ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXX 1980 3

УДК 519.217

МАТЕМАТИКА

А. К. Погосян

О послеотказовых характеристиках системы $E_k|G|r|\infty$ с уровнем $n \geq r$

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 19/XII 1979)

Рассматривается r-канальная система массового обслуживания с ожиданием. Входящий поток—поток восстановления специальной структуры. Промежутки между соседними поступлениями вызовов одинаково распределены, представимы в виде суммы k независимых показательно распределенных случайных величин, у i-ой ($i=\overline{1,k}$) из которых параметр равен $\lambda_i > 0$.

Длительности обслуживания вызовов независимы в совокупности, не зависят от процесса поступлении и имеют функцию распределения $B(t)$, $B(+0)=0$.

Первые n-r места для ожидания образуют первый бункер. Состояния системы—число вызовов в системе, которые по числу вызовов перенумерованы числами 0, 1, 2, ...

Переполнение первого бункера, т. е. переход из состояния n в $n+1$ ($n \to n+1$), называется отказом системы, обратный переход ($n+1 \to n$)—восстановлением. Моменты отказов и восстановлений системы отдельно друг от друга перенумерованы последовательно числами 0, 1, 2, 3, ...

Процесс состояний системы как функция времени—регенерирующий. Моменты регенерации—моменты начал периодов занятости, т. е. моменты переходов $0 \to 1$. Период регенерации—промежуток между соседними моментами регенерации.

Введем в рассмотрение события:

A = (на отдельно взятом периоде регенерации произошел отказ системы);

$Д$ = (на отдельно взятом периоде регенерации осуществилась следующая цепочка последовательных переходов $1 \to 2 \to \ldots \to n \to n+1$ и после первого отказа до конца данного периода регенерации не наблюдалось поступление вызовов).

Введем в рассмотрение случайные величины:

ν — число отказов за период регенерации, за который наблюдался отказ системы;

$\tau'_m (m \geq 1)$ — время с момента m-го отказа до m-го восстановления;

$\tau_m (m \geq 0)$ — время с момента m-го восстановления до $(m+1)$-го отказа;

$\eta_m (m \geq 1)$ — время с момента m-го отказа до конца текущего периода регенерации.

Пусть $(j \geq 1,\ t \geq 0)$

$$\lambda^{-1} = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i^{-1};\ \Lambda = \prod_{i=1}^{k} \lambda_i;\ \beta_j = \int_0^\infty t^j dB(t);\quad \bar{B}(t) = 1 - B(t);$$

$$I = \int\int_{x_n > x_{n-1} > \dots x_1 > x_0 = 0} \dots \int \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{(x_i - x_{i-1})^{k-1}}{(k-1)!} \right) \left(\prod_{i=0}^{r-1} \bar{B}(x_n - x_i) \right) dx_1 \dots dx_n$$

q — вероятность отказа системы на отдельно взятом периоде регенерации.

Основные результаты сообщения формулируются в теоремах 1–5.

Теорема 1. *Пусть при фиксированных n, r и k*

$$\gamma = \beta_{k(n+1)} / \beta_1^{kn} \to 0.$$

Тогда

$$P\{\lambda I \tau'_m > x\} \to e^{-x} (x \geq 0)$$

равномерно по номеру m.

Пусть

$$T(x) = \int\int_{x_n > \dots > x_1 > x_0 = 0} \dots \int \left(\prod_{i=1}^{n} (x_i - x_{i-1})^{k-1} \right) \left(\prod_{i=0}^{r-1} \bar{B}(x_n - x_i + x) \right) dx_1 \dots dx_n;$$

заметим, что

$$I = \left\{ \frac{\Lambda}{(k-1)!} \right\}^n T(0).$$

Теорема 2. *В условиях теоремы 1*

$$P\{\tau'_m > x\} \sim \frac{T(x)}{T(0)}$$

равномерно по номеру m.

Теорема 3. *Если $\gamma \to 0$ и $\beta_{kn+p} / \beta_{kn+p-1} < \infty$, $(p \geq 1)$, то*

$$M(\eta_m)^p < \infty,$$

где M — знак математического ожидания.

Теорема 4. *В условиях теоремы 1*

$$M\tau'_m \sim M\tau_0 \sim (\lambda q)^{-1}$$

равномерно по m $(m \geq 1)$.

Теорема 5. *В условиях теоремы 3*

$$M(\tau_m)^p \sim \frac{p}{T(0)}\int_0^\infty x^{p-1}T(x)dx$$

равномерно по $m (m \geq 1)$.

При доказательстве основных результатов существенно используются следующие вспомогательные утверждения

Лемма 1. *В условиях теоремы* 1 $P\{A\} \sim P\{D\}$.

Лемма 2. *В условиях теоремы* 1 $M\nu \to 1$.

Автор выражает благодарность А. Д. Соловьеву и Э. А. Даниеляну за постановку задач и помощь в процессе выполнения работы.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Ա. Կ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

$n \geq r$ մակարդակով $E_k|G|r|\infty$ համակարգի վթարային բնութագրիչների մասին

Դիտարկված է $n \geq r$ *մակարդակով* $E_k|G|r|\infty$ *զանգվածային սպասարկման համակարգը. Հետազոտված է հաջորդական վթարների և վերականգնումների միջև ընկած ժամանակների ասիմպտոտիկ վարքը, ինչպես նաև ապացուցված է վթարային բնութագրիչների մոմենտների զուգամիտությունը։*