УДК 539.3

МЕХАНИКА

Академик АН Армянской ССР С. А. Амбарцумян,
Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян**Флаттер тонких пластин, изготовленных из электропроводящих материалов, при наличии магнитного поля***

(Представлено 8/X 1976)

С целью получения эффективных и достаточно простых методов исследования задач магнитоупругости электропроводящих тонких пластин и оболочек в работах (1,2) была предложена и обоснована гипотеза магнитоупругости тонких тел.

Гипотеза магнитоупругости тонких тел, наряду с гипотезой о недеформируемых нормалях, предполагает, что нормальная компонента возбужденного магнитного поля и касательные компоненты возбужденного электрического поля не изменяются по толщине тонкой колеблющейся пластинки (оболочки).

Аналитически гипотеза магнитоупругости записывается в виде

$$u_x = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_y = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_z = w(x, y, t)$$
$$h_z = f(x, y, t), \quad e_x = \varphi(x, y, t), \quad e_y = \psi(x, y, t). \quad (1)$$

Здесь, в декартовой системе координат: z — координата нормальная к срединной поверхности пластинки (оболочки), u_x, u_y, u_z компоненты вектора перемещения частиц пластинки, h_z — нормальная компонента возбужденного магнитного поля, e_x, e_y — тангенциальные компоненты возбужденного электрического поля в области занимаемой пластинкой.

Соотношения (1) значительно облегчают решение задач магнитоупругих колебаний пластин и оболочек: во-первых, упрощаются уравнения движения и уравнения электродинамики в области занимаемой пластинкой; во-вторых, устанавливается класс задач, для которых задача нахождения перемещений (напряжений) пластинки и компонент возбужденного электромагнитного поля в области занимаемой пластинкой отделяется от задачи нахождения возбужденного электромагнитного поля в области окружающей пластинку, т. е. трехмерная задача магнитоупругих колебаний пластинки приводится к двумерной (3,4); в-третьих, при дополнительных допущениях о характере изменения возбужден-

* Работа доложена на XIV Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике (Нидерланды, 1976).

ного электромагнитного поля в среде окружающей пластинку ⁽⁵⁾, приведение трехмерной задачи к двумерной оказывается возможным и в общем случае.

Гипотеза магнитоупругости тонких тел была обоснована путем сравнения результатов полученных для частных задач как с использованием соотношений (1) так и без использования допущений относительно компонент возбужденного электромагнитного поля ^(1,2,6); исследования результатов полученных методом асимптотического интегрирования общих уравнений задачи в области занимаемой пластинкой (оболочкой) ^(1,2); изучения экспериментальных данных ⁽⁷⁾.

Опираясь на гипотезу магнитоупругости тонких тел, рассмотрим некоторые задачи устойчивости электропроводящей пластинки при обтекании потоком газа в присутствии электромагнитного поля.

Пусть бесконечная пластинка постоянной толщины $2h$ обтекается сверхзвуковым потоком непроводящего газа со скоростью U . Материал пластинки обладает конечной электропроводностью σ .

Прямоугольная декартова система координат (x, y, z) выбирается так, что плоскость (xoy) совпадает со срединной плоскостью пластинки, а ось x имеет направление скорости обтекания.

Будут рассматриваться три частных случая задания магнитного поля. В первых двух случаях магнитное поле H_0 считается постоянным.

1. *Магнитное поле имеет направление оси oz.* В этом случае применение гипотез магнитоупругости тонких тел значительно упрощает задачу и вопрос исследования устойчивости пластинки, когда аэродинамические силы вводятся согласно линеаризованной формуле «закона плоских сечений» ⁽⁸⁾, приводится к излучению следующего уравнения

$$D \Delta^2 w + \frac{\chi \rho_0}{\alpha_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\phi h \sigma \frac{\partial w}{\partial t} + 2\phi h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{2\gamma h^3}{3c^3} H_0^2 \frac{\partial \Delta w}{\partial t}.$$

Здесь c — скорость света в вакууме. Остальные обозначения общепринятые в теории флаттера пластин.

Ограничиваясь рассмотрением колебаний в направлении координаты x и представляя решение уравнения в виде

$$w = w_0 \exp i(\omega t - kx)$$

получим следующее характеристическое уравнение

$$\omega^3 - \Omega_0^2 + (\varepsilon + \gamma) i\omega + \frac{\alpha}{3} k^2 h^3 H_0^2 i\omega + \gamma i k U = 0$$

Пользуясь критерием Рауса—Гурвица для алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами ^(8,9) получим выражение для критической скорости флаттера

$$U_* = \left(1 + \frac{\varepsilon + \alpha k^2 h^3 H_0^2 / 3}{\gamma} \right) \frac{\Omega_0}{k}$$

Здесь Ω_0 — частота собственных колебаний пластинки, k — волновое число

$$\gamma = \frac{\alpha p_0}{2\rho h a_0}, \quad \alpha = \frac{\sigma}{\rho c^2}$$

Формула для критической скорости флаттера показывает, что наличие магнитного поля приводит к увеличению критической скорости. Причем критическая скорость увеличивается с увеличением как электропроводности материала пластинки так и напряженности магнитного поля. Кроме того видно, что влияние магнитного поля более существенно для коротких волн. Видно также, что влияние магнитного поля имеет такой же характер, что и коэффициент демпфирования ϵ .

