

УДК 535 + 539.12.04

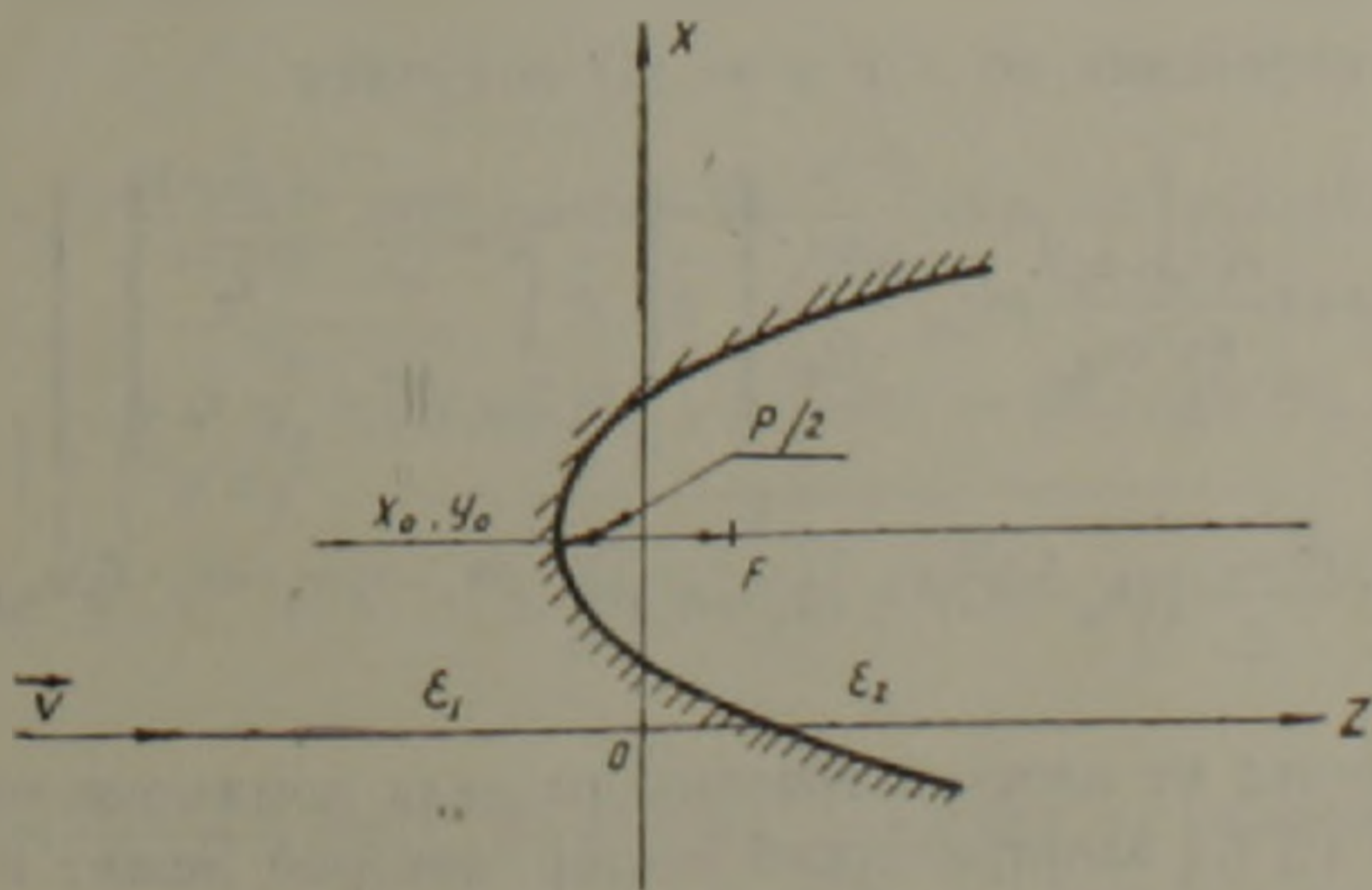
ФИЗИКА

Р. А. Багян,
 член-корреспондент АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаелян

