ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXVII 1978 2

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. В. Саакян

Построение функций влияния для упругой полосы от движущихся по ее краям с постоянной скоростью сосредоточенных сил и тепловых источников

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 29/III 1978)

Определение напряженно-деформированного состояния упругих тел от движущихся по их границам с постоянной скоростью силовых и температурных факторов, ввиду важного прикладного значения рассматриваемого круга задач, стало предметом исследования многих авторов. Достаточно полная библиография основных результатов и работ из указанной области теории упругости приведена в ([1,2]). Однако, следует отметить, что в указанных работах упругие тела в основном берутся в виде полуплоскости и полупространства. Между тем исследование задач подобного типа для упругих тел, моделируемых в виде бесконечной полосы или слоя, имеет теоретическое и прикладное значение. В этом аспекте имеется сравнительно немного работ, из которых укажем на работу ([3]).

В настоящей статье построены функции влияния для бесконечной упругой полосы, когда по ее краям с постоянной скоростью движутся вертикальные и горизонтальные сосредоточенные силы, а также точечные тепловые источники. Сначала рассматривается температурная задача, а затем в рамках теории температурных напряжений—упругая задача. При помощи комплексного и обобщенного преобразований Фурье искомые функции влияния представлены интегралами Фурье, для которых получены асимптотические формулы. В предельном случае получены результаты для полуплоскости.

На основе изложенных здесь результатов можно провести исследование соответствующих контактных задач о движущихся штампах.

1. Определим температурное поле, которое создается в упругой полосе, когда по ее краям с постоянной скоростью V_0 движутся точечные тепловые источники постоянной мощности S.

Решение указанной задачи сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\nabla^2 T(x,y,t) - \frac{c_0}{\lambda_0}\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = 0 \qquad \begin{matrix}(-\infty<x<\infty,\\ -2d<y<0,\\ -\infty<t<\infty)\end{matrix} \qquad (1.1)$$

при следующих граничных условиях

$$\left.\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{S}{\lambda_0}\delta(x-V_0t) \quad \text{и} \quad \left.\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}\right|_{y=-2d} = \frac{S}{\lambda_0}\cdot\delta(x-V_0t). \qquad (1.2)$$

Здесь $T(x,y,t)$ — температура в полосе, c_0 и λ_0 — удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала полосы, а $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Так как рассматриваемая задача является квазистатической, то можно ввести координатную систему (ξ,η), скрепленную с движущимся источником и связанную с системой (x,y) соотношениями:

$$\xi = x - V_0t;\ \eta = y. \qquad (1.3)$$

Тогда уравнение (1.1) и условия (1.2) примут вид;

$$\nabla^2 T(\xi,\eta) + \frac{c_0 V_0}{\lambda_0}\cdot\frac{\partial T(\xi,\eta)}{\partial\xi} = 0 \qquad \begin{matrix}(-\infty<\xi<\infty,\\ -2d<\eta<0)\end{matrix} \qquad (1.4)$$

$$\left.\frac{\partial T(\xi,\eta)}{\partial\eta}\right|_{\eta=0} = -\frac{S}{\lambda_0}\cdot\delta(\xi) \text{ и } \left.\frac{\partial T(\xi,\eta)}{\partial\eta}\right|_{\eta=-2d} = \frac{S}{\lambda_0}\cdot\delta(\xi) \qquad (1.5)$$

Применяя к краевой задаче (1.4) — (1.5) комплексное преобразование фурье (4), получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно трансформанты температуры $\overline{T}(\eta,\alpha)$ при определенных граничных условиях. Решение последней краевой задачи дается формулой

$$\overline{T}(\eta,\alpha) = -\frac{S}{\lambda_0\delta^*\cdot\mathrm{sh}\,\delta^* d}\cdot\mathrm{ch}\,\delta^*(d+\eta), \qquad (1.6)$$

где

$$\delta^*(\alpha) = \sqrt{\alpha^2 + i\alpha\varkappa}\ ;\ \varkappa = \frac{c_0 V_0}{\lambda_0},$$

Точки $\alpha=0$ и $\alpha=-i\varkappa$ являются точками ветвления функции $\delta^*(\alpha)$ в комплексной плоскости $\alpha=\sigma+i\tau$. При этом в (1.6) выбрана та однозначная ветвь функции $\delta^*(\alpha)$, для которой $\delta^*(\alpha)\to|\sigma|$ при $\alpha\to\pm\infty$ вдоль вещественной оси. Для этого необходимо (4) разрезать плоскость α по линиям, соединяющим точки $\alpha=0$ и $\alpha=-i\varkappa$ с бесконечно удаленной точкой и лежащим соответственно в верхней и нижней полуплоскостях.