2. *Магнитное поле параллельно оси oy .* В этом случае кроме, гипотезы магнитоупругости тонких тел, используются также допущения о характере изменения электромагнитного поля вблизи поверхности пластинки (5). В частности, предполагается, что на некотором расстоянии λ по внешней к поверхности пластинки нормали, тангенциальные компоненты возбужденного магнитного поля не зависят от координаты z . В этом случае задача приводится к исследованию следующей системы уравнений (колебания зависят только от координаты x)

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\alpha p_0}{a_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\rho h \epsilon \frac{\partial w}{\partial t} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - \frac{H_0}{4\pi} \Phi$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{2}{\lambda c} \left(- \frac{H_0}{c} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{c}{8\pi \sigma h} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right), \quad \Phi \equiv h_x^+ - h_x^-$$

где h_x^+ , h_x^- — значения соответствующей компоненты возбужденного магнитного поля на поверхностях пластинки $z = \pm h$, λ — некоторый характерный размер задачи (в данном случае длина полуволны).

Решение задачи представляется в виде

$$w = w_0 \exp i (\omega t - kx), \quad \Phi = \Phi_0 \exp i (\omega t - kx)$$

Изучение характеристического уравнения методом Рауса-Гурвица дает, для определения критической скорости флаттера, следующее выражение

$$U_*^2 = \left(1 + \frac{\epsilon + \alpha H_0^2}{\gamma} \right) \left(1 + \frac{\epsilon + k\beta + \alpha H_0^2}{\gamma} \right) \frac{\Omega_0^2}{k^2} + \beta \frac{\gamma + \epsilon}{k} \left(1 + \frac{\epsilon + k\beta + \alpha H_0^2}{\gamma} \right)^2,$$

$$\beta = 4\pi \sigma h$$

Здесь в отличие от случая, когда магнитное поле параллельно оси z критическая скорость флаттера содержит члены, которые показывают взаимовлияние магнитного поля и демпфирования. Они записываются в виде произведений коэффициента демпфирования и интенсивности магнитного поля.

3. *Собственное магнитное поле.* Пусть пластинка служит проводником равномерно распределенного электрического тока плотности I_0 и направленного по оси ox .

Используя гипотезу магнитоупругости тонких тел и «закон плоских сечений», уравнение задачи флаттера пластинки в случае, когда колебания не зависят от координаты y , приведем к виду (эффект Холла не учитывается)

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{x p_0}{a_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\rho h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{32\pi^2 \rho I_0^2 h^3}{15c^4} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3 \partial t} + \frac{8}{3} \frac{\pi I_0^2 h^3}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

Приведенная задача относится к классу задач для которых не требуется определения электромагнитного поля в среде окружающей пластинку.

Исследование характеристического уравнения, получаемого согласно приведенному уравнению, дает следующую формулу критической скорости флаттера

$$U_* = \left(1 + \frac{\varepsilon + \alpha k^2 h^3 H_1^2 / 15}{\gamma} \right) \sqrt{\frac{\Omega_0^2}{k^2} + \frac{H_1^2}{12\pi\rho}}, \quad H_1 = \frac{4\pi h}{c} I_0.$$

Рассматривая формулу, замечаем, что собственное магнитное поле, обусловленное сторонним электрическим током, выступает как аналогично коэффициенту демпфирования ε , так и как параметр увеличивающий скорость распространения возмущений.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՑՅԱՆ, Գ. Ե. ԲԱԶԴԱՍԱՐՅԱՆ,
Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ

Էլեկտրահաղորդիչ նյութից պատրաստած բարակ սալի ֆլատեր մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում

Ելնելով բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածից, դիտարկված են մի քանի խնդիրներ առաձգական բարակ սալի կայունության վերաբերյալ ոչ հաղորդիչ գազի հոսանքում, երբ սալի նյութն ունի հաստատուն վերջավոր էլեկտրահաղորդականություն: Ուսումնասիրված են երկայնական և ընդլայնական մագնիսական դաշտերի դեպքերը: Դիտարկված է նաև սեփական մագնիսական դաշտի դեպքը, այսինքն այն դեպքը, երբ սալով անցնում է հավասարաչափ բաշխված էլեկտրական հոսանք:

Բոլոր նշված դեպքերում ստացված են պարզ բանաձևեր կրիտիկական արագության հաշվման համար: Ուսումնասիրված են ինչպես արտաքին մագնիսական դաշտի, այնպես և նյութի հաղորդականության ազդեցությունը կրիտիկական արագության մեծության վրա: Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի առկայությունը բերում է կրիտիկական արագության մեծացմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 35, вып. 2 (1971) ² С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 37, вып. 2 (1971) ³ Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, МТИ, № 2 (1974). ⁴ М. В. Белубекян.

ДАН АрмССР, т. LXI, № 2 (1975). * М. В. Белубекян, К задаче колебаний токонесущих пластин «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVIII, № 2 (1975). * Г. Е. Багдасарян, Н. А. Мкртчян, «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVIII, № 1, (1975). * Р. И. Опокимян, Ю. И. Косакян, Р. М. Мартиросян, «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVII, № 6 (1971) * В. В. Белогин, Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости, Физматгиз, М., 1961. * Н. Г. Чеботарева, Н. С. Мейман, Проблема Рауса—Гурвица для полиномов целых функций, Изд. АН АрмССР, 1949.