

УДК 538.561 : 538.566.5

ФИЗИКА

Г. Г. Карапетян

Спектр ондуляторного излучения в волноводе

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 11/III 1977)

В (1) было показано, что ондуляторное излучение (ОИ) в волноводе, в отличие от ОИ в свободном пространстве обладает резонансным характером, вследствие чего зависимость излученной энергии от числа звеньев ондулятора имеет нелинейный вид $\sim N\sqrt{N}$, поэтому наличие волновода может привести к заметному усилению излучения. Этот интересный эффект стимулирует дальнейшее изучение характеристик ОИ в волноводе и в первую очередь исследование частотного спектра.

Рассмотрим излучение точечного заряда, движущегося внутри волновода с постоянной продольной скоростью βc по периодической траектории время T . Число периодов траектории — N , частота периодического движения — Ω . Для нахождения спектральных характеристик излучения, пользуясь (1) запишем выражение мощности излучения H волны в сопутствующей системе координат

$$P'(t') = -\frac{2\pi}{c} \sum_k J_{k2}(t') \varepsilon'(t'), \quad \varepsilon'(t') = \int_{-l}^l J_0(\omega_{кр,2}x) \frac{\partial}{\partial x} J_{k2}(t'-x) dx, \quad (1)$$

где $J_{k1,2}(t) \delta(z - \beta ct) = \int_S \vec{J} \vec{a}_{k1,2} dS$, S — поперечное сечение волново-

да, \vec{J} — плотность тока создаваемого зарядом, $\vec{a}_{k1,2}$, $\omega_{кр,1,2}$ — собственные функции (2) и критические частоты волновода для E и H волн, индекс k определяет собственную функцию.

Входящие в (1) величины $J_{k2}(t')$ и $\varepsilon'(t')$ пропорциональны поперечным компонентам соответственно магнитного и электрического полей излучения вблизи заряда, поэтому разлагая их в спектры

$$J_{kz}(t') = \int_{-\infty}^{\infty} J_{2\omega} e^{-i\omega t'} d\omega, \quad J_{2\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{T'} J_{kz}(t) e^{i\omega t} dt, \quad (2)$$

для излученной энергии в сопутствующей системе координат найдем

$$W' = \int_0^{T'} P'(t') dt' = -\frac{8\pi^2}{c} \operatorname{Re} \sum_k \int_0^{\infty} \varepsilon'_{2\omega} J_{2\omega}^* d\omega, \quad (3)$$

откуда для средней спектральной мощности излучения имеем

$$P_{\omega} = \frac{W'}{T'} = -\frac{8\pi^2}{cT'} \operatorname{Re} \sum_k \varepsilon'_{2\omega} J_{2\omega}^*. \quad (4)$$

Разлагая $J_{kz}(t')$ и $\varepsilon'(t')$ в ряды Фурье на интервале $[0, 2\pi/\Omega']$ (Ω' — частота периодического движения заряда в сопутствующей системе координат), можно вычислить спектральные компоненты $J_{2\omega}$ и $\varepsilon'_{2\omega}$ и из (4) спектральную мощность. Преобразуя полученное выражение в лабораторную систему находим энергию, излученную за единицу времени в единичном интервале частот, т. е. искомую спектральную мощность ОИ. Опуская промежуточные выкладки, приводим окончательный результат

$$P_{\xi} = \frac{4\pi}{c} \gamma^2 \sum_{k=1}^{\infty} [|J_{s1}|^2 (1-x_1^2) f(x_1, \xi) + |J_{s2}|^2 f(x_2, \xi)], \quad (5)$$

где

$$J_{s1,2} = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} J_{k1,2}(t) e^{i\xi t} dt, \quad x_{1,2} = \frac{\omega_{kp1,2}}{\gamma s \Omega}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (6)$$