Функция $\overline{T}(\eta,\alpha)$ регулярна в полосе $-\varkappa<\tau<0$. Тогда, истинное значение температуры $T(\xi,\eta)$ согласно известной теореме из (1) определится интегралом

$$T(\xi,\eta)=-\frac{S}{2\pi\lambda_0}\int_{i\varepsilon-\infty}^{i\varepsilon+\infty}\frac{\operatorname{ch}\delta^*(d+\eta)}{\delta^*\cdot\operatorname{sh}\delta^* d}e^{-i\alpha\xi}d\alpha. \qquad (-\infty<\xi<0)$$

С помощью теоремы о вычетах и леммы Жордана найдем:

$$T(\xi,\eta)=-\frac{S}{\lambda_0 d\varkappa}\left\{1+H(\xi)\left[e^{-\varkappa\xi}-1\right]+\varkappa e^{-\frac{\varkappa\xi}{2}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{\pi k\eta}{d}}{\sqrt{\frac{\varkappa^2}{4}+\frac{\pi^2k^2}{d^2}}}\times\right.$$

$$\left.\times\, e^{-|\xi|\sqrt{\varkappa^2/4+\pi^2k^2/d^2}}\right\}.$$

В системе координат (x,y) будем иметь:

$$T(x,y,t)=-\frac{S}{\lambda_0 d\varkappa}\left\{1+H(x-V_0t)\left[e^{-\varkappa(x-V_0t)}-1\right]+\right.$$

$$\left.+\varkappa e^{-\frac{\varkappa}{2}(x-V_0t)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{\pi k\eta_1}{d}}{\sqrt{\frac{\varkappa^2}{4}+\frac{\pi^2k^2}{d^2}}}\cdot e^{-|x-V_0t|\sqrt{\varkappa^2/4+\pi^2k^2/d^2}}\right\} \qquad (1.7)$$

2. Перейдем теперь к построению функций влияния для упругой полосы, когда по ее краям с постоянной скоростью V_0 движутся сосредоточенные нормальные и тангенциальные силы и точечные тепловые источники мощностью S (рис. 1).

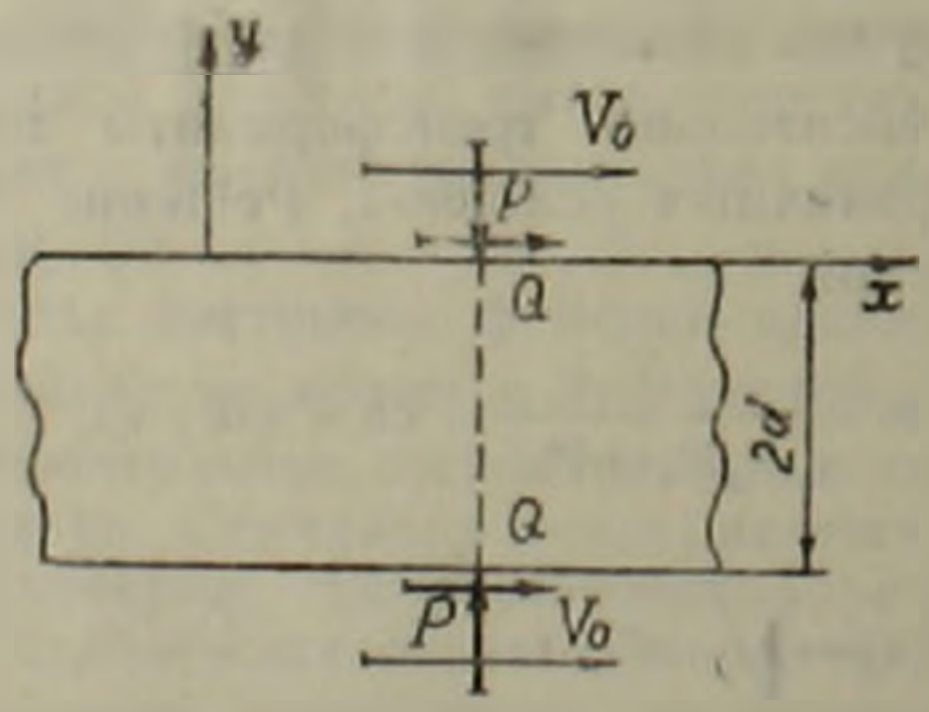


Рис. 1

В рамках теории температурных напряжений уравнения Ляме будут ([1])

