

УДК 537.531.7

ФИЗИКА

А. Г. Ростомян, П. А. Безирганян

Автофокусировка рентгеновских и γ -лучей

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 20/IV 1977)

Рентгеновские резонаторы имеют важное значение в создании квантовых генераторов рентгеновского и γ -излучений в рентгеновском диапазоне длин волн, а также для получения сверхмонохроматизированных пучков. Поэтому рентгеновские резонаторы представляют определенный интерес даже независимо от проблемы рентгеновских и γ -лазеров. Уже своим свойством сверхмонохроматизации они найдут применение в рентгеновских интерферометрии и спектроскопии, когерентной оптике, голографии микрообъектов и т. д.

До сих пор фактически теории рентгеновских резонаторов не существует, предложены лишь некоторые схемы без их экспериментального осуществления (¹⁻⁴). Эти предложения имеют ряд недостатков: не сведены к минимуму энергетические потери циркулирующего пучка, не устранена сильная зависимость геометрии хода лучей и юстировки от точности изготовления, не решены проблемы входа первичного, фокусировки циркулирующего и вывода резонированного пучков.

Нами открыта автофокусировка рентгеновских лучей, что и дало возможность разработки теории резонаторов и сверхмонохроматоров (несколько из них нами осуществлены) без вышеуказанных недостатков.

Для облегчения изложения введем некоторые понятия:

цикл — совокупность последовательных отражений, в которой первое и последнее отражения происходят от одного и того же семейства отражающих плоскостей одной грани под одинаковыми углами; если в цикле результирующий поворот луча ($0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$) имеет направление против хода часовой стрелки, то такой цикл (циркуляцию) называем «положительным», при совпадении с ходом часовой стрелки — «отрицательным», а при равенстве нулю — «нейтральным»;

замкнутый цикл — цикл, при котором первое и последнее отражения происходят от одной и той же точки;

фокус — точка отражения при замкнутом цикле;

фокальная траектория—ломаная, соединяющая фокусы;
фокальная плоскость—плоскость, перпендикулярная к отражающим таутозональным плоскостям и содержащая фокальную траекторию;

резонируемый луч (волна)—луч такой длины волны, который при совершении цикла отражается от всех граней с максимальными коэффициентами отражений, оставаясь в фокальной плоскости.

Рассмотрим систему из w числа семейств таутозональных отражающих плоскостей (h_n, k_n, l_n) , $n = 1, 2, 3, \dots, w$, образующих произвольные углы. Пусть для этой системы существует резонируемый луч с длиной волны λ_0 при различных асимметричностях отражающих плоскостей φ_n :

$$\varphi_n = \psi_n^{(m0)} - \psi_n^{(mn)} = \psi_n^{(m0)} - \psi_n^{(mn)} > 0, \quad (1)$$

где $\psi_n^{(m0)}$ и $\psi_n^{(mn)}$ — исправленные углы падения и отражения Вульфа — Брэгга для λ_0 с учетом асимметричности n -ой грани, соответствующие максимальному коэффициенту отражения; $\psi_n^{(m0)}$ и $\psi_n^{(mn)}$ — углы скольжений падения и отражения по отношению к поверхности этой грани.

Далее, ту грань, от которой происходит первое отражение, обозначим номером 1, а последовательность нумерации граней примем по ходу луча, совершающего „положительную“ циркуляцию.

Если при отражении луч поворачивается против хода часовой стрелки, то этой грани n присвоим $c_n = +1$, а в обратном случае — $c_n = -1$.

Для каждой грани n введем свою систему отсчета „ n “. Абсциссу точки отражения характеризуем одним индексом, представляющим общее число совершенных отражений x . Запись этой абсциссы в виде $x_n + x_w$, где $1 \leq n = v - Nw \leq w$, показывает, что v -ое отражение происходит от n -ой грани в w -гранной системе после N циклов в $N' = N + 1$ -ом несовершенном текущем цикле, и что эта абсцисса вычислена в „ n “.

Осью абсцисс $O_n x_n$ выбираем линию пересечения поверхности n -ой грани с фокальной плоскостью. Учитывая знакопеременность угла φ_n , „ n “ должна быть а) правой системой при $c_n = +1$ и б) левой при $c_n = -1$. Положительные направления осей O_n пусть или все антипараллельны внешним нормальям своих граней, или же все параллельны им. За начало отсчета O_n принимаем ту из двух крайних точек на вышеуказанной линии пересечения, при которой все абсциссы x_n положительны.

