ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXX 1980 4

УДК 534.21

МЕХАНИКА

М. В. Белубекян

О возбуждении упругих волн электромагнитным импульсом

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 26/XII 1979)

В настоящее время большой интерес представляет изучение физико-механических свойств материала конструкции на основе экспериментального исследования характера распространения упругих волн. Возбуждение упругих волн в конструкции можно осуществить различными способами. Особое значение придается возможности возбуждения упругих волн или колебаний бесконтактным способом, в частности, при помощи электромагнитного импульса или колебаний электромагнитного поля ([1]). Теоретическое исследование вопроса распространения упругих волн, обусловленных изменением электромагнитного поля, в точной постановке связано со значительными трудностями. В данной статье обсуждается возможность исследования указанной задачи на основе приближенной модели идеально проводящего материала.

1. Пусть упругая электропроводящая среда находится в постоянном магнитном поле $\vec{H}_0$. Возмущения в такой среде будут описываться системой связанных уравнений электродинамики движущейся среды и уравнений движения среды при наличии объемных сил электромагнитного происхождения ([2-5]).

Система уравнений магнитоупругости упрощается на основе следующих предположений. Упругая среда обладает достаточно хорошей электропроводимостью и не обладает ферромагнитными или пьезоэлектрическими свойствами. Токи смещения пренебрегаются по сравнению с токами проводимости. Упругие перемещения и возмущения электромагнитного поля предполагаются малыми.

На основе указанных допущений линеаризованные уравнения магнитоупругости в абсолютной гауссовой системе единиц имеют вид ([4])

$$\operatorname{rot}\vec{h} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \quad \operatorname{rot}\vec{e} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\vec{h} = 0 \tag{1.1}$$

$$c_t^2\Delta\vec{u} + (c_l^2 - c_t^2)\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{u} + \frac{\mu}{\rho c}\vec{j}\times\vec{H}_0 = \frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}. \tag{1.2}$$

Здесь $\vec{h}$, $\vec{e}$ — векторы напряженностей возмущенного магнитного и электрического полей; $\vec{j}$ — плотность возмущенного электрического тока; μ — магнитная проницаемость среды; $\vec{u}$ — вектор упругих перемещений частиц среды; c — скорость света в вакууме; c_l, c_t — скорости продольных и поперечных звуковых волн при отсутствии магнитного поля. Система уравнений (1.1) и (1.2) окажется замкнутой, если добавить следующую функциональную связь:

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{e} + \frac{\mu}{c}\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0\right), \tag{1.3}$$

которая следует из линеаризованного закона Ома для движущейся среды (σ — электропроводность среды). Очевидно, что при необходимости определения таких величин, как плотность электрических зарядов или напряжения в среде, уравнения (1.1) и (1.2) должны быть дополнены соответствующими уравнениями и функциональными связями.

Система уравнений (1.1) и (1.2), описывающая взаимодействие электромагнитного поля и поля упругих перемещений, существенно упрощается при предположении об идеальной проводимости среды ($\sigma \to \infty$) (?). В этом случае, согласно (1.3), получается соотношение

$$\vec{e} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0, \tag{1.4}$$

которое, в частности, показывает, что начальные условия для возбужденного электрического поля и для скорости перемещения частиц должны быть согласованы.

Подставляя (1.4) во второе уравнение системы (1.1) и интегрируя по t, получим

$$\vec{h} = \mathrm{rot}\,(\vec{u} \times \vec{H}_0) + \vec{q}. \tag{1.5}$$

Здесь $\vec{q}$ является произвольной вектор-функцией координат (не зависит от t) и должна определяться заданием начальных компонент магнитного поля и поля упругих перемещений. В частности при $\vec{u}|_{t=0} = 0$ следует, что $\vec{q} = \vec{h}|_{t=0}$.

Обычно в задачах распространения магнитоупругих волн в приближении модели идеального проводника полагается, что $\vec{q} = 0$ (3,4). Такое допущение приемлемо при исследовании задач установившихся колебаний. Однако в общем случае задачи о распространении начальных возмущений нельзя полагать $\vec{q} = 0$. В частности, при такой постановке задача возбуждения упругих волн при помощи возмущений магнитного поля не будет иметь смысла.

