ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXVI 1978 4

УДК 53.01 : 538.3

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Г. Л. Арешян

О теории электромагнитодинамики

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяном 30/I 1978)

Электромагнитодинамика—теория о движении электрических и магнитных зарядов и их электромагнитного поля, базируется на постулатах о существовании в природе вещественных частиц, обладающих либо только электрическими, либо только магнитными, либо одновременно как электрическими так и магнитными зарядами в любой пропорции (в пределах их дискретности). Известны [1] многочисленные попытки построения теории электромагнитодинамики, однако удовлетворительного решения до сих пор не найдено. Главная трудность заключается в том, что не определен удовлетворяющий целому ряду требований, обобщенный лагранжиан для такой электромагнитодинамики. Необходимый обобщенный интеграл действия (а следовательно и лагранжиан) на наш взгляд, может быть построен с помощью введения новой постоянной взаимодействия n, которая дает возможность получить релятивистски инвариантную и не противоречащую известным экспериментальным данным теорию электромагнитодинамики, которая обобщает и включает в себя, как частные случаи, теорию электродинамики [2] и магнитодинамики [3]. Ниже в очень краткой форме (без выводов) и только в четырехмерной записи приводятся полученные автором основные уравнения электромагнитодинамики для неподвижных и подвижных сред. Из этих уравнений нетрудно получить соответствующие дифференциальные и интегральные уравнения в трехмерном пространстве. Законы преобразования трехмерных векторов электромагнитного поля при переходе к подвижным координатам и обратно легко получаются из условия соответствующих преобразований составляющих тензоров F_{ik}, H_{ik}, G_{ik} и E_{ik}. Все эти уравнения ради экономии места здесь не даны.

1. *Интеграл действия и плотность функции Лагранжа.* В системе MKS—M для вещественных сред (обозначения даны в конце) постулируем следующее выражение интеграла действия:

$$S = -\sum \int mcds + \sum \int i(eA_k + gK_k)dx^k -$$
$$-\frac{1}{4c^2}\int (F_{ik}H^{ik} + 2nF_{ik}G^{ik} + G_{ik}E^{ik})d\Omega,\ i = \sqrt{-1}, \tag{1}$$

либо эквивалентное

$$S = -\sum \int mcds + \frac{1}{c}\int (j^k A_k + \varkappa^k K_k)d\Omega -$$
$$-\frac{1}{4c^2}\int (F_{ik}H^{ik} + 2nF_{ik}G^{ik} + G_{ik}E^{ik})d\Omega. \tag{2}$$

Плотность функции Лагранжа Λ (без учета не взаимодействующих частиц) на основе (1) будет, исходя из определения $S_f = \frac{1}{c}\int \Lambda d\Omega$,

$$\Lambda = -\frac{1}{4c}(F_{lm}H^{lm} + 2nF_{lm}G^{lm} + G_{lm}E^{lm}). \tag{3}$$

2. *Основные уравнения электромагнитодинамики* получаются из (1) либо (2) в результате вариации по координатам и по потенциалам с использованием принципа наименьшего действия.

Уравнение силы Лоренца для частицы, обладающей одновременно электрическим e и магнитным g зарядами, будет

$$im\frac{dU_i}{ds} = \frac{e}{c}F_{ik}U^k + \frac{g}{c}G_{ik}U^k,\quad i = \sqrt{-1}. \tag{4}$$

При наличии у частицы только электрического заряда отбрасывается второе слагаемое ($g = 0$), при наличии только магнитного заряда — отбрасывается первое слагаемое ($e = 0$).

Уравнения электромагнитного поля:

$$F_{ik} = c\left(\frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}\right);\qquad G_{ik} = c\left(\frac{\partial K_k}{\partial x^i} - \frac{\partial K_i}{\partial x^k}\right). \tag{5}$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0;\qquad \frac{\partial G_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial G_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial G_{kl}}{\partial x^i} = 0. \tag{6}$$

Уравнения (6), записанные через дуальные тензоры, примут вид:

$$\frac{\partial \bar{F}^{ik}}{\partial x^k} = 0;\qquad \frac{\partial \bar{G}^{ik}}{\partial x^k} = 0. \tag{7}$$

Уравнения поля и токов:

$$\frac{\partial H^{ik}}{\partial x^k} + n\frac{\partial G^{ik}}{\partial x^k} = j^i;\qquad n\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} + \frac{\partial E^{ik}}{\partial x^k} = \varkappa^i. \tag{8}$$

3. *Тензор энергии—импульса* симметричный для вакуума, но не симметричный для вещественных сред имеет вид:

$$T_{ik} = -1/c\,F_i^{\,l}(H_{kl} + nG_{kl}) - 1/c\,G_i^{\,l}(nF_{kl} + E_{kl}) - g_{ik}\Lambda. \tag{9}$$

Тензор энергии-импульса симметричный как для вакуума, так и для вещественных сред (обобщенный тензор Абрагама) имеет вид:

$$T_{ik}=-\frac{1}{2c}g^{lm}(F_{il}H_{km}+F_{kl}H_{lm}+2nF_{il}G_{km}+$$
$$+2nF_{kl}G_{lm}+G_{il}E_{km}+G_{kl}E_{lm})-g_{ik}\Lambda, \tag{10}$$

где Λ в (9) и (10) задан (3).