$$\mu\nabla^2u+(\lambda+\mu)\frac{\partial\vartheta}{\partial x}=\rho\frac{\partial^2u}{\partial t^2}+\gamma\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (-\infty<x<\infty,$$

$$\mu\nabla^2v+(\lambda+\mu)\frac{\partial\vartheta}{\partial y}=\rho\frac{\partial^2v}{\partial t^2}+\gamma\frac{\partial T}{\partial y} \qquad -2d<y<0,\ -\infty<t<\infty)$$

где функция $T(x,y,t)$ дается формулой (1.7).

Граничные условия поставленной задачи имеют вид:

$$\left(\lambda\theta+2\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\gamma T\right)\Big|_{y=0}=-P\cdot\delta(x-V_0t);\ \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\Big|_{y=0}=$$

$$=Q.\delta(x-V_0t);$$

$$\left(\lambda\theta+2\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\gamma T\right)\Big|_{y=-2d}=-P.\delta(x-V_0t);\quad \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\Big|_{y=-2d}=$$

$$=-Q.\delta(x-V_0t);\quad (-\infty<x<\infty),$$

где $\theta=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}$ — дилатация, $\gamma=(3\lambda+2\mu)\alpha_t$, α_t — коэффициент линейного расширения для материала полосы, а λ и μ — известные коэффициенты Ляме.

Опять переходя к системе (ξ,η) по формулам (1.3) и применяя обобщенное преобразование Фурье ([5]) к поставленной краевой задаче, после некоторых выкладок находим трансформанты перемещений:

$$\overline{U}(\eta,\sigma)=\frac{i}{\mu\Delta}\left\{\frac{P}{\sigma}-\frac{\gamma S}{\lambda_0}\cdot\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2}\cdot\frac{\operatorname{cth}\delta^*d}{\delta^*\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\right\}[2k_1k_2.\operatorname{sh}\sigma k_1d.\operatorname{ch}\sigma k_2(d+\eta)-$$

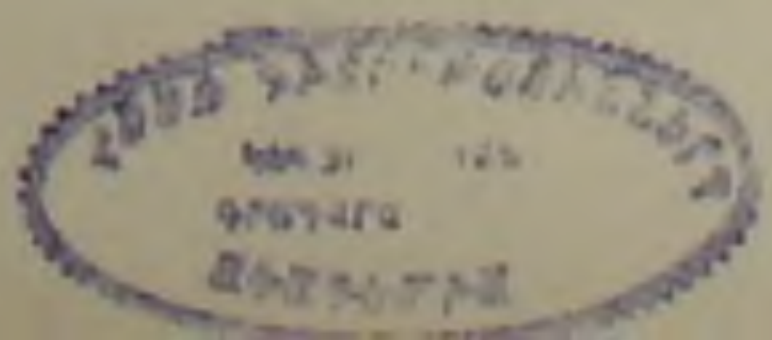
$$-(1+k_2^2).\operatorname{sh}\sigma k_2d.\operatorname{ch}\sigma k_1(d+\eta)]+\frac{k_2}{\mu\sigma\Delta}\left\{Q-\frac{\gamma S}{\lambda_0}\cdot\frac{2i}{(1-k_2^2)\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\right\}\times$$

$$\times[2.\operatorname{ch}\sigma k_1(d+\eta).\operatorname{ch}\sigma k_2d-(1+k_2^2).\operatorname{ch}\sigma k_1d.\operatorname{ch}\sigma k_2(d+\eta)]+$$

$$+\frac{i\gamma S}{\mu\lambda_0(1-k_2^2)\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\cdot\frac{\operatorname{ch}\delta^*(d+\eta)}{\delta^*.\operatorname{sh}\delta^*d}\qquad(2.1)$$

$$\overline{V}(\eta,\sigma)=\frac{k_1}{\mu\Delta}\left\{\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2}\cdot\frac{\gamma S}{\lambda_0\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}-\frac{P}{\sigma}\right\}[2.\operatorname{sh}\sigma k_1d.\operatorname{sh}\sigma k_2(d+\eta)-$$

