

УДК [548.0:53] + 530.145

ФИЗИКА

О. П. Анисимона, Г. А. Варданян

О структуре вакансий в растворе He<sup>3</sup>—He<sup>4</sup>

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саякяном 23/II 1978)

Поведение вакансий в твердом растворе He<sup>3</sup>—He<sup>4</sup> при температурах  $T$ , удовлетворяющих условию  $J \ll T \ll \Delta$  (где  $J$  — величина энергии обменного взаимодействия,  $\Delta$  — ширина зоны) во многом аналогично поведению этих же квазичастиц в кристаллах He<sup>3</sup> (1). Если речь идет о слабом растворе He<sup>4</sup> частиц в He<sup>3</sup>, то легко видеть, что каждая вакансия должна порождать в растворе макроскопическую область, в которой ядерные спины He<sup>3</sup> поляризованы и частицы He<sup>4</sup> из этой области вытеснены, в результате чего происходит делокализация вакансий. При том же термодинамическом состоянии на кривой расщепления соответствующая другой концентрации He<sup>3</sup> (т. е. в слабом растворе He<sup>3</sup>—He<sup>4</sup>) вакансия порождает область, из которой частицы He<sup>3</sup> вытеснены.

Картина здесь похожа ситуации об изменении термодинамического состояния при внесении в систему электрона (2,3), или растворимого вещества в растворителе (4).

Пусть в объеме  $V$  имеется  $N_3$  He<sup>3</sup> частиц и  $N_4$  He<sup>4</sup>. Число узлов  $N = N_3 + N_4$ . Концентрацию раствора назовем отношение  $c = n_4/n_3$ ; предположим, что  $c \ll 1$ . Свободная энергия такой системы, когда вакансия порождает область объема  $v$ , в которой она делокализуется, будет:

$$F = \epsilon_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR^2} + n_3 v T \ln 2 + n_4 (V - v) \left[ T \ln \frac{n_4 (V - v)}{e(n_3 + n_4) V} + \psi(p, T) \right]. \quad (1)$$

Функция  $\psi(p, T)$  — описывает свойства твердого раствора. При небольших давлениях зависимость  $\psi$  от  $p$  не играет роли.

Свободная энергия раствора, в которой пока еще не существует делокализованная вакансия можно представить в виде:

$$F' = n_3 \mu_3 + n_4 V T \ln \frac{n_4}{e n_3} + n_4 \psi. \quad (2)$$

В другой точке кривой расслоения ( $1-c \ll 1$ ), с тем же  $\rho$  и  $T$ , свободная энергия раствора, в которой вакансия вытесняет из объема  $v$  He<sup>3</sup> и делокализуется, будет:

$$F_2 = n_3 \mu_3 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR_1^2} + n_3(V-v)T \ln \frac{n_3(V-v)}{en_3V} + n_3(V-v)\psi_1, \quad (3)$$

а до образования такой области  $v$ :

$$F_1 = n_3 \mu_3 + n_3 VT \ln \frac{n_3}{en_3} + n_3 V \psi_1. \quad (4)$$

Из условия минимальности написанных выражений (1) и (3) находим радиусы сферы.

В предположении, что  $v \ll V$ , ( $n_3 + n_4 = 1/a^3$ ):

$$R = \left( \frac{\pi \hbar^2 a^3}{4mT \left| n_3 a^3 \ln 2 - (1 - n_3 a^3) \right| \left| \ln \frac{1 - n_3 a^3}{e} \right| + n_4 \psi_1^2} \right)^{1/5} \quad (5)$$

и

$$R_1 = \left( \frac{\pi \hbar^2}{4mT n_3 \left| \ln \frac{n_3}{n_4} \right| - n_3 \psi_1} \right)^{1/5}. \quad (6)$$

Магнитный момент  $M$  ферромагнитной области, окружающей вакансию, определяется выражением  $M = v n_3 \mu$ , а равновесное число вакансий  $N_v \sim \exp(-F/T)$ , где  $F$  получается путем подстановки (5) и (6) в (1) и (3).