Формула (5) представляет спектральную мощность излучения суперпозицией мощностей отдельных гармоник, спектры которых описываются спектральными функциями $f(x, \xi)$, равными

$$f(x, \xi) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(\xi - \gamma x)}{2} \frac{\xi}{\gamma^2 \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 x^2}} \frac{2s \ln^2 \pi s \mathcal{N}(\xi' - 1)}{\pi^2 s \mathcal{N}(\xi'^2 - 1)^2},$$

$$\xi' = \xi - \beta \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 x^2}, \quad \xi = \frac{\omega}{s \Omega}. \quad (7)$$

Из полученных формул следует во-первых, что спектральные функции ограничены снизу частотами $\omega = \omega_{kp}$ ($\xi = \gamma x$), т. е. излучение происходит как и следовало ожидать на частотах $\omega > \omega_{kp}$ ($\xi > \gamma x$). Во-вторых, на самых критических частотах P_{ξ} обращается в бесконечность¹. Однако эта расходимость несущественна, поскольку энергия $W = T \int P d\xi$, как нетрудно убедиться, является малой в окрестности критических частот, поэтому расходимостью P_{ξ} , обусловленной идеализацией условий задачи, в данном случае можно пренебречь.

¹ Это связано с предположением об идеальной проводимости стенок волновода. При учете конечной проводимости стенок (1), расходимость снимется.

Если устремить $N \rightarrow \infty$, то из (7) получим спектральную функцию бесконечно длинного ондулятора

$$f^*(\alpha, \xi) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(1 - \alpha)}{4\gamma^2 \sqrt{1 - \alpha^2}} \xi [\delta(\xi - \xi_1) + \delta(\xi - \xi_2)], \quad (8)$$

$$\xi_{1,2} = \gamma^2 (1 \pm \beta \sqrt{1 - \alpha^2}),$$

откуда следует, что спектр бесконечного ондулятора в волноводе имеет вид δ -функции, т. е. ширина спектра равна нулю. Такая существенная разница по сравнению со спектром ОИ в свободном пространстве (который как известно ^(4,5) имеет ширину $\sim \gamma^2$) объясняется тем, что в свободном пространстве ширина спектра обусловлена зависимостью частоты излучения от направления; в волноводе же излучение происходит только в одном направлении, поэтому бесконечно долго излучающий источник может иметь лишь линейчатый спектр.

Из (5), (8) можно получить спектральную мощность излучения в свободном пространстве путем предельного перехода поперечных размеров волновода к бесконечности. При этом число членов суммы по k неограниченно возрастает, а их амплитуды неограниченно убывают, так что суммирование по k сводится к вычислению определенного интеграла. Задавая конкретно формы траектории заряда и поперечного сечения волновода, т. е. определяя явный вид $J_{1,2}$, можно провести эти выкладки до конца. Например, для случая синусоидального движения заряда в дипольном приближении вычисления дают

$$P_{\xi}^0 = \frac{e^2 l^2 \Omega^4}{8\gamma^3 \gamma^4 c^2} \xi [\gamma^4 (1 + \beta^2) - 2\gamma^2 \xi + \xi^2], \quad \frac{1}{1 + \beta} < \xi < \frac{1}{1 - \beta} \quad (9)$$

(l — амплитуда синусоиды),

откуда в ультрарелятивистском случае, обозначая $\xi = 2\gamma^2 x$, получаем известное выражение ^(4,5)

$$P_x^0 = \frac{e^2 l^2 \Omega^4 \gamma^4}{c^2} x(1 - 2x + 2x^2), \quad 0 < x < 1. \quad (10)$$

