

УДК 518.5:681.3

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Азатян, Р. А. Тамразян

Программные реализации алгоритмов для перечисления элементов полных множеств: n -перестановок с повторениями, сочетаний из n элементов по m размещений из n элементов по m

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 7/X 1976)

Программные реализации алгоритмов для перечисления элементов полных множеств: n -перестановок $\{P_n\}$, сочетаний $\{C_n^m\}$ и размещений $\{A_n^m\}$ имеют приложение как в проблематике комбинаторного анализа, так и при решении многочисленных прикладных задач. В ^(1,2) рассматривается метод перечисления элементов множества $\{P_n\}$ всех возможных перестановок из n различных символов и описывается программная реализация метода на машине ЕС-1030. Рассмотренный метод "треугольника адресов" дает возможность почти полного исключения арифметических операций, резкого сокращения количества команд и существенного уменьшения объема памяти. В ^(1,3) метод треугольника адресов распространяется на более общий случай — перечисление элементов множества $\{P_n\}$ — полного множества всех перестановок из n символов, среди которых имеются одинаковые, при произвольном разбиении числа n ($n; n_1, n_2, \dots, n_v$), где при $v = 1, 2, \dots, v; n_1 + n_2 + \dots + n_v = n$ n_v — число элементов в v -ой группе равночисленных элементов. Использование специально введенных логических функций дает возможность показать, что алгоритм для перечисления элементов $\{P_n\}$ является основным звеном также для конструирования алгоритмов для перечисления элементов $\{P_n\}$, $\{C_n^m\}$ и $\{A_n^m\}$. Здесь опишем программные реализации алгоритмов, рассмотренных в ^(1,2).

Как частный случай решается задача перечисления всех n -перестановок из n различных символов, программа для которой описана в ⁽²⁾.

В ^(1,3), показано, что перечисление полного множества $\{P_n\}$ при любых распределениях числа n осуществляется не более, чем

за $\frac{n!}{2}$ шагов, т. е. на половине длины (P_n) . Однако структурные

свойства алгоритма AP_n таковы, что при всех распределениях, отличных от распределения $(n; n_1=2, n_2=n_3=\dots=n_v=1)$, процесс перечисления элементов $|P_n|$ заканчивается раньше, чем достигается половина длины (P_n) , и если бы прекращение процесса перечисления связывалось с достижением длины $\frac{1}{2}L(P_n) = \frac{n!}{2}$, то ввиду быстрого

роста функции $\frac{n!}{2}$ с увеличением n работа машины становилась бы

все более нецелесообразной. В связи с этим в программе предусмотрен пересчет перестановок по формуле

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_v) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_v!}$$

благодаря чему процесс перечисления заканчивается по достижении величины $P(n; n_1, n_2, \dots, n_v)$.

Программа, составленная на языке Ассемблер (*) для машин ряда ЕС ЭВМ с операционной системой ДОС/ЕС, отлажена на машине ЕС-1020. С учетом производительности машин ряда ЕС ЭВМ число n ограничивается следующим образом: $2 \leq n \leq N=16$, хотя нет принципиальных ограничений для использования программы при $n > 16$. Объем программы не зависит от n и требует область оперативной памяти размером в 4712 байтов, что обеспечивает ее функционирование в любых машинах ряда ЕС ЭВМ в исполнении с минимальной памятью. Применение ДОС/ЕС дает возможность загружать программу в память в любой момент рабочего времени.

Блок-схема программы изображена на рис. 1,2.

Программа вначале запрашивает режим работы и входные данные, которые записываются с пишущей машинки в виде шифра, состоящего из трех строк: в третьей строке записывается информация о виде перечисляемого комбинаторного объекта (P — перестановка, C — сочетание, A — размещение), в первой и второй строке — информация о длине и структуре n -выборки.

Примеры. Пусть требуется перечислить все элементы из следующих множеств: 1) $|P_7|$ при распределении $(7; 4, 2, 1)$; 2) $|P_7|$; 3) $|C_9^5|$; 4) $|A_6^3|$.