Переходное излучение на границе раздела двух сред в форме параболоида вращения

(Представлено 15/VII 1979)

В приближении теории возмущений ⁽¹⁾ рассмотрено излучение, возникающее при движении заряженной частицы из среды с диэлектрической постоянной ϵ_1 в среду с диэлектрической постоянной ϵ_2 . Поверхность раздела двух сред берется в форме параболоида вращения $z = \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\rho}$, где (x_0, y_0) — расстояние от траектории частицы до вершины параболоида, ρ — параметр параболоида, причем $\rho > 0$ (рисунок). Поскольку теория возмущений применима при малых перепадах плотностей, рассмотренный нами случай противоположен случаю, рассмотренному в работе ⁽²⁾.



$P=2F$; F — фокус параболоида вращения

Используя результаты ⁽¹⁾ в предположении, что скорость частицы совпадает с осью z прямоугольной системы координат, для поля излучения на больших расстояниях R_0 имеем:

$$\vec{E}_\omega(R_0) = \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{8\pi^3 v \varepsilon_0} l_{\text{кор}} \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \left[\vec{k} \left[\vec{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\omega v}{c^2} - \frac{\vec{k}'}{c^2}}{k'^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} \right] \right] \times \quad (1)$$

$$\times e^{i \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\rho}} e^{i(k'_x - k_x)x + i(k'_y - k_y)y} dk'_x dk'_y,$$

где e и v соответственно заряд и скорость электрона, $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$ — волновой вектор излученного кванта $\left(k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}; \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right)$, ω —

частота излученного кванта, c — скорость света; $l_{\text{кор}} = \frac{v/\omega}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}$ —

когерентная длина, θ — угол излучения фотона, отсчитывается от оси z и изменяется от 0 до π ; $\beta = v/c$. Интегрирование в (1) по x и y проводим с помощью формулы

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax + ibx'} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2b}} (1 \pm i) e^{-i \frac{a^2}{4b}}, \quad (2)$$

где верхний знак соответствует случаю $b > 0$, а нижний — случаю $b < 0$. При $b = 0$ левая часть формулы (2) обращается в δ -функцию. Поскольку правая часть (2) при $b \rightarrow 0$ обладает существенной особенностью, необходимо определить закон стремления b к нулю. Для этого, считая $b = b' + il \rightarrow 0$, подставляя в (2), имеем

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{\pi l}} e^{-\frac{a^2}{4l}} = \delta(a). \quad (2')$$

После интегрирования по x и y из (1) получаем

$$\vec{E}_\omega(R_0) = i \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{8\pi^2 v \varepsilon_0} \rho l_{\text{кор}}^2 \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \left[\vec{k} \left[\vec{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\omega v}{c^2} - \frac{\vec{k}'}{c^2}}{k'^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} \right] \right] \times \quad (3)$$

$$\times \exp \left\{ -i \frac{\rho l_{\text{кор}}}{2} [(k'_x - k_x)^2 + (k'_y - k_y)^2] \right\} e^{i(k'_x - k_x)x_0 + i(k'_y - k_y)y_0} dk'_x dk'_y.$$

Здесь в отличие от плоской границы раздела помимо поляризованной компоненты ($\parallel$), электрический вектор которой лежит в плоскости, содержащей волновой вектор излученного кванта и нормаль к плоскости $z = 0$, появляется неполяризованная компонента ($\perp$), электрический вектор которой перпендикулярен плоскости поляризованной компоненты. В (3), выделяя поляризации излучения и делая замену переменных

$$\begin{aligned}k'_x &= q' \cos \varphi'; \\k'_y &= q' \sin \varphi',\end{aligned}\quad (4)$$