$$-(1+k_2^2).\operatorname{sh}\sigma k_2d.\operatorname{sh}\sigma k_1(d+\eta)]+\frac{i}{\mu\sigma\Delta}\left\{Q-\frac{\gamma S}{\lambda_0}\cdot\frac{2i}{(1-k_2^2)\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\right\}\times$$



$$\times [2k_1k_2 \cdot \operatorname{ch} \sigma k_2 d \cdot \operatorname{sh} \sigma k_1 (d+\tau_1) - (1+k_2^2) \cdot \operatorname{ch} \sigma k_1 d \cdot \operatorname{sh} \sigma k_2 (d+\tau_1)] -$$

$$- \frac{\gamma S}{\mu \lambda_0 \sigma (1-k_2^2) \left(\sigma + i\varkappa \frac{c_1^2}{V_0^2}\right)} \cdot \frac{\operatorname{sh} \delta^* (d+\tau_1)}{\operatorname{sh} \delta^* d}, \qquad (2.2)$$

где

$$\Delta = 4 k_1 k_2 \cdot \operatorname{sh} \sigma k_1 d \cdot \operatorname{ch} \sigma k_2 d - (1+k_2^2)^2 \cdot \operatorname{ch} \sigma k_1 d \cdot \operatorname{sh} \sigma k_2 d$$

$$c_1^2 = \frac{\lambda+2\mu}{\rho}; \; c_2^2 = \frac{\mu}{\rho}; \; k_l^2 = 1 - \frac{V_0^2}{C_l^2} \quad (l=1,2)$$

а $\delta^* = \sqrt{\sigma^2 + i\varkappa\sigma}$ — представляет собой значение функции $\delta^*(\alpha)$, определенной в предыдущем пункте, на вещественной оси.

Полагая в (2.1) и (2.2) $\tau_1=0$ и $\tau_1=-2d$ получим значения трансформантов перемещений граничных точек полосы

$$\overline{U}(0,\sigma) = \overline{U}(-2d,\sigma) = \frac{iP}{\mu\sigma\Delta} [2k_1k_2 . \operatorname{sh} \sigma k_1 d . \operatorname{ch} \sigma k_2 d - (1+k_2^2) . \operatorname{ch} \sigma k_1 d . \operatorname{sh} \sigma k_2 d] +$$

$$+ \frac{k_2}{\mu\sigma\Delta} \left| (1-k_2^2) Q - \frac{2i\gamma_1 S}{\left(\lambda_0(\sigma + i\varkappa \frac{c_1^2}{V_0^2})\right)} \right| \cdot \operatorname{ch} \sigma k_1 d . \operatorname{ch} \sigma k_2 d +$$

$$+ \frac{2ik_1k_2\gamma S}{\mu\lambda_0\left(\sigma + i\varkappa \frac{c_1^2}{V_0^2}\right)\Delta} \cdot \frac{\operatorname{cth} \delta^* d}{\delta^*} \cdot \operatorname{sh} \sigma k_1 d . \operatorname{ch} \sigma k_2 d , \qquad (2.3)$$

$$\overline{V}(0,\sigma) = -\overline{V}(-2d,\sigma) = \frac{iQ}{\mu\sigma\Delta} [2k_1k_2 \cdot \operatorname{sh} \sigma k_1 d \cdot \operatorname{ch} \sigma k_2 d -$$

$$- (1+k_2^2) . \operatorname{ch} \sigma k_1 d . \operatorname{sh} \sigma k_2 d] + \frac{k_1}{\mu\Delta} \left| \frac{(1+k_2^2)\gamma S}{\left(\lambda_0(\sigma + i\varkappa \frac{c_1^2}{V_0^2})\right)} \cdot \frac{\operatorname{cth} \delta^* d}{\delta^*} - \right.$$

$$\left. - (1-k_2^2) \frac{P}{\sigma} \right| \cdot \operatorname{sh} \sigma k_1 d . \operatorname{sh} \sigma k_2 d -$$

$$- \frac{(1+k_2^2)\gamma S}{\mu\lambda_0\sigma\left(\sigma + i\varkappa \frac{c_1^2}{V_0^2}\right)\Delta} \cdot \operatorname{ch} k\sigma_1 d . \operatorname{sh} \sigma k_2 d . \qquad (2.4)$$

