ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXIV 1977 5

УДК 530.139

ФИЗИКА

Г. А. Варданян

Адиабатический инвариант системы при фазовом переходе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 24/XI 1976)

Рассмотрим систему, которая описывается скалярным полем упорядочения $\eta(\vec{x}, t)$, в соответствии с теорией Ландау [1]. В состоянии полного равновесия при заданном значении термодинамических параметров V и T вариационная производная свободной энергии F по параметру порядка равна нулю. Выше точки перехода $\eta_0 = 0$. При отклонении от этого равновесного значения возникает релаксационный процесс. Ниже точки перехода появляется новая ветвь колебаний. Частота этих колебаний, вообще говоря, может быть зависящей от малого параметра λ, характеризующей свойства системы или действие внешних полей. Однородное отклонение η в этом случае подчиняется закону*:

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + \omega^2(\lambda t)\eta = 0. \qquad (1)$$

Можно ожидать, что величина λ мало меняется за время периода движения системы, что приводит к незамкнутости системы.

Поставленная в этой работе задача заключается в следующем: найти для описанной системы, в которой фактически энергия не сохраняется, полное изменение параметра порядка при $t \to \pm\infty$ и адиабатический инвариант системы [2]:

$$I(\lambda, t) = \frac{a\eta^2}{2\omega}, \qquad (2)$$

где

$$a = \left.\frac{\partial A}{\partial T}\right|_{T=T_c}; \quad A = a(T - T_c).$$

* Если в системе существует трение, то уравнение (1) необходимо дополнить членом $-\dot{\eta}$.

а η — решение уравнения (1). Полное изменение I будет

$$I(\lambda)=I(+\infty,\lambda)-I(-\infty,\lambda). \tag{3}$$

Пусть функция $\omega(t)$ имеет конечные пределы $\omega_\pm$ при $t\to\pm\infty$. Делая замену $\lambda t=\tau$ получаем из (1) следующее уравнение:

$$\lambda^2\frac{d^2\psi}{d\tau^2}+\omega^2(\tau)\psi=0, \tag{4}$$

где $\psi(\tau)=\eta(t)$

Это уравнение можно интерпретировать как уравнение Шредингера для одномерной частицы (надбарьерное отражение).

Уравнение (4) имеет решение со следующими асимптотиками, ([3]) которые образуют фундаментальную систему:

$$\psi_1^\pm=\omega_\pm^{-1/2}\exp(-i\lambda^{-1}\omega_\pm\tau);$$

$$\psi_2^\pm=\omega_\pm^{-1/2}\exp(-i\lambda^{-1}\omega_\pm\tau); \tag{5}$$

$$\tau\to\pm\infty.$$

Следовательно общее решение ψ имеет вид:

$$\psi=a^+\psi_1^++b^+\psi_2^+=a^-\psi_1^-+b^-\psi_2^-, \tag{6}$$

где $a^\pm$ и $b^\pm$ функции от λ.

Из уравнений (1) и (5) вытекает, что

$$\omega^2\psi_i^{+2}+\lambda^2\left(\frac{d\psi_i^+}{d\tau}\right)\approx 0,\quad (i=1,2)$$

$$\omega^2\psi_1^+\psi_2^++\lambda^2\frac{d\psi_1^+}{d\tau}\frac{d\psi_2^+}{d\tau}=2\omega_+. \tag{7}$$

Следовательно:

$$I(+\infty,\varepsilon)=2a^+b^+,$$

$$I(-\infty,\varepsilon)=2a^-b^-. \tag{8}$$

Подставляя в (3), получаем:

$$I(\lambda)=2(a^+b^+-a^-b^-) \tag{9}$$

коэффициенты $a^\pm$ и $b^\pm$ связаны соотношениями ([3])

$$a^+=\alpha a^-+\beta b^-;\quad b^+=\beta^*a^-+\alpha^*b^-;\quad |\alpha|^2-|\beta|^2=1.$$

С точки зрения квантовой механики задача о вычислении асимптотики $I(\lambda)$ эквивалентна задаче о вычислении асимптотики коэффициента надбарьерного отражения.

