ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXX 1980 1

УДК 523.035

АСТРОФИЗИКА

Г. А. Арутюнян

Образование спектральных линий в атмосфере с экспоненциальным распределением источников

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 15/VII 1979)

В работе (1) была рассмотрена одномерная задача об образовании спектральных линий при общем законе некогерентного рассеяния и произвольном распределении внутренних источников энергии $\varepsilon(\tau,x)$ по оптической глубине τ, отнесенной к центральной частоте линии. Было показано, что интенсивность излучения, выходящего из полубесконечной атмосферы, $I(x)$, удовлетворяет следующему интегральному уравнению:

$$v(x)I(x)=\int_{-\infty}^{\infty}p(0,x',x)\alpha(x')I(x')dx'+\varepsilon(0,x)+\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(0,x')\rho(x',x)dx'+\overline{I}(x). \quad (1)$$

Здесь $v(x)=\alpha(x)+\beta$, где $\alpha(x)$ — профиль коэффициента поглощения в линии в зависимости от безразмерной частоты x, β — отношение коэффициентов поглощения в непрерывном спектре и в центре линии. Далее через $\overline{I}(x)$ обозначена интенсивность выходящего излучения при распределении внутренних источников по закону $\dfrac{\partial\varepsilon(\tau,x)}{\partial\tau}$; $p(0,\,x',\,x)dx$ представляет собой вероятность того, что квант с частотой x', поглощенный на глубине τ, выйдет из среды в виде кванта с частотой, заключенной в интервале $(x,x+dx)$, и $\rho(x',x)$ — функция отражения от полубесконечной среды.

В тех случаях, когда функция перераспределения по частотам допускает представление в виде билинейного разложения по некоторой системе ортонормированных функций $\{\varphi_k(x)\}$, как известно (1,2), имеет место

$$\alpha(x')\,p(0,\,x',\,x)=\frac{\lambda}{2}\sum_{k=0}^{\infty}A_k\,\varphi_k(x)\,\varphi_k(x') \quad (2)$$

$$\rho(x',x) = \frac{\lambda}{2}\sum_{k=0}^{\infty} A_k \frac{\varphi_k(x)\varphi_k(x')}{v(x)+v(x')}, \tag{3}$$

где λ — вероятность „выживания“ кванта при элементарном акте рассеяния. Постоянные A_k зависят лишь от закона перераспределения, а функции $\varphi_k(x)$ определяются из следующей системы функциональных уравнений, являющихся обобщением уравнения Амбарцумяна на общий случай некогерентного рассеяния

$$\varphi_k(x) = \alpha_k(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x',x)\alpha_k(x')dx'. \tag{4}$$

При заданном $\bar{I}(x)$ решение уравнения (1) с использованием (2)—(4) не представляет трудности. С этой точки зрения весьма интересным является случай первичных источников энергии, мощность которых убывает по экспоненциальному закону с оптической глубиной τ. Случай указанного закона распределения первичных источников представляет важность с точки зрения астрофизического приложения. Распределение внутренних источников энергии можно принять экспоненциальным, в частности, при интерпретации контуров эмиссионных линий, образующихся в солнечной хромосфере (см., например, [3,4]).

Пусть теперь

$$\varepsilon(\tau,x) = w(x)e^{-m\tau}, \tag{5}$$

где $w(x)$ некоторая функция, описывающая зависимость первичных источников от частоты. Тогда нетрудно убедиться, что

$$\bar{I}(x) = -mI(x), \tag{6}$$

а уравнение (1) принимает вид

$$I(x) = \frac{1}{v(x)+m}\left\{\frac{\lambda}{2}\sum_{k=0}^{\infty} A_k\varphi_k(x)I_k + w(x) + \int_{-\infty}^{\infty} w(x')\rho(x',x)dx'\right\}, \tag{7}$$

где

$$I_k = \int_{-\infty}^{\infty} I(x)\alpha_k(x)dx. \tag{8}$$

Умножая (7) на $\alpha_n(x)$ и интегрируя по всем частотам, для определения неизвестных коэффициентов I_k получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$I_n = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{nk} I_k + \delta_n, \tag{9}$$

где обозначены

$$\gamma_{nk} = \frac{\lambda}{2} A_k \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n(x)\varphi_k(x)}{v(x)+m} dx; \quad \delta_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n(x)}{v(x)+m} \Big\{ w(x) +$$

$$+ \int\limits_{-\infty}^{\infty} w(x')\rho(x', x)dx' \Big\} dx. \tag{10}$$

При конкретизации задачи для различных моделей атмосфер должен быть известен вид функции $w(x)$, и, очевидно, задача может быть решена очень просто.