Известным способом, как в работе ([6]), найдем асимптотику перемещений граничных точек в окрестности точки приложения внешних факторов:

$$U(\xi,0)=\frac{P}{2\mu}\cdot\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi-\frac{Q}{\pi\mu}\cdot\frac{k_2(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}[\ln|\xi|+C]+$$

$$+\frac{\gamma S}{\pi\mu\lambda_0}\cdot\frac{2k_2(1-k_2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\cdot\xi[\ln|\xi|+1-C]+0(\xi^N)\quad(\xi\to0,N\geqslant2)\quad(2.5)$$

$$V(\xi,0)=\frac{P}{\pi\mu}\cdot\frac{k_1(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}[\ln|\xi|+C]+\frac{Q}{2\mu}\cdot\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\cdot$$

$$\cdot\operatorname{sign}\xi+\frac{\gamma S}{2\mu\lambda_0}\frac{(1-k_2)(1+k_2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}|\xi|+0(\xi^N)\quad(\xi\to0,N\geqslant2)\quad(2.6)$$

Асимптотики перемещений граничных точек на бесконечности получим с помощью метода Лайтхилла ([7])

$$U(\xi,0)=\frac{P}{2\mu}\frac{2k_1^2-(1+k_2^2)}{4k_1^2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi-\frac{Q}{2\mu d}\frac{1-k_2^2}{4k_1^2-(1+k_2^2)^2}|\xi|+$$

$$+\frac{\gamma S}{\mu\lambda_0\varkappa d}\frac{1-k_1^2}{4k_1^2-(1+k_2^2)^2}\left|\frac{1+k_1^2}{\varkappa}\operatorname{sign}\xi+|\xi|\right|+0\left(\frac{1}{\xi^N}\right)$$

$$(N\geqslant2,\ \xi\to\pm\infty)\quad(2.7)$$

$$V(\xi,0)=-\frac{Q}{2\mu}\frac{2k_1^2-(1+k_2^2)}{4k_1^2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi-$$

$$-\frac{\gamma S}{2\mu\lambda_0\varkappa}\frac{(1+k_2^2)(1-k_1^2)}{4k_1^2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi+0\left(\frac{1}{\xi^N}\right).$$

Наличие в асимптотической формуле (2.7) неограниченного на бесконечности слагаемого для горизонтальных перемещений обусловлено неуравновешенностью приложенной системы тангенциальных сил. Этот факт нетрудно установить также при помощи асимптотических формул для напряжений на бесконечности. Действительно, в соответствующей статической задаче, когда на краях полосы заданы только горизонтальные, одинаково направленные сосредоточенные силы Q, бигармоническая функция имеет вид:

$$\varphi(x,y)=\frac{iQ}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\cdot\operatorname{sh}sd\cdot\operatorname{chs}(y+d)-(y+d)\cdot\operatorname{ch}sd\cdot\operatorname{sh}s(y+d)}{s[\operatorname{sh}2sd+2sd]}e^{-isx}ds.$$

Исходя из последнего, легко получить асимптотические формулы для напряжений

$$\sigma_x(x,y) = -\frac{Q}{2d}\operatorname{sign} x + 0\left(\frac{1}{x^N}\right); \quad \sigma_y(x,y) = \tau_{xy}(x,y) = 0\left(\frac{1}{x^N}\right)$$

$$(N \geqslant 2,\ x \to \pm\infty).$$

Отсюда, по известным формулам (6), для перемещений найдем

$$U(x,y) = -\frac{Q(\lambda+2\mu)}{8\mu(\lambda+\mu)d}|x| + 0\left(\frac{1}{x^N}\right);$$

$$V(x,y) = \frac{Qi(y+d)}{8\mu(\lambda+\mu)}\operatorname{sign} x + 0\left(\frac{1}{x^N}\right) \quad (N \geqslant 2,\ x \to \pm\infty)$$

Эти формулы полностью совпадают с соответствующими слагаемыми в (2.7), когда $V_0 = 0$.

3. Теперь покажем, что при помощи предельного перехода $d \to \infty$ из результатов предыдущего пункта можно получить функции влияния для упругой полуплоскости, по границе которой с постоянной скоростью движутся вышеуказанные силовые и тепловой факторы.