4. *Плотность силы Лоренца* получается из тензора энергии-импульса и в обоих случаях (9) и (10) имеет вид:

$$f_i=\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}=\frac{1}{c}F_{lm}j^m+\frac{1}{c}G_{lm}\varkappa^m. \tag{11}$$

5. *Уравнения электромагнитодинамики для подвижных сред* (Уравнения Минковского).

Обобщением $\vec{j}=\sigma\vec{E}$ и $\vec{\varkappa}=\sigma_g\vec{H}^*$ будут:

$$I^i=j^i+\frac{1}{c^2}U^i(j^kU_k)=\frac{\sigma}{c}F^{ik}U_k$$

$$\nu^i=\varkappa^i+\frac{1}{c^2}U^i(\varkappa^kU_k)=\frac{\sigma_g}{c}G^{ik}U_k, \tag{12}$$

где I^i — плотность полного электрического 4-тока,

ν^i — плотность полного магнитного 4-тока,

$\frac{1}{c^2}U^i(j^kU_k)$ и $\frac{1}{c^2}U^i(\varkappa^kU_k)$ — плотности 4-токов переноса.

Обобщением $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ и $\vec{B}^*=\mu_g\vec{H}^*$ будут:

$$H_{ik}U^k=c\varepsilon F_{ik}U^k,\quad E_{ik}U^k=c\mu_gG_{ik}U^k. \tag{13}$$

Обобщением $\vec{B}=\mu\vec{H}$ и $\vec{D}^*=\varepsilon_g\vec{E}^*$ будут:

$$\tilde{F}_{ik}U^k=c\mu\tilde{H}_{ik}U^k,\quad \tilde{G}_{ik}U^k=c\varepsilon_g\tilde{E}_{ik}U^k. \tag{14}$$

6. *Постоянная взаимодействия* n (безразмерная величина) подлежит экспериментальному определению на базе уравнений электромагнитодинамики, которые описывают ряд эффектов, отличающихся на величину порядка n^2 от соответствующих уравнений электродинамики (например коэффициенты отражения и прохождения Френеля). Физический смысл n вытекает из рассмотрения уравнений (4) и (8). Электрические заряды генерируют как „свое" поле с которым и взаимодействуют — (E, H, D, B) так и „чужое" поле — (E^*, H^*, D^*, B^*) которое не „чувствуют". Аналогично-магнитные заряды генерируют как „свое" поле — (E^*, H^*, D^*, B^*), так и „чужое" — (E, H, D, B). Постоянная взаимодействия n показывает долю генерации электрическими и магнитными зарядами „чужого" поля. Можно показать, что соответствующими преобразованиями — перенормировкой тензоров электромагнитного поля с одновременной перенормировкой электрических и магнитных зарядов (введением эквивалентных зарядов) си-

стема (4)÷(8) может быть приведена к двум невзаимодействующим системам, в каждой из которых фигурируют только свои эквивалентные заряды и токи. Однако все наблюдаемые эффекты (в статике и в динамике), обусловленные исходной системой (4)÷(8), при таком „расщеплении" остаются наблюдаемыми и только перефразируются в новых терминах и эквивалентных зарядах. Так, например, если тело A имеет электрический заряд e, а тело B магнитный заряд g в понятиях исходной системы (4)÷(8) и эти тела неподвижны в выбранной системе координат, то при $e>0$, $g>0$, $n<1$ тела притягиваются. При преобразовании исходной системы в две невзаимодействующие системы на теле A появляются эквивалентные два заряда: электрический (положительный) и магнитный (отрицательный). Аналогично на теле B так же возникают эквивалентные магнитный (положительный) и электрический (отрицательный) заряды. В результате в понятиях рещепленных систем на тело A действуют две силы: от взаимодействия (притяжения) эквивалентных электрических зарядов (на телах A и B) и эквивалентных магнитных зарядов (на телах A и B). Результирующая сила, естественно, равна силе, получаемой по формулам исходной системы.

