ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXIV 1977 4

УДК 530.145

ФИЗИКА

О. П. Анисимова, Г. А. Варданян

К теории связанных скалярных полей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 24/II 1977)

Для описания фазовых переходов второго рода, Ландау предложил ввести параметр порядка η*, который определяет степень отклонения координат системы в менее симметричной фазе от их значений в другой фазе ([1]). Разумеется, параметр порядка η в разных случаях проявляется различным образом: как скалярная величина (упорядочивающийся сплав), как комплексное число (например, в сверхтекучей системе), как векторная величина (вектор намагниченности в магнетике) и как тензор (жидкие кристаллы и т. д.).

В более сложных случаях величины η становятся многокомпонентными. Определение этих величин и их связь с представлениями кристаллографических групп найдены Е. М. Лифшицом ([1]).

В настоящей работе рассматриваются некоторые эффекты вблизи точек фазового перехода для систем, характеризующиеся двухкомпонентным параметром порядка. Примером таких систем являются несобственные сегнетоэлектрики $Cd_2(M_0O_4)_3$, KH_2PO_4, жидкие кристаллы и т. д. Необходимо отметить два класса таких кристаллов:

1) Кристаллы, в которых оба параметра порядка имеют различные трансформационные свойства;

2) кристаллы, в которых η_1 и η_2 имеют одинаковую симметрию, как, например, в случае KH_2PO_4.

Очевидно, что члены вида $\eta_1\eta_2$ в разложении свободной энергии по теории Ландау проявляются лишь для кристаллов типа 2). С другой стороны, члены вида $\eta_1^2\eta_2^2$ всегда могут содержаться в разложении свободной энергии, так как η^2 есть инвариант.

Разложение плотности свободной энергии для кристаллов второго типа можно представить в следующем виде:

---

* Средние значения физических величин оказываются такими, как будто состояние системы описывается полем $\eta(x, t)$.

$$F=F_0+\frac{A}{2}\eta_1^2+\frac{A'}{2}\eta_2^2+\alpha\eta_1\eta_2+\cdots \tag{1}$$

Равновесные значения параметров порядка η_1 и η_2 находятся с помощью минимизации плотности свободной энергии:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial\eta_1}\right|_{\eta_{10},\eta_{20}}=0;\qquad \left.\frac{\partial F}{\partial\eta_2}\right|_{\eta_{10},\eta_{20}}=0.$$

Отсюда (с учетом члена, пропорциональной $\eta_1 4$):

$$\eta_{10}=\sqrt{\frac{A-\alpha^2/A'}{B}};\tag{2}$$

$$\eta_{20}=-\frac{\alpha}{A'}\eta_{10}.\tag{3}$$

Из выражения (2) следует, что температура перехода изменяется:

$$T_c=T_c'+\frac{\alpha}{aA'},\tag{4}$$

где $A=a(T-T_c')$.

Следовательно, линейная связь (3) приводит к увеличению температуры фазового перехода.

Неравновесные значения параметров η_1 и η_2 даются уравнением Ландау-Халатникова [2]:

$$\frac{d\eta_{1,2}}{dt}=-\Gamma\frac{\partial F}{\partial\eta_{1,2}},\tag{5}$$

где Γ — кинетический коэффициент, не критический в точке перехода T_c. Это уравнение отражает тот факт что скорость, с которой система приближается к равновесному состоянию, пропорциональна термодинамической возвращающей силе $\partial F/\partial\eta_i$. Из уравнений (1) и (5) для η_2 имеем:

$$\frac{d^2\eta_2}{dt^2}+2\lambda\frac{d\eta_2}{dt}+\omega_0^2\eta_2=0,$$

где

$$2\lambda=\Gamma_2A'+\Gamma_1A;\quad \Gamma_1\Gamma_2AA'-\alpha^2=\omega_0^2.\tag{6}$$

Уравнение (6) свидетельствует о том, что в рассматриваемом случае существенно взаимодействие новой ветви с частотой ω_0 с остальными тепловыми возбуждениями. В случае большого трения это взаимодействие является несущественным $d\eta_2/dt$ [3]. Отметим, что аналогичные рассуждения верны и для η_1.

В случае, когда $\lambda<\omega_0$

$$\eta_2=ae^{-\lambda t}\cos(\omega t+\varphi),\tag{7}$$

где $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}$, a и λ — действительные числа. Оба времени релаксации, характеризующие приближение флуктуаций к своим равновесным значениям (2) и (3), будут соответственно:

$$\tau_{1,2}^{-1} = 1/2[\Gamma_1 A + \Gamma_2 A' \pm \sqrt{(\Gamma_1 A + \Gamma_2 A')^2 - 4\Gamma_1\Gamma_2(AA' - \alpha^2)}]. \tag{8}$$

Одно из этих решений τ_2^{-1} при T_c остается конечным, а другое $\tau_1 \sim (T-T_c)^{-1}$. Следует отметить, что для неоднородных систем существенную роль играет пространственная дисперсия параметров порядка. В этом случае в разложении (1) необходимо учесть члены типа $C(\nabla\eta_1)^2$.