Соответствующие шифры записываются следующим образом:

1) 1111223, 070402 P	2) 1234567, 07 P	3) 111112222, 090504 C	4) 111222. 06030 A
----------------------------	------------------------	------------------------------	--------------------------

В зависимости от требований прикладной задачи результаты можно либо выводить на периферийные устройства, либо непосред-

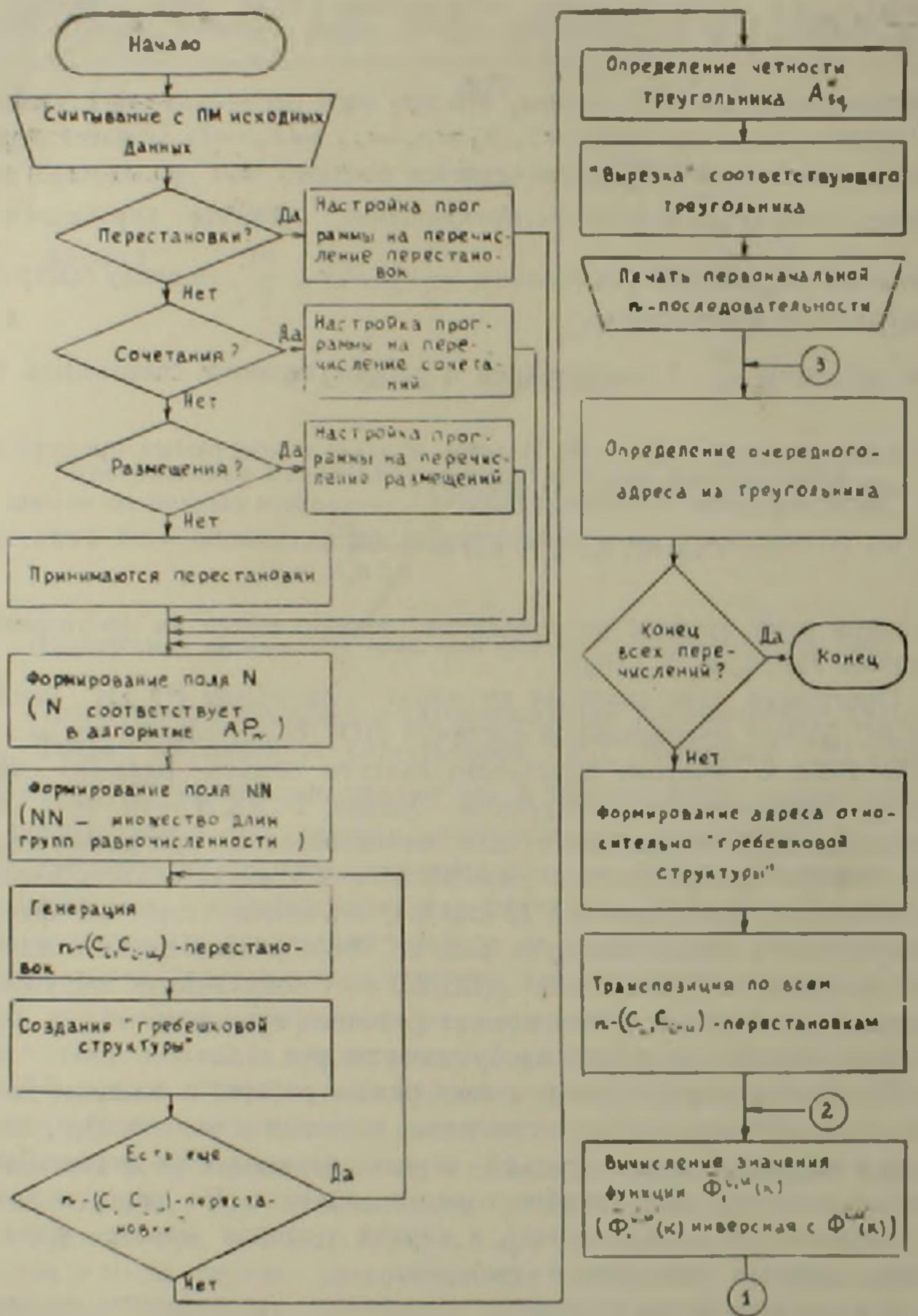


Рис 1. Блок-схема программы (Продолжение блок-схемы на рис. 2)

ственно использовать в целях динамического управления или передачи информации.