7. *Частные случаи.* Известные уравнения электродинамики получаем из уравнений электромагнитодинамики, приняв в последних

$$g=0,\ \rho_g=0,\quad \varkappa^k=0,\quad K^k=0,\quad G_{ik}=0,\quad E_{ik}=0. \tag{16}$$

Известные уравнения магнитодинамики ([3]) получаем из уравнений электромагнитодинамики, приняв в последних

$$e=0,\quad \rho_e=0,\quad j^k=0,\quad A^k=0,\quad F_{ik}=0,\quad H_{ik}=0. \tag{17}$$

Известные уравнения одновременно электродинамики и магнитодинамики ([4]), которые представляют собой не взаимодействующие изолированные системы, получаем из уравнений электромагнитодинамики, приняв в последних

$$n=0. \tag{18}$$

8. *Введены следующие обозначения.*

В трехмерном пространстве $e(A\cdot сек)$, $g(B\cdot сек)$, $\rho_e(A\cdot сек\cdot M^{-3})$, $\rho_g(B\cdot сек\cdot M^{-3})$—электрический и магнитный свободные заряды и их плотности,

$\vec{E}=(E_x, E_y, E_z)$, $\vec{E}^*(B\cdot M^{-1})$—вектора электрических напряженностей,

$\vec{H}$ и $\vec{H}^*$ $(A\cdot M^{-1})$ —вектора магнитных напряженностей,

$\vec{D}$ и $\vec{D}^*$ $(A\cdot сек\cdot M^{-2})$—вектора электрических индукций,

$\vec{B}$ и $\vec{B}^*$ $(B\cdot сек\cdot M^{-2})$—вектора магнитных индукций,

$\vec{j}(A\cdot M^{-2})$ и $\vec{\varkappa}(B\cdot M^{-2})$—вектора плотности электрического и магнитного токов проводимости,

$\varphi_e(B)$ и $\varphi_g(A)$ —скалярные электрический и магнитный потенциалы,

$\vec{A}(B \cdot сек \cdot M^{-1})$ и $\vec{K}(A \cdot сек \cdot M^{-1})$—электрический и магнитный вектор-потенциалы,

$\varepsilon = \bar{\varepsilon}\varepsilon_0, \quad \varepsilon_g = \bar{\varepsilon}_g\varepsilon_0$ —электрические проницаемости электрических и магнитных сред,

$\mu = \bar{\mu}\mu_0, \quad \mu_g = \bar{\mu}_g\mu_0$ —магнитные проницаемости электрических и магнитных сред,

$\left.\begin{array}{l}\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}(A \cdot B^{-1} \cdot сек \cdot M^{-1}) \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}(B \cdot A^{-1} \cdot сек \cdot M^{-1})\end{array}\right\}$ —электрическая и магнитная проницаемости вакуума,

$\bar{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}_g, \bar{\mu}, \bar{\mu}_g$ —безразмерные относительные проницаемости среды,

$c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2} (M\, сек^{-1})$ —скорость света в вакууме,

$\sigma(A \cdot B^{-1}M^{-1})$ и $\sigma_g(B \cdot A^{-1} \cdot M^{-1})$ —электрическая и магнитная проводимости.

Тензора и 4-вектора в четырехмерном пространстве. В четырехмерном пространстве латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, 4. Первые три значения соответствуют трехмерному пространству.

$g_{ik} = g^{ik} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = k \\ 0 & \text{при } i \neq k \end{cases}$ —метрический тензор,

$x^k = x_k = (x, y, z, ict)\ (M),\ i = \sqrt{-1}$ —4—вектор длины,

$ds = \sqrt{dx^k dx_k} = ic\sqrt{1-\beta^2} \cdot dt\ \ (M)$ —дифференциал инварианта расстояния,

$d\Omega = dx\, dy\, dz\, d(ict)\ \ (M^4)$ —дифференциал четырехмерного объема.

$U^k = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \frac{dx^k}{dt} = \left(\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) (M сек^{-1})$ —вектор 4—скорости.

$j^k = (\vec{j}, ic\rho_e) = \rho_e \frac{dx^k}{dt}\ (A \cdot M^{-2})$ —4—вектор плотности электрического тока проводимости.

$\varkappa^k = (\vec{\varkappa}, ic\rho_g) = \rho_g \frac{dx^k}{dt}\ (B \cdot M^{-2})$—4—вектор плотности магнитного тока проводимости.

$A^k = \left(\vec{A}, \frac{i}{c}\varphi_e\right)(B сек M^{-1}),\ K^k = \left(\vec{K}, \frac{i}{c}\varphi_g\right)(A сек M^{-1})$—4—вектора электрического и магнитного потенциалов.

$f^k = \left(\vec{f}, \frac{i}{c}\lambda\right)(A\, B\, сек \cdot M^{-4})$ —4—вектор плотности силы Лоренца.