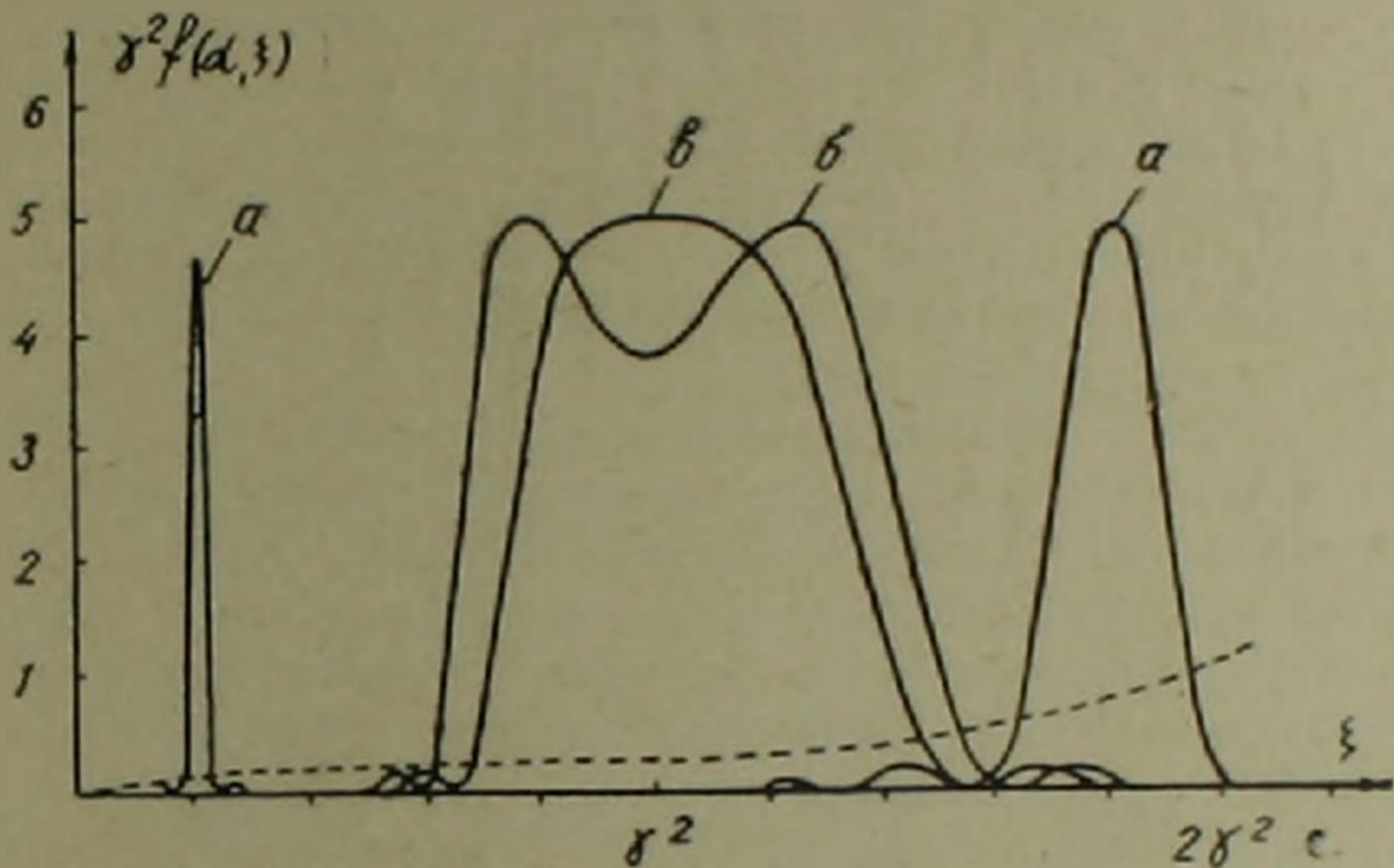
Перейдем теперь к рассмотрению спектра конечного ондулятора.