а) Если внутренние источники излучают лишь в непрерывном спектре, то $w(x) = a = \mathrm{const}$ и, следовательно,

$$\delta_n = a \int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha_n(x) \frac{1 + R_{\text{отр}}(x)}{v(x)+m} dx, \tag{11}$$

где

$$R_{\text{отр}}(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho(x', x)dx' \tag{12}$$

контур спектральной линии, образующейся при отражении от полубесконечной среды излучения единичной интенсивности в непрерывном спектре.

Мы видим, что решение задачи целиком выражается через φ_k-функции Амбарцумяна, определяющиеся из системы (3)—(4).

б) Пусть теперь первичные источники излучают лишь в линии. Тогда $w(x) = c\alpha_0(x)$, и вместо (7) и (9) будем иметь

$$I(x) = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k I_k \frac{\varphi_k(x)}{v(x)+m} + c\frac{\varphi_0(x)}{v(x)+m}; \tag{13}$$

$$I_n = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{nk} I_k + \gamma_{n0}. \tag{14}$$

Интенсивность выходящего излучения особенно просто выражается при полном перераспределении по частотам, когда

$$A_k = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad k = 0 \\ 0, & \text{если} \quad k \neq 0 \end{cases}$$

Тогда имеем

$$I(x) = \frac{\varphi_0(x)}{v(x)+m} \left(\frac{\lambda}{2} I + c \right), \tag{15}$$

где

$$I = c\gamma / \left(1 - \frac{\lambda}{2} \gamma \right). \tag{16}$$

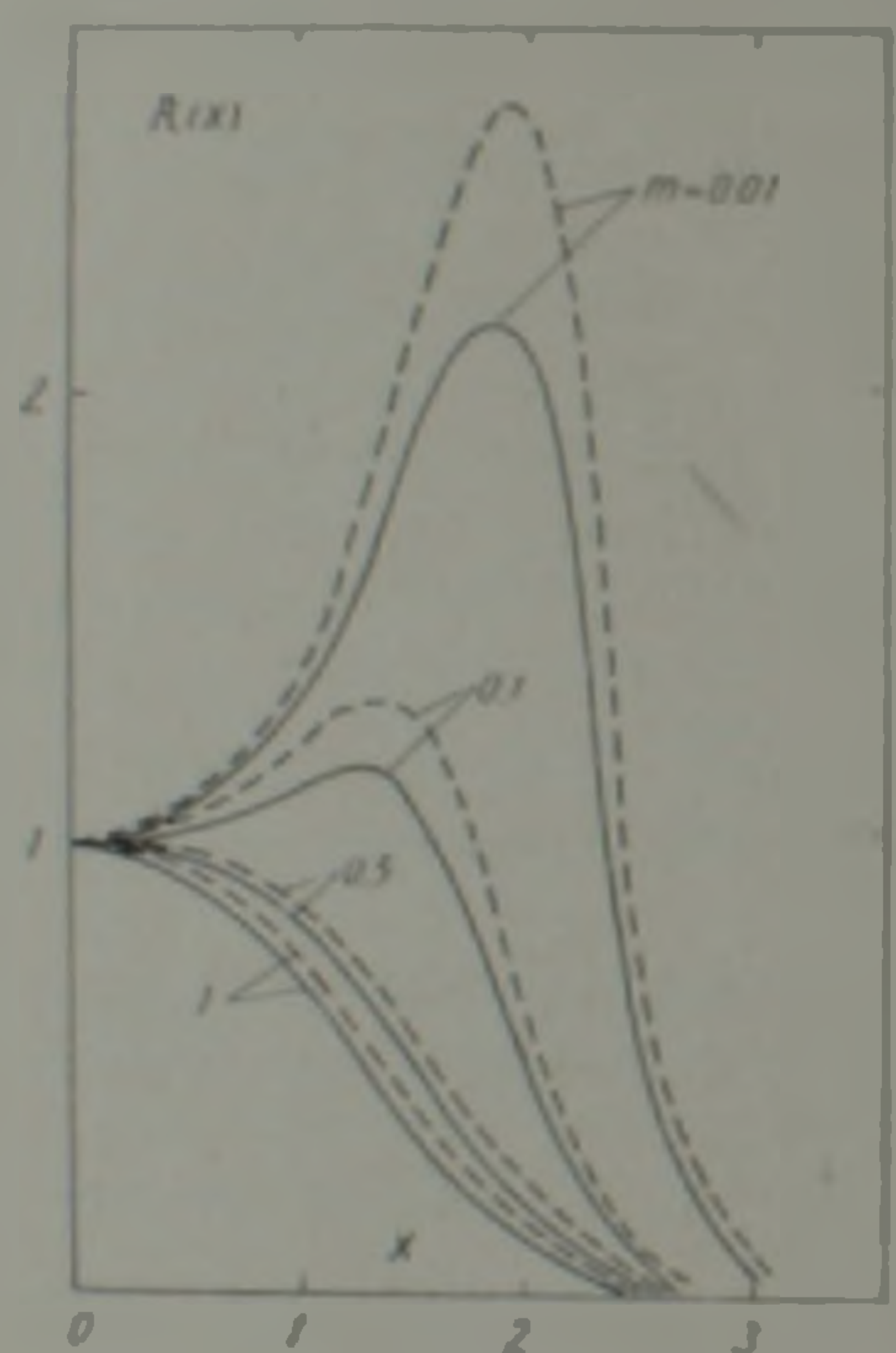
причем для упрощения записи опущены нулевые индексы у величин I_0 и φ_{0}.