Антисимметричные тензора второго ранга электромагнитного поля:

$F_{ik} = (c\vec{B}, -i\vec{E})\ (B \cdot M^{-1}) \begin{cases} F_{23} = cB_x, & F_{31} = cB_y, \quad F_{12} = cB_z, \\ F_{41} = iE_x, & F_{42} = iE_y, \quad F_{43} = iE_z. \end{cases}$

$$H_{ik}=(\vec{H},\ -ic\vec{D})\ (A\cdot M^{-1})\left\{\begin{array}{l} H_{23}=H_x,\ H_{31}=H_y,\ H_{12}=H_z,\\ H_{41}=icD_x,\ H_{42}=icD_y,\ H_{43}=icD_z.\end{array}\right.$$

$$G_{ik}=(c\vec{D}^*,\ -i\vec{H}^*)\ (A\cdot M^{-1})\left\{\begin{array}{l} G_{23}=cD^*_x,\ G_{31}=cD^*_y,\ G_{12}=cD^*_z,\\ G_{41}=iH^*_x,\ G_{42}=iH^*_y,\ G_{43}=iH^*_z.\end{array}\right.$$

$$E_{ik}=(\vec{E}^*,\ -ic\vec{B}^*)\ (B\cdot M^{-1})\left\{\begin{array}{l} E_{23}=E^*_x,\ E_{31}=E^*_y,\ E_{12}=E^*_z,\\ E_{41}=icB^*_x,\ E_{42}=icB^*_y,\ E_{43}=icB^*_z.\end{array}\right.$$

Дуальные антисимметричные тензора:

$$\tilde{F}_{ik}=(-i\vec{E},\ c\vec{B})\ (B\cdot M^{-1})\left\{\begin{array}{l} \tilde{F}_{23}=-iE_x,\quad \tilde{F}_{31}=-iE_y,\quad \tilde{F}_{12}=-iE_z\\ \tilde{F}_{41}=-cB_x,\quad \tilde{F}_{42}=-cB_y,\quad \tilde{F}_{43}=-cB_z\end{array}\right.$$

$$\tilde{H}_{ik}=(-ic\vec{D},\ \vec{H})(AM^{-1}),\ \tilde{G}_{ik}=(-i\vec{H}^*,\ c\vec{D}^*)(AM^{-1}),\ \tilde{E}_{ik}=(-ic\vec{B}^*,\ \vec{E}^*)$$
$$(B\cdot M^{-1}),$$

где составляющие последних трех тензоров получаются аналогично.

Для тензора энергии-импульса заданого (9)

$$T_{ik}=\left[\begin{array}{c|c} \Sigma & -\dfrac{i}{c}\vec{\Pi}_{\text{н}} \\ \hline -\dfrac{i}{c}\vec{\Pi}_{\text{н}} & W \end{array}\right](B\cdot A\cdot сек\cdot M^{-3}),\quad \Sigma=\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}.$$

$W(B\cdot A\,сек\ M^{-3})$ — энергия электромагнитного поля в единице объема,
$\vec{\Pi}_{\text{н}}(B\cdot A\cdot M^{-2})$ — вектор Пойнтинга.
Для тензора, заданного (10)

$$T_{ik}=\left[\begin{array}{c|c} \Sigma & -\dfrac{i}{c}\vec{\Pi} \\ \hline -\dfrac{i}{c}\vec{\Pi} & W \end{array}\right]\ (B\cdot A\cdot сек\ M^{-3}).$$

Ереванский политехнический институт

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

Էլեկտրամագնիսադինամիկայի տեսության մասին

Դիտարկված են էլեկտրամագնիսադինամիկայի թեորիայի հարցերը՝ թեորիա էլեկտրական և մագնիսական լիցքերի շարժման և նրանց էլեկտրամագնիսական դաշտի մասին։ Քառաչափային գրառումով բերված են՝ գործողության ինտեգրալի արտահայտությունը, Լագրանժի խտության ֆունկցիան, էներգիա-իմպուլսի տենզորը և անշարժ ու շարժական միջավայրի համար էլեկտրամագնիսադինամիկայի հավասարումները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. И. Стражев, Л. М. Томильчик*, Электродинамика с магнитным зарядом, «Наука и техника», Минск, 1975. [2] *Дж. Максвелл*, Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, Госиздат технико-теоретической литературы, М., 1954. [3] *А. Г. Иосифьян*, ДАН Арм. ССР, т. 51, № 1 (1970), т. 55, № 2, (1972), т. 57, № 4, (1973). [4] *Р. Г. Тарханян*, ДАН Арм. ССР, т. 53, № 3 (1972).