Тогда в случае (4) с помощью уравнения (5) для η_1 имеем.

$$\frac{d\eta_1}{dt} = -\Gamma\left(A\eta_1 + C\Delta\eta_1 - \frac{\alpha}{A'}\eta_1\right) + \gamma, \tag{9}$$

где γ — δ коррелированные случайные функции:

$$\langle\gamma(t_1)\gamma(t_2)\rangle = 2T\delta(t_{12}).$$

Если перейти к спектральному представлению

$$\eta_1(\vec{k}, \omega) = \int e^{-i(\omega t + \vec{k}\vec{x})}\eta_1(\vec{x}, t)d\vec{x}\,dt, \tag{10}$$

то из (9) получим:

$$\eta_1(\vec{k}, \omega) = \frac{\gamma\nu}{i\omega\nu + A_1 + Ck^2}, \tag{11}$$

где $\nu = \Gamma^{-1}$ а $A_1 = A - \alpha/A'$.

В более общем случае, добавляя в (1) также член $C'(\nabla\eta_2)^2$ аналогично, получаем значения η_1 и η_2. Так например:

$$\eta_2 = \frac{\gamma\nu(i\omega\nu + A + Ck^2) - \gamma\nu\alpha}{(i\omega\nu + A + Ck^2)(i\omega\nu' + A' + C'k^2) - \alpha^2}. \tag{12}$$

Следовательно, корреляционная функция, которая определяется соотношением:

$$G(\vec{k}, \omega) = \int e^{i(\omega t + \vec{k}\vec{x})}\langle\eta_2(\vec{x}, t)\eta_2(\vec{x}', t)\rangle d\vec{x}dt,$$

и является важной характеристикой статистических свойств, будет:

$$G(k, \omega) = [(A + Ck^2 - \alpha)^2 + \omega^2\nu^2][\omega^2[\nu(A' + C'k^2) + \nu'(A + Ck^2)]^2 + [(A + Ck^2)(A' + C'k^2) - \alpha^2 - \omega^2\nu\nu']^2]^{-1}. \tag{13}$$

$$A = a(T - T_c), \quad C \sim r_0\sqrt{T - T_c}; \quad C' \sim r_0'\sqrt{T - T_c}.$$

Эта величина представляет интерес для кристаллов типа 2). У этих кристаллов параметр порядка (η_1) служит мерой упорядочения протонов на водородных связях, а спонтанная поляризация (η_2) связана со смещениями ионов решетки. Роль η_1 и η_2 могут играть также величины поляризации разных подрешеток сегнетоэлектриков. Другим примером является жидкий кристалл. Действительно, в этом случае система характеризуется поляризацией (P) и углом (ϑ) (между длиной оси молекул и директором).

Как следует из выражения (8), при приближении к точке перехода релаксация параметра порядка замедляется. Это означает, что область $\omega\tau_{1,2}\sim 1$ проявляется как область эффективного поглощения звука ([4,5]).

Рассмотрим этот эффект на примере самого простого случая, как имеет место соотношение (3). В этом случае из уравнения (5) следует, что

$$\tau_1^{-1}=\Gamma A_1 \left.\frac{\partial^2 F}{\partial\eta_1^2}\right|_{\eta_1=\eta_{m}} \tag{14}$$

Следовательно, справедливость условия $\omega\tau_1\sim 1$ выше и вблизи точки перехода означает, что теперь эффективно диссипируются (переход звуковой энергии в тепловую) более низкочастотные колебания, чем в обычном случае с невзаимодействующими полями. При этом появляется возможность экспериментального исследования некоторых особенностей динамики решетки.

Ереванский Государственный университет

Օ. Գ. ԱՆԻՍԻՄՈՎԱ, Դ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Փոխազդող սկալյար դաշտերի տեսության մասին

Այս աշխատանքում ուսումնասիրված է երկրորդ կարգի ֆազային անցումների բնույթը, երբ համակարգն օժտված է երկու փոխազդող կարգավորվածության պարամետրերով։ Ստացված արդյունքները կիրառելի են սեգնետոէլեկտրիկների, հեղուկ բյուրեղների և նման համակարգերի համար։

Դիտարկված է նաև ձայնի կլանման առանձնահատկությունները այս դեպքում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Статистическая физика, М., 1964. [2] *Л. Д. Ландау, И. М. Халатников.* ДАН СССР, т. 16, 469 (1954). [3] *А. З. Паташинский, В. Л. Покровский,* Флуктуационная теория фазовых переходов, М., 1975. [4] *М. А. Леонтович, Л. И. Мандельштам.* ЖЭТФ, 7, 438 (1937). [5] *И. М. Халатников.* Теория сверхтекучести, М., 1971.