получаем

$$\begin{aligned}(E_\omega(R_0))^{\parallel} &= i \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{8\pi^2 v \varepsilon_0^2} k p l_{\text{кор}}^2 \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty q' dq' \frac{k_z q' \cos(\varphi' - \varphi) - \frac{\omega}{v} q (1 - \beta^2 \varepsilon_0)}{q'^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \varepsilon_0)} \\&\times \exp \left\{ -i \left[\frac{p l_{\text{кор}}}{2} (q'^2 + q^2) + q(x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) \right] \right\} e^{iq' P \cos(\varphi' - \Phi)} \\(E_\omega(R_0))^{\perp} &= i \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{8\pi^2 v \varepsilon_0^2} k^2 p l_{\text{кор}}^2 \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty q' dq' \frac{q' \sin(\varphi' - \varphi)}{q'^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \varepsilon_0)} \times \\&\times \exp \left\{ -i \left[\frac{p l_{\text{кор}}}{2} (q'^2 + q^2) + q(x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) \right] \right\} e^{iq' P \cos(\varphi' - \Phi)},\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$P = x_0^2 + y_0^2 + q^2 p^2 l_{\text{кор}}^2 + 2q p l_{\text{кор}} (x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi)$$

$$\cos \Phi = (x_0 + q p l_{\text{кор}} \cos \varphi) / P, \quad \sin \Phi = (y_0 + q p l_{\text{кор}} \sin \varphi) / P$$

$q^2 = k_x^2 + k_y^2$, φ — азимутальный угол излученного фотона.

После интегрирования по φ' выражений (5) с помощью формулы

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\gamma \cos x} \cos m x dx = i^m J_m(\gamma), \quad (6)$$

где $J_m(\gamma)$ — функция Бесселя действительного аргумента порядка m , получаем

$$\begin{aligned}(E_\omega(R_0))^{\parallel} &= - \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{4\pi v \varepsilon_0^2} k p l_{\text{кор}}^2 \cos(\varphi - \Phi) \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \exp \left\{ -i \left[q(x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) + \right. \right. \\&+ \left. \left. \frac{p l_{\text{кор}}}{2} q^2 \right] \right\} \int_0^\infty q' dq' \frac{k_z q' J_1(q' P) + i \frac{\omega}{v} q (1 - \beta^2 \varepsilon_0) J_0(q' P)}{q'^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \varepsilon_0)} e^{-i \frac{p l_{\text{кор}}}{2} q'^2} \\&\quad (7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(E_\omega(R_0))^{\perp} &= \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{4\pi v \varepsilon_0^2} k^2 p l_{\text{кор}}^2 \sin(\varphi - \Phi) \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \exp \left\{ -i \left[q(x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) + \right. \right. \\&+ \left. \left. \frac{p l_{\text{кор}}}{2} q^2 \right] \right\} \int_0^\infty q' dq' \frac{q' J_1(q' P)}{q'^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \varepsilon_0)} e^{-i \frac{p l_{\text{кор}}}{2} q'^2}.\end{aligned}$$

Выражения (7) значительно упрощаются при движении частицы по оси параболоида вращения ($x_0=0$, $y_0=0$)

$$(E_{\omega}(R_0))^{\parallel} = -\frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{4\pi v \varepsilon_0^2} k p l_{\text{кор}}^2 \frac{e^{ikR_0}}{R_0} e^{-i\frac{p l_{\text{кор}}}{2} q^2} \times \\ \times \int_0^{\infty} q' dq' \frac{k_z q' J_1(q' q p l_{\text{кор}}) + i \frac{\omega}{v} q (1 - \beta^2 \varepsilon_0) J_0(q' q p l_{\text{кор}})}{q'^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \varepsilon_0)} e^{-\frac{l p l_{\text{кор}}}{2} q'^2} \\ (E_{\omega}(R_0))^{\perp} = 0. \quad (8)$$

Интенсивность излучения на больших расстояниях R_0 в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$ определяется следующим выражением:

$$dI(\omega, \vec{k}) = c \sqrt{\varepsilon_0} |E_{\omega}(R_0)|^2 R_0^2 d\Omega d\omega. \quad (9)$$

