

УДК 51:621.391

А. А. Мартиросян, Э. М. Погосян

Исследование устойчивости сравнительных характеристик согласующих индукторов

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 14/IX 1978)

1. Для конечной модели индуктивного обобщения, предложенной ранее ⁽¹⁾, и сложности расшифровки, при которой пара множеств (ПМ) предполагается расшифрованной, если гипотеза полностью совпадает с ней, было показано, что несогласующие индукторы, вообще говоря, расшифровывают ПМ не хуже согласующих. В данной работе будет доказана устойчивость указанного свойства, если требовать лишь частичного совпадения гипотезы с искомой ПМ с точностью до заданного порога.

Понятия и обозначения, введенные в ⁽¹⁾, используются без повторных определений.

2. Пусть каждому числу i ($0 \leq i \leq k$) поставлено в соответствие какое-либо натуральное число $\bar{z}_i \leq l$ причем всегда $\bar{z}_0 = 0$.

Определение 1. Объемной сложностью ПМ v относительно индуктора f и множества $\bar{z} = \{\bar{z}_i | 0 \leq i \leq k\}$ назовем число:

$$S_i(v, f) = \begin{cases} \min_{\{f(x) \neq y | x \in v\}} |x|, & \text{если такое } x \text{ существует} \\ k+1, & \text{в обратном случае.} \end{cases}$$

Величины $\bar{z}_i$ играют здесь роль порогов.

Определение 2. Объемной сложностью множества $A \subseteq T$ относительно $G \subseteq F$ при $\bar{z} = \{\bar{z}_i | 0 \leq i \leq k\}$ назовем число

$$S_i(A, G) = \min_{f \in G} \max_{v \in A} S_i(v, f)$$

Когда речь будет идти о заранее заданной $\bar{z}$, то мы будем писать просто $S(A, G)$ вместо $S_i(A, G)$. При $\bar{z}_i = 0$ ($1 \leq i \leq k$) это определение совпадает со сложностью, введенной в ⁽¹⁾.

Введем некоторые дополнительные соглашения.

По определению индуктора ⁽¹⁾ для любых $f_1, f_2 \in F$ и $x \in N \setminus T$, $f_1(x) = f_2(x)$; поэтому при построении индукторов нас будут интере-

совать лишь первые $|T|$ его значений. В соответствии с этим, например, запись $f(x)=x$ будет обозначать индуктор

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \in T, \\ |T| + 1 & \text{если } x \in N \setminus T. \end{cases}$$

Определение 3. Скажем, что ПМ x расшифровывает ПМ v посредством индуктора f , если $|f(x) \nabla v| \leq \delta_{|v|}$. Заметим, что если $\delta_{|v|} = 0$, то x будет расшифровывать v тогда и только тогда, когда $f(x) = v$. Будем говорить также, что множество $A \subseteq T$ расшифровывается индуктором f , если для всякого $v \in A$ найдется $x \in T$ такое, что $|f(x) \nabla v| \leq \delta_{|v|}$.

3. В теореме 1 даются необходимые и достаточные условия того, чтобы при расшифровке произвольных множеств $A \subseteq T$ несогласующие индукторы работали не хуже согласующих, причем эти условия оказываются достаточно слабыми.

Теорема 1. Неравенство $S(A, F_{nc}) \leq S(A, F_c)$ выполняется одновременно для всех $A, A \subseteq T$, тогда и только тогда, когда существует $i_0 (1 \leq i_0 \leq k-1)$ такое, что $\delta_{i_0} > 0$.

Рассмотрим соотношение сложностей $S_i(A, F_c) \leq S_i(A, F_{nc})$ при различных конкретных распределениях δ . Оказывается, что если мы будем разумно ограничивать пороги δ_i то неравенство $S_i(A, F_{nc}) \leq S_i(A, F_c)$, доказанное в теореме 1, для некоторых $A \subseteq T$ превращается в строгое.

Если же все δ_i очень велики, то любое множество $A \subseteq T$ будет расшифровываться согласующими и несогласующими индукторами всегда с одной и той же сложностью, равной 1 (с единственным исключением, когда $A = \{(\emptyset, \emptyset)\}$). Естественно считать такой случай неинтересным.

Теорема 2. Пусть $\delta_i = 0$ при $i = 1$. Тогда

$$\exists A (A \subseteq T \& S_i(A, F_{nc}) < S_i(A, F_c)) \sim \exists i_0 (2 \leq i_0 \leq k \& \delta_{i_0} \leq i_0 - 2)$$

Следствие 1. Пусть существует $i_0 (3 \leq i_0 \leq k; k \geq 4)$ такое, что $\delta_{i_0} = 0$. Тогда найдется такое $A \subseteq T$, что

$$S(A, F_{nc}) < S(A, F_c)$$

Покажем, что при $\delta_i = 0 (1 \leq i \leq k)$, можно указать классы ПМ, которые согласующими индукторами расшифровываются строго лучше чем несогласующими.

Теорема 3. Пусть $\delta_i = 0$ для всех $i (1 \leq i \leq k)$. Чтобы для некоторого множества A выполнялось неравенство

$$S(A, F_c) < S(A, F_{nc})$$

необходимо и достаточно, чтобы A удовлетворяло одному из следующих двух условий:

$$a) |A| = |T \setminus D^k| \quad \text{и} \quad \forall x, y (x \in (T \setminus D^k) \setminus A \ \& \ y \in A \ \& \ |x| < |y| \rightarrow x \subseteq y)$$

$$b) A \supseteq T \setminus D^k.$$

Теоремы 1—3 дают представление о соотношении сложностей расшифровки классов ПМ согласующими и несогласующими индукторами при различных распределениях порогов δ_i . Точнее, справедливо следующее

Следствие 2.

