независимой регуляцией и $f \in \mathbf{B}^l$, то код $\xi_2(f)$ определим как l-ое число, полученное из $\xi_1(f)$ упорядочением чисел $(\xi_1(f))_1, \ldots, (\xi_1(f))_{|\xi_1(f)|}$ в порядке их возрастания, а $\xi_2^{-1}(A)=\xi_1^{-1}(A)$. Поскольку последовательность применения регуляторов не влияет на структуру порожденных алгоритмов, то $\xi_2^{-1}\xi_2(f)=f$ (с точностью до эквивалентности алгоритмов).

Пусть теперь $\psi_1^{l1}(x)$—алгоритм, который по произвольному натуральному числу x в десятичной записи выдает l-ое представление x, а $\psi_1^{l2}(x)$ при $x=1, 2, \ldots$ выдает в порядке возрастания (без пропусков) те l-ые числа, в каждом из которых элементы младших разрядов не превышают элементов старших. Очевидна следующая

Теорема 3. *Алгоритм* $\xi_1^{-1}\psi_1^{l1}(x)(\xi_1^{-1}\psi_1^{l2}(x))$ *при* $x=1, 2, \ldots$ *перечисляет без повторений элементы l-порожденного множества* $\mathbf{B}^l$ *с зависимой (независимой) регуляцией.*

Заметим, что при допущении повторений процедуру ψ_1^{l1} можно использовать и при независимой регуляции. Отметим также, что процедуры $\xi_1^{-1}\psi_1^{l1}$ и $\xi_1^{-1}\psi_1^{l2}$ можно использовать при перечислении всевозможных выводов в исчислениях, поскольку каждое l-порожденное множество можно интерпретировать как множество выводов заданного исчисления с l правилами вывода, в котором независимой регуляции соответствуют выводы, эквивалентные при разных последовательностях применения заданной выборки правил.

2.3 4. В нижеследующей теореме 4 дается положительный ответ на вопрос о разрешимости ПАКА2^ш с l-порожденным множеством алгоритмов для ПОУ^ш.

Пусть $c=\max\limits_{1 \leqslant i \leqslant 5} c_i$, где c_i при $i=1, \ldots, 5$—число элементарных вычислений для сравнения, сложения, умножения, деления и вычитания двух чисел, соответственно, а $c_м$ и $c_д$—число элементарных вычислений для проведения одного матча и перехода от l-ичного кода алгоритма к самому алгоритму посредством декодирующего оператора ξ_1^{-1}, соответственно. Справедлива следующая

Теорема 4. *Произвольная* ПАКА$2^{ш}$ *с l-порожденным множеством алгоритмов для* ПОУ^{ш} *и* $\Delta^*(t) \geqslant 2c_м m^2 + 5cm(1+\log_l(t+m+2)) + c_д m$ *разрешима с точностью* $m+m'$.

Отметим, что в приведенной выше оценке $\Delta(\psi_z, t)$ не рассмотрена сложность достижения того или иного состояния регуляторов. Такое пополнение в нашем представлении возможно лишь после дальнейших исследований сложности синтеза знаний.

Доказательство теоремы 4 одновременно дает нам определенный метод адаптации шахматных алгоритмов—*метод локальных турниров*—1 (МЛТ-1), который при известных состояниях регуляторов заданного множества l-порожденных алгоритмов доставляет с определенной точностью наилучший алгоритм этого множества посредством перечисления всех z-ок из него и проверки для них предиката усиления.

Отметим также, что при адаптации шахматных алгоритмов каждая текущая гипотеза уже является решением (быть может, и не оптимальным), а стимулом к ее преобразованию служит выполнимость локально вычислимого предиката усиления. Аналогичным стимулом при индуктивном синтезе программ по примерам их работы ([6]) является рассогласованность гипотезы с очередным анализируемым примером. При этом гипотезы, которые могут и не принадлежать классу решений проблемы, последовательно обобщаются до построения в пределе искомого решения.

3. Разрешимые ПАКА2 можно дополнить требованием выбора оптимальных относительно заданного оператора качества алгоритмов. При использовании временной сложности выбор оптимального алгоритма будет существенно зависеть от соотношения между заданными точностью решений, значением $\Delta^*(t)$, кратностью просмотра порождающих алгоритмов и др. В нижеследующей теореме 6 утверждается возможность и выделяются условия однократного порождения z-ок алгоритмов процедурой ψ_z при поиске оптимального.

Теорема 5. *Произвольная* ПАКА$2^{ш}$, *для которой существует процедура порождения* $\psi_{2m'}(t)$ *при* $\Delta^*(t) \geqslant \Delta(\psi_{2m'}, t)$ *и однократном последовательном порождении* $2m'$*-ок посредством* $\psi_{2m'}(t)$ *разрешима с точностью* $3m'$.

Теорема 6. *Произвольная* ПАКА$2^{ш}$ *с l-порожденным множеством алгоритмов для* ПОУ^{ш} *и* $\Delta^*(t) \geqslant 8c_м(m')^2 + 10cm'(1+\log_l(t+2m'+2)) + 2c_д m'$ *разрешима с точностью* $3m'$ *при однократном последовательном порождении* $2m'$*-ок алгоритмов.*

Доказательство теоремы 6 легко получить из доказательства теоремы 4 заменами в нем m на $2m'$ и теоремы 1 на теорему 5.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного
университета

Է. Մ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Շախմատային ալգորիթմների ինքնահամակերպման պրոբլեմի լուծելիության մասին

1950 թ. Կ. Շեննոնը ձևակերպեց «ինքնալավացվող», «իր սեփական խաղային սկզբունքները կառուցող» ծրագրի պրոբլեմը, որը համարում էր շախմատային ծրագրավորման պրոբլեմներից ամենաէականը։

Աշխատանքում ապացուցվում է, որ Շեննոնի պրոբլեմը լուծելի է, եթե այն ձևակերպվի ինչպես շախմատային ալգորիթմների իտերատիվ օպտիմիզացման մեթոդի կառուցման պահանջ, որտեղ իտերացիայի յուրաքանչյուր քայլի արժեքի վրա դրված են բանական սահմանափակումներ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *К. Шеннон*, Работы по теории информации и кибернетике, М., 1963. [2] *Э. М. Погосян*, Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Методы математической логики в проблемах искусственного интеллекта», Паланга, 3—5 сент., 1980. [3] *Э. М. Погосян*, ДАН АрмССР, т. 70, № 2 (1980). [4] *Э. М. Погосян*, ДАН АрмССР, т. 68, № 1 (1979). [5] *Э. М. Погосян*, ДАН АрмССР, т. 50, № 2 (1970). [6] *Я. М. Барздинь*, *И. Э. Этманс*, Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Методы математической логики в проблемах искусственного интеллекта», Паланга, 3—5 сент., 1980.