Для образования этих областей необходимо произвести работу для того, чтобы вытеснить в первом случае, например He<sup>4</sup> из области радиуса  $R$ .

Минимальная работа, которая необходима для вытеснения атомов He<sup>4</sup>, равна

$$\mu R = \Phi(n) - \Phi(0), \quad \mu R = c n_4 T$$

$$\Phi(n) = n \mu^0 + n T \ln \frac{n}{eN} + \psi(\rho, T),$$

где

$$\Phi(0) = n \mu_0 + \mu^1 n,$$

$\mu^1$  — химический потенциал растворенного вещества,

$$\mu^1 = T \ln \frac{n}{N} \psi(\rho, T).$$

Для вытеснения  $n$  атомов He<sup>3</sup>,  $\mu R = c n_4 T$ . Тогда в области сферы радиуса  $R$  возникает упорядоченное состояние, энергия кото-

$$F = \varepsilon_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR^2} + \frac{4\pi}{3} R^3 n_2 T \ln 2 + c \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 n_2 T.$$

На другой ветви кривой расслоения, т. е. на ветви, на которой концентрация  $cn_2 \ll 1$ , энергия области радиуса  $R_1$  равна

$$F = \varepsilon_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR_1^2} + c \cdot \frac{4\pi}{3} R_1^3 n_2 T.$$

Из условия минимальности написанных выражений (2, 3) найдем радиусы сферы:

$$R = \left( \frac{\pi \Delta}{4(\ln 2 + c)} \right)^{1/5} a, \quad (7)$$

$$R_1 = \left( \frac{\pi \Delta}{4Tc} \right)^{1/5} a, \quad (8)$$

где  $a$  — постоянная решетки.

Область концентраций, которая необходима для проявления указанного явления, найдена из условия, что радиус сферы достаточно большой по сравнению с расстоянием между атомами принадлежащих вытеснению:

$$R \gg ac^{-1/3}.$$

Из выражений (4), (5), и (6) легко видеть, что

$$(T/\Delta)^{3/2} \ll c < 1$$

на начальной ветви кривой расслоения, и

$$(T/\Delta)^{3/2} \ll c \ll 1$$

на другой ветви этой кривой, соответствующей температуре  $T = 0,4^\circ \text{K}$

Возникновение упорядоченности областей радиуса  $R$  и  $R_1$  вокруг вакансий приводит к заметным изменениям магнитных и термодинамических свойств твердого раствора  $\text{He}^3 - \text{He}^4$ .

Возникновение таких областей приводит к возможности дальнейшего охлаждения раствора  $\text{He}^3 - \text{He}^4$ .

Действительно в расслоенном растворе в богатую на  $\text{He}^4$  фазе вакансия из области  $R$  вытесняет  $\text{He}^4$  и делокализуется. В объеме  $V = \frac{4\pi}{3} R^3$  концентрация  $\text{He}^4$  увеличивается и чтобы сохранилось

равновесие, некоторое количество  $\text{He}^3$  из верхней фазы перейдет в нижнюю, что будет сопровождаться поглощением тепла. В адиабатических условиях это приводит к понижению температуры. В изотермических условиях количество поглощаемого тепла равно

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dn_2}{dt} T \left| n_2 \ln 2 - n_2 \ln \frac{n_2}{n_1} \right|,$$

$\frac{dn_2}{dt}$  — скорость изменения содержания  $\text{He}^3$  в растворе.

Вышеуказанное неравенство не ограничивает значения  $T$  снизу, так как такие ферромагнитные области возникают, как отмечалось, при любом знаке  $J$ .

В заключение укажем некоторые эффекты, которые могут быть использованы для экспериментального обнаружения предсказанных явлений.