Устремляя в формулах (2.3) и (2.4) $d \to \infty$, найдем трансформанты перемещений граничных точек полуплоскости:

$$\overline{U}(0,\sigma) = \frac{iP}{\mu\sigma}\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2} + \frac{Q}{\mu|\sigma|}\frac{k_2(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2} -$$

$$-\frac{i\gamma S}{\mu\lambda_0\left(\sigma + i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\left[\frac{1}{|\sigma|} - \frac{k_1}{\sqrt{\sigma^2+i\sigma\varkappa}}\right]\frac{2k_2}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}$$

$$\overline{V}(0,\sigma) = -\frac{P}{\mu|\sigma|}\frac{k_1(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2} + \frac{iQ}{\mu\sigma}\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2} -$$

$$-\frac{\gamma S\cdot\operatorname{sign}\sigma}{\mu\lambda_0\left(\sigma+i\varkappa\frac{c_1^2}{V_0^2}\right)}\left|\frac{1}{|\sigma|} - \frac{k_1}{\sqrt{\sigma^2+i\sigma\varkappa}}\right|\frac{1+k_2^2}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}.$$

Асимптотики перемещений граничных точек полуплоскости вблизи действующих факторов совпадают с подобными асимптотиками для полосы, т. е. даются формулами (2.5) и (2.6), в то время как на бесконечности они имеют вид:

$$U(\xi,0) = \frac{P}{2\mu}\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi - \frac{Q}{\pi\mu}\frac{k_2(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}[\ln|\xi| + C] +$$

$$+\frac{\gamma S}{\pi\mu\lambda_0\varkappa}\frac{k_2(1-k_1^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}[\ln|\xi| + C] + 0\left(\frac{1}{\xi^N}\right) \quad (N \geqslant 2,\ \xi \to \pm\infty)$$

$$V(\xi,0) = \frac{Q}{2\mu}\frac{2k_1k_2-(1+k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\operatorname{sign}\xi + \frac{P}{\pi\mu}\frac{k_1(1-k_2^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}[\ln|\xi| + C] +$$

$$+\frac{\gamma_1 S}{2\mu\lambda_0 \varkappa}\frac{(1+k_2^2)(1-k_1^2)}{4k_1k_2-(1+k_2^2)^2}\cdot \operatorname{sign}\xi+0\left(\frac{1}{\xi^N}\right)\quad (N\geqslant 2,\ \xi\to\pm\infty).$$

В случае отсутствия теплового источника ($S=0$) получаем замкнутое решение задачи для полуплоскости, по границе которой с постоянной скоростью V_0 движутся сосредоточенные силы. Если же отсутствует и горизонтальная сила ($Q=0$), то получим известное из (⁶) решение.

Автор благодарит С. М. Мхитаряна за постановку задачи и руководство работой.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

А. В. САЛОКЯН

Առաձգական շերտի եզրերով հաստատուն արագությամբ շարժվող կենտրոնացած ուժերից և ջերմային աղբյուրներից ազդեցության ֆունկցիաների կառուցումը

Ներկա հոդվածում անվերջ առաձգական շերտի համար, երբ նրա եզրերով հաստատուն արագությամբ շարժվում են վերտիկալ և հորիզոնական կենտրոնացած ուժեր, ինչպես նաև կետային ջերմային աղբյուրներ, կառուցված են ազդեցության ֆունկցիաներ։

Ակզբում դիտարկվում է ջերմային խնդիրը, իսկ այնուհետև ջերմային լարումների տեսության շրջանակներում առաձգական խնդիրը։ Ֆուրյեի կոմպլեքս և ընդհանրացված ձևափոխությունների օգնությամբ փնտրվող ազդեցության ֆունկցիաները ներկայացնում են Ֆուրյեի ինտեգրալներով, որոնց համար ստացված են ասիմպտոտիկ բանաձևեր։ Ամհմանային դեպքում ստացվում են արդյունքներ կիսահարթության համար։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. Новацкий*, Теория упругости «Мир», М., 1975. [2] Развитие теории контактных задач в СССР. «Наука», М., 1976. [3] *Кир и Сое* Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Сер. Е, № 1, 1971. [4] *Б. Нобл*, Метод Винера-Хопфа, Изд-во иностр. лит. М., 1962. [5] *И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов*, Обобщенные функции и действия над ними. Физматгиз. М., 1958. [6] *Э. Х. Григорян*, ПММ, вып. 2, т. 38 (1974). [7] *M. J. Lighthill*, An introduction to Fourier analysis and generalized functions. Cambridge Univ. Press, 1959. [8] *Н. И. Мусхелишвили*, Некоторые основные задачи математической теории упругости. „Наука" М., 1966. [9] *J. D. Cole, J. H. Huth*, *Journal of Appl. Mech.* 25 (1958).