Независимо от вышеуказанных вариантов выбора координатных систем, значений c_{n-1} и c_n и их комбинаций для зависимости между двумя любыми последовательными точками отражений x „ n “-ой системы и x_{n-1} „ $n-1$ “-ой системы получим:

$$x_n = \Gamma_{n, n-1} x_{n-1} + V_{n, n-1}. \quad (2)$$

$$\Gamma_{n, n-1} = - \frac{c_{n-1}}{c_n} \cdot \frac{\sin \psi_{n-1}^{(mh)}}{\sin \psi_n^{(m0)}}$$

$$V_{n, n-1} = \frac{c_{n-1}}{c_n} \cdot \frac{L_{n, n-1} \sin \psi_{n-1}^{(mh)} - H_{n, n-1} \cos \psi_{n-1}^{(mh)}}{\sin \psi_n^{(m0)}} \quad (3)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, w$$

а $L_{n, n-1}$ и $H_{n, n-1}$ — абсцисса и ордината начала отсчета O_n в $n-1^*$.

Как видно из (2), зависимость между абсциссами любых точек отражений должна быть линейной, т. е.

$$x_r = \Gamma_{rp} x_p + V_{rp} \quad (4)$$

где p и r принимают значения от 1 до $+\infty$, а Γ_{rp} и V_{rp} должны быть зависимыми от параметров граней и от длины волны λ_0 .

Поскольку p и r меняются от 1 до $+\infty$, то число таких уравнений, как (4), будет бесконечным. Объединение всех этих уравнений в одно единое подсказывает, что оно будет матричным. x_r и x_p будут матричными элементами бесконечной одностолбцовой матрицы $\|x\|$, а Γ_{rp} и V_{rp} — матричными элементами бесконечных матриц $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$.

Так как циркуляции в противоположных направлениях одинаково важны, то матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$ строим так, чтобы с их помощью по (4) получить зависимость между точками отражений любых циркуляций. Для этого расширим область применения значений p и N от $-\infty$ до $+\infty$.

Теперь абсциссы с нулевым и отрицательными индексами принадлежат тому абстрактному случаю, когда луч, совершив бесконечное число „положительных“ циклов, окажется в точке x_0 w -ой грани. Однако введение такого абстрактного случая оправдывается тем, что в силу закона обратимости луча точки его отражений принадлежат также „отрицательной“ циркуляции, начинающейся с точки x_0 .

Таким образом, циркуляция одна — „положительная“, однако p , N , N' могут принимать любые целые значения, а принадлежность x_r к своей n -ой грани (системе n^*) определяется разностью p и такого кратного w , что эта разность положительна и меньше w :

$$1 \leq n = p - Nw < w \quad (5)$$

$$p = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots; N = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots; N' = N + 1$$

Теперь матрица $\|x\|$ будет двусторонней бесконечной одностолбцовой, а матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$ — четырехсторонними бесконечными.

Поскольку зависимость между матричными элементами x_n и x_p должна определяться параметрами ω -гранной системы, а также условиями реализации циркуляции луча данной длины волны, то, следовательно, матричные элементы Γ_{np} и V_{np} должны определяться также этими параметрами и условиями. Условия реализации циркуляции луча придают матричным элементам Γ_{np} и V_{np} определенные свойства, с помощью которых можем построить матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$, зная лишь по ω штук матричных элементов $\Gamma_{n,n-1}$ и $V_{n,n-1}$, определяемых формулой (3).

Эти свойства следующие:

$$\Gamma_{nn} = 1, \quad V_{nn} = 0 \quad (6.1)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{pn}^{-1}, \quad V_{np} = -\Gamma_{np} V_{pn} \quad (6.2)$$

$$\Gamma_{np} = \prod_{a=p+1}^n \Gamma_{a,a-1}, \quad n > p, \quad V_{np} = \sum_{a=p+1}^n \Gamma_{na} V_{a,a-1}, \quad n > p \quad (6.3)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{n\tau} \Gamma_{\tau p}, \quad V_{np} = \Gamma_{n\tau} V_{\tau p} + V_{n\tau} \quad (6.4)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{n+\tau\omega, p+\tau\omega}, \quad V_{np} = V_{n+\tau\omega, p+\tau\omega}, \quad T = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (6.5)$$

$$\Gamma = \Gamma_{n+\omega, n} = \Gamma_{p+\omega, p} = \text{const}(\nu), \quad f_n = f_{n+\omega} \Gamma_{nn} f_n + (1 - \Gamma) V_{nn} \neq \text{const}(\cdot) \quad (6.6)$$