Определяя плотность электрического тока $\vec{j}$ из первого уравнения системы (1.1) с использованием соотношения (1.5) и подставляя в уравнение (1.2), получим следующее уравнение, описывающее распространение магнитоупругих волн в идеально проводящей среде

$$c_t^2 \Delta \vec{u} + (c_l^2 - c_t^2)\,\mathrm{grad\,div}\,\vec{u} + \frac{\mu}{4\pi\rho}\,[\mathrm{rot\,rot}\,(\vec{u} \times \vec{H}_0)] \times \vec{H}_0 +$$

$$+ \frac{\mu}{4\pi\rho}\,(\mathrm{rot}\,\vec{q}) \times \vec{H}_0 = \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \tag{1.6}$$

При исследовании задачи распространения волн в пространстве должны быть заданы также начальные условия. Ограничиваясь задачей возникновения магнитоупругих волн вследствие изменения только электромагнитного поля, рассмотрим две характерные задачи с заданием начальных условий в частном виде.

Для первой задачи — задачи распространения магнитоупругих волн, обусловленных изменением только магнитного поля,— начальные условия имеют вид

$$\vec{u}|_{t=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \quad \vec{h}|_{t=0} = \vec{q}. \tag{1.7}$$

Из условий (1.7) и (1.4) вытекает, что начальное электрическое поле равно нулю.

Вторая задача — задача распространения магнитоупругих волн, обусловленных изменением электрического поля,— должна удовлетворять следующим начальным условиям:

$$\vec{u}|_{t=0} = 0, \quad \vec{e}|_{t=0} = \vec{g}, \quad \vec{h}|_{t=0} = 0. \tag{1.8}$$

Согласно (1.4) задание начального электрического поля налагает определенные ограничения на задание вектора скорости перемещения.

2. Рассмотрим распространение одномерных волн. Система прямоугольных координат (x, y, z) выбирается так, чтобы ось ox совпала с направлением распространения волны и чтобы плоскость xoy была параллельна вектору напряженности заданного внешнего магнитного поля. Таким образом $\vec{H}_0 = \{H_{01}, H_{02}, O\}$ и все искомые функции являются функциями только от координаты x и времени t.

Уравнения (1.6) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
&(c_l^2 + V_2^2)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - V_1 V_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} V_2 \frac{dq_3}{dx} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2};\\
&(c_t^2 + V_1^2)\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - V_1 V_2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} V_1 \frac{dq_2}{dx} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2};\\
&(c_t^2 + V_1^2)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} V_1 \frac{dq_3}{dx} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{2.1}$$

где

$$V_1^2 = \frac{\mu H_{01}^2}{4\pi\rho}, \quad V_2^2 = \frac{\mu H_{02}^2}{4\pi\rho}.$$

В систему уравнений (2.1) не входит функция $q_1(x)$, т. е. не требуется задания начального условия для компоненты возбужденного магнитного поля h_1. Заметим, что согласно третьему уравнению системы (1.1) для рассматриваемой одномерной задачи начальные условия, налагаемые на возбужденное магнитное поле, не могут быть произвольными и должны удовлетворять $h_1|_{t=0} = 0$.

Третье уравнение системы (2.1) отделяется от остальных двух уравнений. Такого же вида уравнения получаются из первых двух уравнений системы (2.1) в частных случаях $H_{01} = 0$ или $H_{02} = 0$.

Решение третьего уравнения из (2.1), удовлетворяющее начальным условиям задачи

$$u_3|_{t=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial u_3}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \quad h_3|_{t=0} = 0,$$

имеет вид

$$u_3(x, t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} \frac{V_1}{c_0^2} \left[\int_0^{x-c_0t} q_3(\xi)\, d\xi + \int_0^{x+c_0t} q_3(\xi) d\xi - 2\int_0^x q_3(\xi) d\xi \right], \quad (2.2)$$

где $c_0^2 = c_t^2 + V_1^2$.

Из (2.2) видно, что амплитуда упругой волны зависит от напряженности заданного магнитного поля. Легко получить, что наибольшее значение амплитуды достигается при следующем значении напряженности магнитного поля

$$V_1^* = c_t \quad \text{или} \quad H_{01}^* = \sqrt{4\pi\mu^{-1}G}, \qquad (2.3)$$

где G—модуль упругости при сдвиге.