Пользуясь системой уравнений (3)—(4) в приближении полного перераспределения, окончательно находим

$$I(x) = \frac{c}{\alpha_0(x_0)} \frac{\varphi_0(x)\varphi_0(x_0)}{v(x)+m}, \tag{17}$$

где x_0 определяется из равенства $v(x_0) = m$.

Заметим, что выражение (17) другим путем было найдено в [3].



Контуры линий излучения, выходящего из атмосферы с экспоненциальным распределением источников при $\lambda = 0.99$ и $\beta = 0.01$: — — — полное перераспределение, —— четвертое приближение

В качестве иллюстрации на рисунке показаны контуры спектральных линий излучения $R(x) = I(x)/I(0)$ при полностью некогерентном рассеянии и чисто доплеровском законе перераспределения по частотам (в четвертом приближении, т. е. когда в суммах (13) и (14) ограничиваемся рассмотрением лишь первых четырех слагаемых). Интенсивности выходящего излучения рассчитаны по формулам (13) и (15). В последнем случае

$$A_k = \frac{1}{2k+1}, \quad \alpha_k(x) = \frac{\alpha(x) H_{2k}(x)}{\pi^{1/4} 2^k \sqrt{(2k)!}},$$

где $H_k(x)$ — полином Эрмита k-й степени и $\alpha(x) = \exp(-x^2)$.

Приведенные графики указывают на значительное количественное различие между интенсивностями, вычисленными при двух указанных законах перераспределения по частотам. Отклонения тем больше, чем меньше температурный градиент в атмосфере, т. е. чем меньше m. В частности, при $m = 0{,}01$ и $x = 2$ отклонения достигают 20%.

В заключение отметим, что все полученные в настоящей работе результаты нетрудно обобщить на трехмерный случай. Уравнения, соответствующие (1) при различных предположениях относительно геометрии элементарного акта рассеяния, приводятся в работе [6].

Автор выражает свою признательность А. Г. Никогосяну за обсуждение полученных результатов.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

[illegible]

[illegible]

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] Г. А. Арутюнян, А. Г. Никогосян, ДАН СССР, т. 242, 66 (1978). [2] H. A. Harutyunian, A. G. Nikoghossian, J. Quant. Spectrosc. Rad. Transfer, v. 19, 135 (1978). [3] В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, „Наука", М., 1975. [4] R. G. Athay, Radiation Transport in Spectral Lines, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1972. [5] В. В. Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, „Наука", М., 1969. [6] А. Г. Никогосян, Г. А. Арутюнян, Astroph. Sp. Sci., т. 64, 269 (1979).