Качественное исследование спектральной функции $f(\alpha, \xi)$ по формулам (7) показывает, что ее ширина и высота существенно зависят от поперечных размеров волновода, причем нужно различать три основных случая:

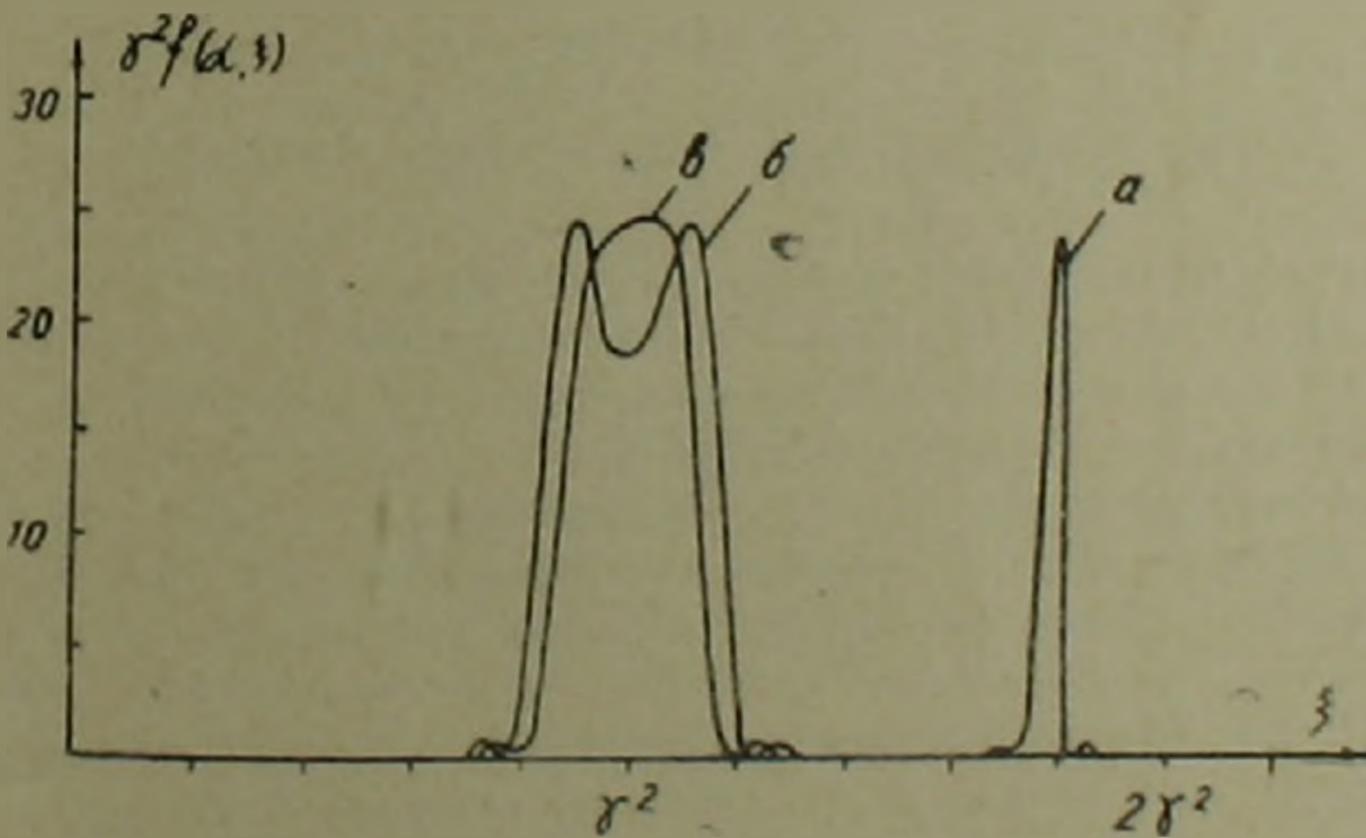
- 1) $1 - \alpha \gg 1/N$, $\alpha < 1$ — область далекая от резонанса; спектральная функция состоит из двух линий с ширинами $\sim |1 \pm \beta \sqrt{1 - \alpha^2}| \gamma^2 / N$ и высотами $\sim N / 2\gamma^2$. Учитывая, что в свободном пространстве ширина линии $\sim \gamma^2$, а высота $\sim 1/\gamma^2$ ^(4,5), видим, что в этом случае полная энергия излучения в волноводе $\sim 1/\sqrt{1 - \alpha^2}$ раз превосходит энергию излучения в свободном пространстве.
- 2) $1 - \alpha \sim 1/N$, $\alpha < 1$ — резонанс: ширины линий $\sim \gamma^2 / \sqrt{N}$, высоты

$\sim N/2\gamma^2$, расстояние между линиями $\sim \beta\gamma^2\sqrt{1-x^2}$. Полная излученная энергия больше энергии, излученной при отсутствии волновода в $\sim \sqrt{N}$ раз.