Таким образом, полный параметр порядка является сохраняющейся величиной. В этом случае однородное изменение $\dot\eta(x)$ во всем объеме будет сохраняться сколь угодно долго. Это приводит к гидродинамическому описанию медленных движений.

Отметим, что выше точки перехода η удовлетворяет уравнению

Ландау-Халатникова ([4]):

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -\Gamma\frac{\partial F}{\partial\eta}. \tag{10}$$

Учитывая выражение для свободной энергии

$$F = F_0 + \frac{A}{2}\eta^2 + \frac{B}{2}(\nabla_i\eta)^2;$$

в одномерном случае из (10) получим:

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + \frac{\Gamma A}{B}\eta + \frac{1}{B}d\eta/dt = 0. \tag{11}$$

Обозначим $\omega_0^2 = \frac{\Gamma A}{B}$, и если $\frac{d\eta}{dt} \ll \frac{d^2\eta}{dt^2}$, то имеем

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + \omega_0^2\eta = 0. \tag{12}$$

Адиабатичность процесса позволяет представить $\delta\eta_0$—через вариацию плотности:

$$\delta\eta_0 = \left(\frac{\partial\eta_0}{\partial\rho}\right)\delta\rho,$$

где

$$\delta\eta_0 = \eta_0(\rho, T) - \eta_0(\rho_0, T_0) \tag{13}$$

$\eta_0(\rho_0, T_0)$ — равновесное значение параметра порядка. Отметим, что релаксация параметра порядка η происходит за конечное время τ $\left(\text{из (10) } \tau^{-1} = \Gamma\frac{\partial^2 F}{\partial\eta^2}\bigg|_{\eta=\eta_0}\right)$. Этим обусловлена диссипация низкочастотных колебаний. Наиболее важным примером является поглощение звука. Общий подход к вопросу о поглощении звука за счет релаксации некоторого внутреннего параметра предложен М. А. Леонтовичем и Л. И. Мандельштамом ([5]).

Выясним теперь, какую роль играет пространственная дисперсия параметра порядка?

Ответ на этот вопрос дается системой следующих уравнений:

$$F = F_0 + \frac{A}{2}\eta^2 + \frac{B}{2}(\nabla_i\eta)^2 + h\eta$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -\Gamma\frac{\partial F}{\partial\eta} \tag{14}$$

$$T\delta S + (\partial E/\partial\eta)_{S,V}\delta\eta = 0$$

$$\delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_{S,\eta}\delta\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial\eta}\right)_{S,\rho}\delta\eta.$$

Отсюда для квадрата комплексной амплитуды скорости звука имеем:

$$u^2 = u_0^2 + (u_\infty^2 - u_0^2)\,\frac{i\omega\tau}{1+i\omega\tau}, \tag{15}$$

где

$$u_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,\eta} + \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,\rho}\left(\frac{\partial \eta_0}{\partial \rho}\right)_s; \quad u_\infty^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,\eta}.$$

Ереванский государственный университет

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Ադիաբատիկ ինվարիանտը ֆազային անցման ժամանակ

Երկրորդ կարգի ֆազային անցման ժամանակ ստացված է կարգավորվածության պարամետրի համար հավասարում, որի լուծումները (Շրեդինգերի հավասարման անալոգիայով) հնարավորություն են տալիս գտնելու դիտարկվող համակարգի ադիաբատիկ ինվարիանտը։

Ստացված արդյունքները օգտագործվում են ռելաքսացիոն երևույթների քննարկման ժամանակ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Статистическая физика, М., 1964. [2] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Механика, М., 1973. [3] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Квантовая механика, М., 1972. [4] *Л. Д. Ландау, И. М. Халатников,* ДАН СССР, т. 96, 469 (1954). [5] *М. А. Леонтович, Л. И. Мандельштамм.* ЖЭТФ, 7, 438, 1937.