1. Если $\forall i (1 \leq i \leq k-1 \rightarrow \delta_i = 0)$, то

$$\exists A_1, A_2 (A_1, A_2 \subseteq T \ \& \ S(A_1, F_c) < S(A_1, F_{nc}) \ \& \ S(A_2, F_{nc}) < S(A_2, F_c)).$$

2. Если $\exists i_0 (1 \leq i_0 \leq k-1 \ \& \ \delta_{i_0} > 0)$, то:

$$(a) \ \delta_1 = 0 \ \& \ \exists i (2 \leq i \leq k \ \& \ \delta_i \leq i-2) \rightarrow (\forall A (A \subseteq T \rightarrow S(A, F_{nc}) \leq S(A, F_c) \ \& \ \exists B (B \subseteq T \ \& \ S(B, F_{nc}) < S(B, F_c))),$$

$$(b) \ \delta_1 = 0 \ \& \ \forall i (2 \leq i \leq k \rightarrow \delta_i > i-2) \rightarrow \forall A (A \subseteq T \rightarrow S(A, F_c) = S(A, F_{nc})),$$

$$(c) \ \delta_1 > 0 \ \& \ \forall i (3 \leq i \leq k \ \& \ k > 4 \rightarrow \delta_i > 1) \rightarrow \forall A (A \subseteq T \rightarrow S(A, F_{nc}) \leq S(A, F_c)),$$

$$(d) \ \delta_1 > 0 \ \& \ \exists i (3 \leq i \leq k \ \& \ k > 4 \ \& \ \delta_i = 0) \rightarrow (\forall A (A \subseteq T \rightarrow S(A, F_{nc}) \leq S(A, F_c) \ \& \ \exists B (B \subseteq T \ \& \ S(B, F_{nc}) < S(B, F_c))).$$

Определение 4. Пусть даны индуктор f и ПМ x, v . Будем говорить, что x и v находятся в отношении Θ_f (этот факт будем обозначать через $x \Theta_f v$), если $x \subseteq v$ и x расшифровывает v посредством f , то есть $|f(x) \cap v| \leq \delta_1$.

Предикат Θ_f по существу накладывает более жесткие ограничения на ПМ x , посредством которых может быть расшифрована данная ПМ v , а именно, требование согласованности x с v . Сложность расшифровки $S(v, f)$ при этом ограничении принимает следующий вид:

$$S'(v, f) = \begin{cases} \min_{x \Theta_f v} |x|, & \text{если такое } x \text{ существует,} \\ k+1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Определение 5. Скажем, что множество $B \subseteq T$ расшифровывает $A \subseteq T$ посредством индуктора f , если для всякого $v \in A$ найдется $x \in B$ такое, что $x \Theta_f v$. Через $Z(A, f)$ обозначим какое-либо минимальное по мощности множество, расшифровывающее A посредством индуктора f и удовлетворяющее свойству

$$с4. \quad S'(A, f) = \max_{x \in Z(A, f)} |x|$$

Множество $Z(A, f)$ назовем рабочей зоной f при расшифровке множества A .

Данное определение корректно. Действительно, пусть x_v — какая-либо минимальная по мощности ПМ такая, что $x_v \Theta_f v$. Тогда мно-

жество $\{x_v | v \in A\}$ будет расшифровывать A посредством f и, в то же время, для него будет выполнено $s \dagger$.

Заметим, что условие вхождения x_v в $Z(A, f)$ для каждого v , вообще говоря, не является необходимым.

Теорема 4. $\forall A (A \subseteq T \rightarrow S'(A, F_c) \leq S'(A, F_{nc}))$.

Найдем класс тех множеств $A \subseteq T$, на которых согласующие индукторы работают строго лучше несогласующих.

Теорема 5. Пусть $\delta_i = 0$ для всех $i (1 \leq i \leq k)$. Тогда для выполнения неравенства

$$S'(A, F_c) < S'(A, F_{nc})$$

необходимо и достаточно выполнение одного из следующих условий:

- У1. $|A| = |T \setminus D^k|$ и существует такое взаимнооднозначное отображение ψ из $(T \setminus D^k) \setminus A$ в $D^k \cap A$, что $x \subseteq \psi(x)$ для любого x ,
У2. $A \supseteq T \setminus D^k$.

Класс множеств, выделенный в теореме 5 достаточно обширен и интересно найти, как он изменится, если допускать для некоторых δ_i значения, отличные от 0. Ответом на этот вопрос является

Теорема 6. Пусть $\delta_i \leq \delta_i + 1$ для всех $i (1 \leq i < k)$ и существует $i_0 (1 \leq i_0 \leq k-1)$ такое, что $\delta_{i_0} > 0$. Тогда для произвольного множества $A \subseteq T$

$$S^1(A, F_{nc}) = S^1(A, F_{nc}).$$

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР и

Ереванского государственного университета

Ա. Հ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Է. Մ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Համաձայնեցնող ինդուկտորների համեմատական
բնութագրերի կայունության մասին

Նախկինում առաջարկված ինդուկտիվ ընդհանրացման մոդելի սահմաններում համեմատված են համաձայնեցնող և ոչ-համաձայնեցնող ինդուկտորների բացարձակ հնարավորությունները, ընդ որում փնտրվող հասկացությունը համարվում է վերծանված, եթե հիստոթեզը համընկնում է նրա հետ տրված ճշտությամբ: Պարզվում է, որ նշված համեմատական հատկությունները կայուն են վերծանման ճշտության փոփոխման լայն սահմաններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Э. М. Погосян «К теории автоматического синтеза понятий». Семантика и информатика, в. 8, ВИНТИ, 125—152, №, 1977.