Используя формулы (6.1÷6.6) и введя обозначение

$$F_n = \frac{f_n}{1 - \Gamma} \quad (7)$$

формула (4) примет вид:

$$\text{при } \Gamma \neq +1 \quad x_n = x_{n+N\omega} = \Gamma_{nn} \Gamma^{N-1} (x_{n+N\omega} - F_n) + F_n, \quad (8.1)$$

$$\text{при } \Gamma = +1 \quad x_n = x_{n+N\omega} = \Gamma_{nn} (x_{n+N\omega} - N f_n) + N f_n + V_{nn}. \quad (8.2)$$

А для точек отражений одной и той же n -ой грани получим:

$$\text{при } \Gamma \neq +1 \quad x_n = \Gamma^N (x_n - F_n) + F_n, \quad (9.1)$$

$$\text{при } \Gamma = +1 \quad x_n = x_n + N f_n, \quad (9.2)$$

где x_n — первая точка отражения n -ой грани,

$$\Gamma = (-1)^\omega \prod_{n=1}^{\omega} (\sin \psi_n^{(m\omega)} / \sin \psi_n^{(m0)}) = (-1)^\omega \prod_{n=1}^{\omega} \gamma_n^{-1}, \quad (10)$$

$$\gamma_n = \sin \psi_n^{(m0)} / \sin \psi_n^{(m\omega)} = \sin(\theta_n^{(m0)} - \varphi_n) / \sin(\theta_n^{(m\omega)} + \varphi_n), \quad (11)$$

а γ_n параметр асимметрии n -ой грани.

Теперь рассмотрим те условия, при которых на гранях могут существовать фокусы, и те условия, при которых реализуется фокусировка лучей. Эти вопросы разделены по той причине, что при наличии фокусов на гранях может происходить как фокусировка, так и расфокусировка лучей. Рассмотрение этих вопросов будет относиться только

к одной грани, так как если на какой-нибудь грани существует фокус и на ней же реализована фокусировка, то на всех остальных тоже существуют фокусы и одновременно происходит фокусировка. Поэтому пронумеруем абсциссы точек отражений на n -ой грани не по текущему номеру отражения ν , а по текущему номеру цикла N' . Рассмотрение этих вопросов проведем для обеих циркуляций. Но так как N' и N_c определяемые по (5), для «отрицательного» цикла не совпадут с действительными номером текущего и число совершенного циклов, то введем новые целые числа, показывающие действительные номер текущего и число совершенного циклов для обоих направлений:

$$\begin{aligned} \text{при } N' \geq 1 \quad N_c = N' = N + 1 = N_c + 1; \quad N'_c \geq 1, \quad N_c \geq 0 \\ \text{при } N' \leq 0 \quad N_c = N' - 1 = N = N_c - 1; \quad N'_c \leq -1, \quad N_c \leq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Из формулы (9.1) составим последовательности функции $S_{N'_c}$ для $N' \geq 1$ и $N'_c \leq -1$ и напомним их в единой форме:

$$\begin{aligned} S_{N'_c}(\Gamma) = \Gamma^{N'_c} [S_{\text{sgn}(N'_c)} - F_n(\Gamma)] + F_n(\Gamma) \\ N_c = N'_c - \text{sgn}(N'_c) \geq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

где $S_{\text{sgn}(N'_c)}$ представляет собой первую точку отражения x_n в «положительной» или x_{n-w} в «отрицательной» циркуляциях.

Предельные функции последовательностей (13) будут:

$$S(\Gamma) = F_n(\Gamma) + [S_{\text{sgn}(N'_c)} - F_n(\Gamma)] \lim_{N'_c \rightarrow \pm\infty} \Gamma^{N'_c} \quad (14)$$

Из нашего рассмотрения должны отпасть перзальные случаи $\Gamma = 0$ и $\Gamma = \infty$, так как здесь падающий или отраженный лучи хотя бы на одной грани должны быть скользящими ($\psi_n^{(m0)} = 0$ или $\psi_n^{(mh)} = 0$, см. форм. (10)).

Случай $\Gamma = +1$ представляет циклический сверхмонохроматор с постоянным шагом f_n луча на n -ой грани. В более частном случае — $\Gamma = +1$, $f_n = 0$, $\gamma_n = 1$ ($1 \leq n \leq w$), имеем предложенные варианты работ (1-4), названные нами сверхмонохроматорами. Рассмотрение этих случаев и случая $\Gamma = -1$ к данной статье не относится из-за отсутствия фокусировки (см. форм. (9.2), (10), (11) и (9.1)). Вопросы сверхмонохроматизации и существования резонируемого луча в w -гранной системе представляют определенный интерес, неотносящийся к данной статье.