Контрольными тестовыми задачами являлись задачи по перечислению элементов множеств: $\{P_n\}$ при различных разбиениях чисел n , $\{C_n^m\}$ и $\{A_n^m\}$. Пусть через $T_n(n; n_1, n_2, \dots, n_v)$ обозначено время

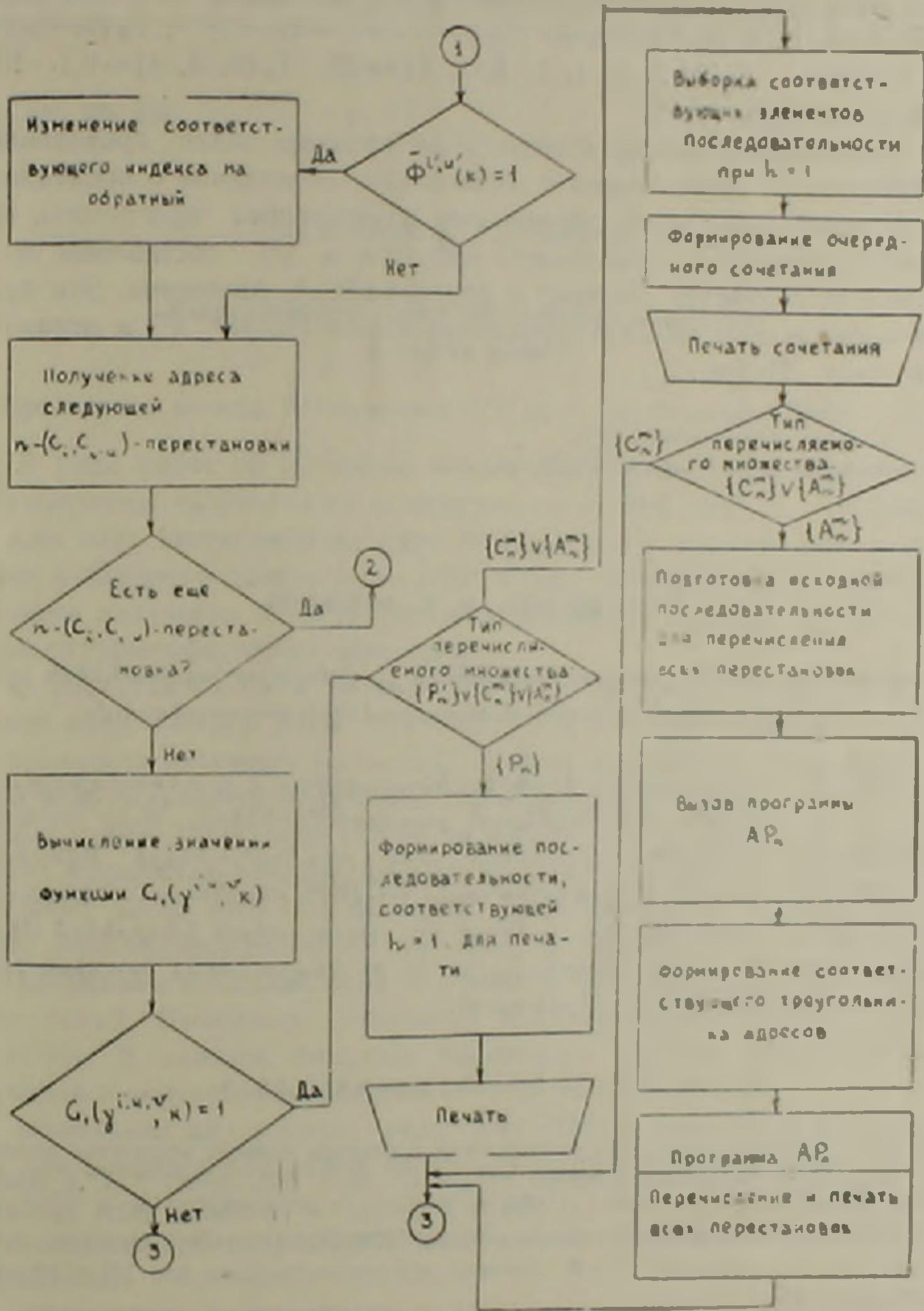


Рис. 2 Продолжение блок-схемы программы

перечисления элементов $\{P_n^i\}$ при некотором распределении $(n; n_1, n_2, \dots, n_u)$ в (мин); тогда результаты контрольных экспериментов можно записать: $T_n(3; 2, 1) = 7,0 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 2, 1, 1) = 2,74 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 2, 2) = 1,15 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 3, 1) = 9,2 \cdot 10^{-3}$; $T_n(5; 2, 1, 1, 1) = 1,4 \cdot 10^{-2}$;

$T_n(5; 3; 2) = 2,28 \cdot 10^{-2}$; $T_n(5; 4, 1) = 1,14 \cdot 10^{-2}$; $T_n(6; 2, 1, 1, 1, 1) = 8,2 \cdot 10^{-1}$;
 $T_n(6; 3, 3) = 4,6 \cdot 10^{-2}$; $T_n(6; 5, 1) = 1,38 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(7; 2, 1, 1, 1, 1, 1) = 2,88$; $T_n(7; 4, 3) = 4,0 \cdot 10^{-2}$; $T_n(7; 6, 1) = 1,6 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(8; 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = 23$; $T_n(8; 4, 4) = 8,1 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(8; 7, 1) = 1,84 \cdot 10^{-2}$.

Результаты решения контрольных тестовых задач сравнивались с теоретически ожидаемыми и дали точное совпадение с последними.