1. Предположим, что два раствора, в одном из которых имеется вакансия, отделены друг от друга перегородкой, сквозь которую могут проникать атомы  $\text{He}^3 - \text{He}^4$ . Тогда, хорошо известно, что возникает осмотическое давление, вследствие чего условию равновесия претерпевает изменение (<sup>4</sup>).

Легко убедиться, что осмотическое давление

$$\Delta p = \frac{n_v}{v_1} T \frac{x}{1-x}, \quad (9)$$

где  $x = \frac{v}{V}$ .

Таким образом, измеряя  $\Delta p$ , можно определить радиус  $R$ .

2. Рассмотрим поглощение звука в рассматриваемом случае. Пусть  $R \ll \lambda$ , где  $\lambda$  — длина звуковой волны. Под действием звука вакансии начнет колебаться и рассеивать энергию, взаимодействуя с решеткой.

Скорость движения вакансии  $V_v \ll c$  ( $c$  — скорость звука). В ГПУ  $\text{He}^3$  в поле продольной звуковой волны частоты  $\omega$  и волновым вектором  $\vec{k}$ , направленным вдоль оси  $Ox$ , действует сила:

$$F = \frac{4\pi}{3} R^3 n_v \Lambda \vec{k} E_0 \cos(\omega t - kr) \quad (10)$$

$r-x$  — координата вакансии,  $\Lambda$  — деформационный потенциал. Уравнение движения вакансии в поле силы  $F$  будет:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \nu \frac{dr}{dt} = \frac{\Lambda k E_0}{m} \cos(\omega t - kr). \quad (11)$$

Решение уравнения (3) ищем в виде:

$$r = V_v t + x(t),$$

$x(t)$  — малые колебания с амплитудой  $x_0 \ll \lambda$ .

Тогда

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \nu \frac{dx}{dt} + \nu V_v = \frac{\Delta k E_0}{m} \cos \Omega t + \frac{\Delta k^3 E_0}{m} x \sin \Omega t, \quad \Omega = \omega - k V_v. \quad (12)$$

Отсюда получим

$$V_v = \frac{\Lambda^3 E_0^3 k^3}{2m^3} [\Omega (\Omega^2 + \nu^2)]^{-1}. \quad (13)$$

$$x = \frac{\Delta k E_0}{m} \left( \frac{v}{\Omega} \sin \Omega t - \cos \Omega t \right) \left( \Omega^2 + v^2 \right)^{-1/2} \quad (14)$$

Энергия, поглощаемая вакансией за единицу времени при  $V_v \ll c$  равна:

$$F \frac{dx}{dt} = \frac{4\pi}{3} R^3 n_s \Lambda^3 k^2 E_0 v$$

Выражаем глубокую благодарность Н. М. Лифшицу и А. Ф. Андрееву за обсуждение работы.

Երևանский государственный университет

Օ Պ. ԱՆՍԻՄՈՎԱ, Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

### He<sup>3</sup>—He<sup>4</sup> լուծույթում վականսիոնի կառուցվածքի մասին

Ցույց է տրվում, որ He<sup>3</sup>—He<sup>4</sup> լուծույթում վականսիոնները առաջացնում են  $R$  շառավղով տիրույթ, որտեղ նրանք դեկոկալիզացվում են: Նյութի սառցվող վիճակը ձևով է բերում մագնիսական նոր հատկություններ: Առաջարկվում են փորձեր, որոնք կարող են օգտագործվել այդ տիրույթների հայտնաբերման համար:

### ЛИТЕРАТУРА — ՓՐԱՎԱՆՍԻՅԱՆԻ

- <sup>1</sup> А. Ф. Андреев, Письмо в ЖЭТФ, 24, 608 (1976) <sup>2</sup> Н. М. Лифшиц, С. А. Гродескул, ЖЭТФ, 57, 2209 (1969). <sup>3</sup> М. А. Криволаз, УФН, 111, 617 (1973) <sup>4</sup> Л. Д. Лондау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., 1977.