К рассмотрению представлен случай $|\Gamma| \neq 1$. Здесь некоторые γ из числа w могут быть равными 1 (симметричные отражения: $\gamma = 0$), некоторые больше 1 (асимметричные отражения: $\gamma < 0$), а остальные

γ меньше 1 (асимметричные отражения: $\gamma > 0$), но произведение всех γ не должно быть равным 1, чтобы суммарное отражение одного цикла было асимметричным (см. форм. (10)). В этом случае на гранях имеем фокусы F_n , и как видно из формул (13) и (14), при одних и тех же параметрах Γ и F_n ($1 \leq n \leq \omega$) одна из последовательностей (13) сходящаяся, а другая расходящаяся. Это означает, что при одном направлении циркуляции луча осуществляется фокусировка, а при обратном ему направлению расфокусировка.

Из условий, делающих предельную функцию $S(\Gamma)$ равной $F_n(\Gamma)$ или ∞ , следует, что точки отражений могут сходиться или расходиться тремя способами: все время оставаясь или левее фокуса или правее или, наконец, попеременно перепрыгивая то влево, то вправо от $F_n(\Gamma)$ в зависимости от четности ω (см. форм. (10)).

Из необходимости и достаточности условий сходимости последовательности функции (13) можно сказать, что сходимость неравномерная. Поэтому, если мы хотим при меньшем числе циклов осуществить фокусировку или же расфокусировку, то должно быть $|\Gamma| < 1$ или $|\Gamma| > 1$ соответственно, а если хотим на сравнительно малом участке грани получить большее число циклов, например, для хорошей монохроматизации, тогда параметр Γ должен иметь значение, очень близкое к 1.

Например, в изготовленной нами четырехгранной фокусирующей системе с параметром $\Gamma = 10^{-4}$ (для случая расфокусировки $\Gamma = 10^{-4}$) фокусировка и вывод пучка обеспечивается всего лишь за один цикл.

Действительно, центральный луч пучка, падающий на первую грань в точке, удаленной на 6 мм от фокуса, после первого цикла будет на расстоянии 0,6 мм от него, а ширина этого пучка от 6 мм станет равной тоже всего лишь 0,6 мм. Следовательно, маленькое отверстие, сделанное на фокусе первой грани, обеспечит вывод практически фокусированного пучка, что и было экспериментально подтверждено нами.

Рассмотренное явление фокусировки мы называли автофокусировкой, имея в виду следующее: если фокусируемый луч в каком-то цикле N_c по каким-либо преднамеренным или случайным причинам, сбиваясь, удаляется от фокальной траектории, то в дальнейшем автоматически, без внешнего вмешательства это перемещение компенсируется и фокусировка возобновляется. А если такая компенсация не происходит, то тогда около траектории N_c -ого цикла образуется новая дополнительная фокальная траектория со своими новыми фокусами на гранях, в которых и происходит дальнейшая фокусировка резонируемого луча.

Ռենտգենյան և γ ճառագայթների ինքնաֆոկուսացումը

Հետադոտված է ունեցողական և γ ճառագայթների ինքնաֆոկուսացման երևույթը միաբյուրեղների համակարգի մեջ ճառագայթների ցիկլիկ ընթացքի դեպքում նույն ղոնային պատկանող ատոմական հարթություններից բրեգյան ասիմետրիկ անդրադարձումների շնորհիվ:

Ստացված է ընդհանուր արտահայտություն, որը նկարագրում է ճառագայթների ցիկլիկ ընթացքը ա) միաբյուրեղների վրա հաստատուն քայլ ունեցող ցիկլիկ գերմոնոքրոմատորներում, որն ապահովում է ճառագայթների համար առանձին մուտք և ելք. բ) մուտքի և ելքի համար մեկ պատուհան ունեցող ցիկլիկ գերմոնոքրոմատորներում. գ) ունեցողական ֆոկուսացնող հարթ ուղղանկյուններում և դ) ինքնաֆոկուսացնող համակարգերում:

Դիտարկված են ֆոկուսի գոյության պայմանները և ինքնաֆոկուսացման ու ճառագայթների ելքի իրականացումը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ W. L. Bond, M. A. Duguay, P. M. Rentzepts, Applied Physics Letters, 10, 8, 216 (1967). ² R. D. Deslattes, Applied Physics Letters, 12, 4, 133 (1968). ³ R. M. Cotterill, Applied Physics Letters, 12, 12, 403 (1968). ⁴ A. V. Kolpakov, R. N. Kuzmin, V. M. Ryabov, Applied Physics, 41, 2549 (1970).