Так же нетрудно получить решение системы из первых двух уравнений (2.1) при следующих начальных условиях задачи:

$$u_1|_{t=0} = u_2|_{t=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial u_1}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\frac{\partial u_2}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \quad h_2|_{t=0} = q_2(x).$$

3. Рассмотрим следующее плоское состояние. Пусть все искомые величины и начальные условия зависят только от двух пространственных координат x, y и соответствующие перемещения u_1 и u_2 тождественно равны нулю. Из общих уравнений задачи получается, что для существования такого плоского состояния необходимо, чтобы вектор напряженности магнитного поля был либо перпендикулярен либо параллелен плоскости xoy.

Если в случае продольного поля выбрать прямоугольную координатную систему так, чтобы ось ox совпала с направлением вектора напряженности магнитного поля, то уравнение движения (1.2) приведется к виду:

$$(c_1^2 - V_1^2)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + c_1^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} + \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} V_1 \frac{\partial q_3}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \tag{3.1}$$

Согласно (1.7) рассмотрим задачу о возбуждении упругих волн при помощи изменения магнитного поля со следующими начальными условиями:

$$u_3|_{t=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial u_3}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \quad h_3|_{t=0} = q_3(x). \tag{3.2}$$

Решение уравнения (3.1) с учетом (3.2) имеет вид:

$$u_3(x, y, t) = \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^{1/2} \frac{V_1}{c_0^2} \left\{ \frac{1}{2\pi c_0} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} [(c_1 t)^2 - c_1^2 c_0^{-2}(x-\xi)^2 - (y-\eta)^2]^{-1/2} \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^{\xi} \left| q_3(z)dz \right| d\xi d\eta - \int_0^{x} q_3(z)dz \right\}. \tag{3.3}$$

Здесь интегрирование производится по внутренности эллипса

$$c_1^2 (x - \xi)^2 + c_0^2 (y - \eta)^2 = (c_0 c_1 t)^2.$$

Формула (3.3), так же как и формула (2.2), показывает, что амплитуда волны с возрастанием напряженности магнитного поля возрастает, достигая максимума при определенном значении магнитного поля, и затем уменьшается при дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ

Էլեկտրամագնիսական իմպուլսի միջոցով առաձգական ալիքների գրգռման մասին

Դիտարկվում է միաչափ մագնիսաառաձգական ալիքների տարածումը հաստատուն մագնիսական դաշտում գտնվող իդեալական հաղորդիչ միջավայրում։

Բերված են սկզբնական մագնիսական դաշտի գրգռման պայմանները, որոնց դեպքում առաջանում է առաձգական ալիքների տարածում։ Ստացված պայմաններին բավարարող խնդրի լուծումը ցույց է տալիս, որ առաձգական ալիքների ամպլիտուդն էապես կախված է տված հաստատուն մագնիսական դաշտի մեծությունից։ Առաձգական ալիքը ունենում է մեծագույն ամպլիտուդ,

երբ մագնիսական դաշտը բավարարում է հետևյալ պայմանին՝

$$H_{01}^{\circ} = \sqrt{4\pi\mu^{-1}G},$$

որտեղ μ-ն մագնիսական թափանցելիությունն է, G-ն սահքի առաձգական մոդուլը։

Ուսումնասիրված է նաև հարթ լարվածային վիճակի մագնիսաառաձգական ալիքների տարածումը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Э. Микельсон, З. Д. Черный*, Электродинамическое возбуждение и измерение колебаний в металлах, изд-во «Знание», Рига, 1979. [2] *С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян*, Магнитоупругость тонких оболочек и пластин, «Наука», М., 1977. [3] *А. А. Ильюшин*, Механика сплошной среды, Изд-во МГУ, М., 1978. [4] *S. Kaliski, J. Petykiewicz*, Proc. Vibr. Probl., 2, 1959. [5] *S. Kaliski*, Proc. Vibr. Probl., 2, 1961. [6] *J. Bazer, W. B. Ericson*, Arch. Ration. Mech. and Anal., vol. 55, № 2 (1974).