В эксперименте мы всегда имеем дело с пучком частиц, поэтому приведем выражения для спектральных плотностей интенсивности излучения $\bar{I} = dI(\omega, \vec{k})/d\Omega d\omega$, усредненных по пучку. Подставляя (3) в (9) и интегрируя по x_0 и y_0 от $-\infty$ до $+\infty$, получаем

$$\bar{I} = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{16\pi^2 v^2 \varepsilon_0^{3/2}} p^2 l_{\text{кор}}^4 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\left| \vec{k} \left| \vec{k}, \frac{\omega v}{c^2} - \frac{\vec{k}'}{\varepsilon_0} \right| \right|^2}{k'^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} \right) dk'_x dk'_y. \quad (10)$$

В действительности пучок всегда имеет ограниченные размеры порядка ρ в направлениях x и y . При этом формула (10) остается в силе, если выполняется неравенство $\rho^2 > p l_{\text{кор}}$. В случае выполнения противоположного неравенства $p > \rho^2 / l_{\text{кор}}$ получаем интенсивность переходного излучения на плоскости, умноженной на поперечные размеры пучка $\pi \rho^2$, поскольку необходимо при интегрировании использовать формулу (2').

В формуле (10), делая замену переменных (4), после интегрирования для поляризованной и неполяризованной компоненты излучения имеем:

$$\bar{I}^{\parallel} = I_{\text{н.л}}^{\parallel} \frac{\pi p^2}{8 \sin^2 \theta} \left| \frac{1 + \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}{1 - \beta^2 \varepsilon_0 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta} \right|^2 [2 \sin^2 \theta (1 - \beta^2 \varepsilon_0) + \cos^2 \theta (\ln |\rho_{\text{ФФ}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1)] \quad (11)$$

$$\bar{I}^{\perp} = I_{\text{н.л}}^{\perp} \frac{\pi p^2}{8 \sin^2 \theta} \left| \frac{1 + \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}{1 - \beta^2 \varepsilon_0 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta} \right|^2 [\ln |\rho_{\text{ФФ}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1],$$

$$I_{\text{н.л}}^{\parallel} = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{4\pi^2 c \varepsilon_0^{3/2}} \beta^2 \sin^2 \theta \left| \frac{1 - \beta^2 \varepsilon_0 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}{(1 - \beta^2 \varepsilon_0 \cos^2 \theta)(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta)} \right|^2,$$

где $I_{\text{н.л}}^{\parallel}$ — спектральная плотность интенсивности переходного излучения от плоской границы раздела в приближении теории возмущений

(¹), $\rho_{\text{эфф}} = \frac{\lambda \beta \sqrt{\epsilon_0}}{(1 - \beta^2 \epsilon_0)^{1/2}}$ — поперечные размеры поля частицы (см. например (²)), $\lambda = \lambda/2\pi$ — длина волны излученного кванта. При интегрировании по q' мы ограничились верхним пределом q'_{max} .

Интегрируя суммарную спектральную плотность интенсивности излучения пучка частиц ($\bar{I}^0 + \bar{I}^\perp$) по углам излучения, для полного числа квантов $\bar{dN}_\omega$ с энергией $\hbar\omega$, испущенных в частотном интервале $d\omega$, получаем

$$\bar{dN}_\omega = \frac{e^2 |\epsilon_2 - \epsilon_1|^2}{16\epsilon_0^{3/2} c \hbar} \beta^2 p^2 \frac{d\omega}{\omega} \frac{1}{(1 \pm \beta \sqrt{\epsilon_0})^2} \left\{ 2(1 - \beta^2 \epsilon_0) \left(1 - \frac{1 \mp \beta \sqrt{\epsilon_0}}{3} \right) + \left[1 + \frac{1 + \beta^2 \epsilon_0}{3(1 \pm \beta \sqrt{\epsilon_0})} \right] \left| \ln |\rho_{\text{эфф}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1 \right| \right\}, \quad (12)$$

где верхние знаки соответствуют излучению назад (в левое полупространство), а нижние знаки — излучению вперед (в правое полупространство).