С некоторыми несущественными изменениями программы, аналогичные описанной в настоящей работе и в (2), составлены также для машин семейства «Наири» с участием В. А. Минасяна. Эти программы составлены на «Универсальном языке Наири» (3) и отлажены на машине «Наири-2».

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ԱԶԱՏՅԱՆ, Ռ. Ա. ԹԱՄՐԱՅԱՆ

Տեղափոխությունների, զուգորդությունների և տեղաբաշխությունների լրիվ բազմությունների թվաբանական ալգորիթմների ծրագրավորումը

Ամեն մի ամբողջական n -ի համար նկարագրվում է n -տեղափոխությունների, n -ից m -ական էլեմենտներով զուգորդությունների, n -ից m -ական էլեմենտներով տեղաբաշխությունների լրիվ բազմությունների թվաբանական ալգորիթմների ծրագրային իրականացումը $ԵՍ-1020$ մեքենայում: Նկարագրվում է ծրագրի բոլոր-սխեման: Բերվում են ստուգողական խնդիրների մեքենայական լուծման արդյունքները: Նշվում է, որ նկարագրված ծրագիրն իրագործված է նաև «Նաիրի-2» մեքենայում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 А. А. Азатян, К вопросу о перечислении элементов полного множества ассоциаций (U) Депонированная рукопись, 1974, РИР, № 3, 1975, 3—697. 2 А. А. Азатян, Р. А. Тамразян, ДАН Арм. ССР, т. LXI, № 5 (1975). 3 А. А. Азатян ДАН Арм. ССР, т. LXII, № 1, (1976) 4 Операционная система ДОС/ЕС, Ассемблер Описание языка Информация пользователя. 5 И. А. Ицкович, «Программирование для ЭВМ «Наири», М., «Статистика», 1975.