3) $x-1 \gg 1/N$ — запредельная область; высота спектральной функции $\sim 1/\sqrt{N}\gamma^2$, т. е. в этом случае волновод сильно подавляет излучение.



$N=10$



$N=50$

Рис. 1. Спектральная функция $P(\alpha, \xi)$ при $\gamma=10$.

а) $\alpha=0.6$ — область далекая от резонанса;

б) $\alpha=1-0.3/N$ — резонанс; в) $\alpha=1$ — резонанс.

Пунктиром показана спектральная функция при отсутствии волновода (10)

На рис. 1 изображены графики функции $f(x, \xi)$ при $\gamma=10$. Параметр x выбран $x \geq 0,6$ и если положить, что ондулятор излучает в основном первую гармонику, то условие $x \geq 0,6$ обеспечивает распространение в волноводе лишь наиминимального типа волны. В этом случае из суммы в (5) остается один член и, следовательно, $f(x, \xi)$ является спектром излучения. Если же ондулятор излучает и высшие гармоники, то спектр состоит из суперпозиции функций $f(x, \xi)$ с различными коэффициентами. Тогда для определения спектра уже нужно конкретно знать коэффициенты $J_{n,2}$, т. е. нужно конкретизировать форму траектории заряда и форму поперечного сечения волновода.

Для сравнения в том же масштабе пунктиром показана спектральная функция ОИ в свободном пространстве (10). Преимущества спектра в волноводе очевидны.

Таким образом спектральная линия ОИ в волноводе, по сравнению с линией ОИ в свободном пространстве заметно более узкая и более высокая, т. е. наличие волновода приводит к существенному увеличению добротности линии.

Автор выражает благодарность за ценные обсуждения Г. В. Воскресенскому, Г. М. Гарибяну, Н. А. Корхмазяну, Г. С. Саакяну и С. С. Элбакяну.

Ереванский государственный университет

Գ. Գ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Ոնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրը ալիքատարում

Հայտնի է, որ օնդուլյատորային ճառագայթումը ալիքատարում ունի ուղղանկյուն սալին ընդհանուր, որի հետևանքով ճառագայթված էներգիան կարող է գերազանցել ազատ տարածությունում ճառագայթված էներգիան $\sim \sqrt{N}$ անգամ (N -օնդուլյատորի շղթաների թիվն է):

Երկայացված աշխատանքում ուսումնասիրված է օնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրը ալիքատարում: Ցույց է տրված, որ ալիքատարի առկայությունը բերում է սպեկտրային զծի լայնության զգալի փոքրացման: Մեղմանսից հետո տիրույթում սպեկտրային զծի բարորակությունը գերազանցում է $\sim N$ անգամ, իսկ ուղղանկյուն տիրույթում $\sim \sqrt{N}$ անգամ ազատ տարածությունում ճառագայթման սպեկտրային զծի բարորակությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՔԻ ԲՅՈՒՆ

- ¹ Г. Г. Карапетян, ДАН Арм. ССР, т. LXIII, № 4 (1976). ² Г. В. Кисунько, ЖТФ, т. 16, 565 (1946). ³ Л. А. Вайнштейн, «Электромагнитные волны», М., 1957. ⁴ Н. А. Корхмазян, «Известия АН Арм. ССР» Физика, т. 5, 418 (1970), т. 8, 405 (1973). ⁵ Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов, ЖТФ, т. 42, 1921 (1972).