В случае нерелятивистских частиц ($\beta \sqrt{\epsilon_0} \ll 1$, $l_{\text{кор}} \sim \rho_{\text{эфф}} \sim \lambda \beta \sqrt{\epsilon_0}$) из (12) имеем

$$\bar{dN}_\omega \approx \frac{e^2 |\epsilon_2 - \epsilon_1|^2}{12\epsilon_0^{3/2} c \hbar} \beta^2 p^2 \frac{d\omega}{\omega} \left| \ln |\rho_{\text{эфф}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1 \right|. \quad (13)$$

В этом случае для отношения α полного числа квантов от параболической поверхности $\bar{dN}_\omega$ к полному числу квантов от плоской границы раздела $\bar{dN}_\omega^{\text{пл}}$ получаем

$$\alpha = \frac{1}{4} \left(\frac{p}{\rho} \right)^2 \left| \ln |\rho_{\text{эфф}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1 \right|. \quad (14)$$

Для излучения назад в крайне релятивистском случае ($\beta \sim 1$, $l_{\text{кор}} \sim \frac{\lambda}{2}$, $\rho_{\text{эфф}} \sim \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \beta^2}}$) при $\epsilon_0 = 1$ из (12) имеем

$$\bar{dN}_\omega \approx \frac{e^2 |\epsilon_2 - \epsilon_1|^2}{48\epsilon_0^{3/2} c \hbar} p^2 \frac{d\omega}{\omega} \left| \ln |\rho_{\text{эфф}}^2 q_{\text{max}}'^2| - 1 \right|. \quad (15)$$

При сравнении (15) с полным числом квантов с энергией $\hbar\omega$, испущенных от плоской поверхности раздела в интервале частот $d\omega$, для α получаем следующее выражение:

$$\alpha = \frac{1}{3} \left(\frac{p}{\rho} \right)^2 \frac{\left| \ln \left| \frac{i^2 q_{\text{max}}'^2}{2(1 - \beta)} \right| - 1 \right|}{\left| \ln \left| \frac{2}{1 - \beta} \right| - 1 \right|}. \quad (16)$$

Во всех формулах q'_{max} ограничено условием применимости макроскопических уравнений:

$$q_{\max}' \lesssim \frac{1}{\rho_{\text{эф}}};$$

(17)

$$q_{\max}' \lesssim \frac{1}{R_{\text{ат}}},$$

где $R_{\text{ат}}$ — расстояние между атомами.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Р. А. БАГІЯՅԱՆ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ փզրակից-անդամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ

Անցումային ճառագայթումը պտտման պարարությունից ձև ունեցող սահմանի վրա

Աշխատանքում առաջարկված է անցումային ճառագայթման բանաձևերի ստացումը միջավայրը բաժանող պտտման պարարությունից ձև ունեցող սահմանի ղևպքում, ենթադրվում է, որ ղիլկկտրիկական հատկությունների փոփոխումը մի միջավայրից ¹, ղիլկկտրիկական հաստատունով ղևպի մյուսը ϵ_2 ղիլկկտրիկական հաստատունով փոքր է:

Հոդվածում ղիտարկված արղյունքները կարևոր նշանակություն ունեն միջավայրը բաժանող պարբերական և վիճակագրական անհարղություններով մակերեսների համար անցումային ճառագայթումը ուսումնասիրելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багиян, ДАН Арм. ССР, т. 55, № 1 (1972). ² М. И. Рязанов, И. С. Тилинин, Журн. эксперим. и теор. физики, т. 71, вып. 6 (12), (1976). ³ М. Л. Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1969, М. Л. Ter-Mikaelian, High energy electromagnetic processes in condensed media, John Wiley and Sons Inc. 1972.