Известия НАН Армении, Физика, т.61, №2, с.192–198 (2026)

УДК 537.86:539.12
DOI: 10.54503/0002-3035-2026-61.2-192

ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ДИСПЕРСИОННЫЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ШАР

Г.Ф. ХАЧАТРЯН[1], А.А. СААРЯН[1], Г.П. АРУТЮНЯН[1], А.В. САРГСЯН[1], ДЖ.П. МАРКОСЯН[1], Г.В. МАРГАРЯН[1], М.Л. ГРИГОРЯН[1], К.С. АРАМЯН[1], А.Р. МНАЦАКАНЯН[1*], Л.Ш. ГРИГОРЯН[1]

[1]Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван, Армения

[*]e-mail: sirushrub06@yahoo.com

(Поступила в редакцию 13 мая 2026 г.)

Представлены результаты теоретического исследования спектрально-углового распределения излучения сгустков заряженных частиц, пересекающих диэлектрический шар, помещённый в вакуум. Как было показано ранее, в случае недисперсионного диэлектрического шара, при определённых значениях параметров задачи генерируемое излучение проявляет резонансный характер в узких частотных диапазонах. Показано, что наличие дисперсии может не только существенно изменить спектрально-угловое распределение излучения, но и значительно увеличить полную энергию излучения в достаточно широком частотном диапазоне.

1. Введение

Влияние материи на электромагнитные процессы охватывает широкий круг явлений, нашедших значительные практические применения [1–9]. В частности, интересные особенности может иметь излучение релятивистских заряженных частиц, движущихся в сферически симметричных средах [10–22]. В работе [14] предложен метод определения функции Грина электромагнитного поля для среды, состоящей из произвольного числа концентрических сферически симметричных слоев с общим центром и различными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, окруженных однородной средой с диэлектрической проницаемостью ε_n. В [15, 16] предложенным методом исследованы особенности излучения электронов, а также цепочки электронов, вращающихся вокруг диэлектрического шара. В работе [17] исследовано излучение одиночного электрона, с постоянной скоростью пролетающего через центр недисперсионного диэлектрического шара. Показано, что влияние поверхности шара на излучение может проявлять резонансный характер. Это явление объясняется тем, что черенковское (переходное) излучение, генерируемое частицей внутри шара, испытывает многократные отражения от поверхности шара, прежде чем его покинуть. В результате происходит перераспределение излучения по частотам, что приводит к генерации узких пиков в спектре излучения, соответствующих «квазимодам» диэлектрического шара. В работе [18] исследовано мощное квазикогерентное и «резонансное» излучение, генерируемое цепочкой сгустков заряжен-

ных частиц, пролетающих через центр диэлектрического шара. В работах [19, 20] излучение заряда, движущегося через диэлектрическую сферическую мишень исследовано с помощью методов лучевой оптики и апертуры.

Настоящая работа является продолжением ранее проведённых исследований. Ее новизна в демонстрации возможности такого выбора закона дисперсии диэлектрической проницаемости материала «резонатора» (шара), при котором резонансный эффект проявляется в относительно широком диапазоне частот, в отличие от узких частотных интервалов (вблизи мод или квазимод резонатора), как это было ранее. Предлагается физическое объяснение этого нетривиального явления.

2. Постановка задачи и основные формулы

Рассмотрим заряженную частицу, которая с постоянной скоростью **V** проходит через центр диэлектрического шара (см. рис.1) радиусом r_b и с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = \varepsilon_b(\omega)$. Магнитную проницаемость материала шара принимаем равной единице. Предполагается, что шар находится в вакууме ($\varepsilon_1 = 1$).

Энергию, излучаемую за всё время движения частицы в угловом диапазоне $(\theta, \theta + d\theta)$ и в частотном диапазоне $(\omega, \omega + d\omega)$, представим в виде

$$dE_1(\omega, \theta) = J_1(\omega, \theta) d\omega d\theta. \tag{1}$$

Здесь

$$J_1(\omega, \theta) = 2\pi c \sin\theta \left| \sum_l a_2^l \mathbf{X}_{l0}^{(2)} \right|^2 \tag{2}$$

– спектрально-угловая плотность излучаемой энергии.

Соответствующая спектральная плотность

$$I_1(\omega) = \int_0^\pi J_1(\omega, \theta) d\theta = \sum_l \left| a_2^l \right|^2, \tag{3}$$

где $\mathbf{X}_{l0}^{(2)}$ – векторная сферическая гармоника электрического типа. Безразмерные коэффициенты a_2^l в (3) определяются равенством (подробнее см. [14–17] для более общего случая шара, погруженного в однородную диэлектрическую среду)

$$a_2^l = \frac{(-i)^l q}{c r_b^2 \sqrt{\pi(2l+1)}} \sqrt{l(l+1)} \left(W_{\underline{l-1}} + W_{\underline{l+1}} \right), \tag{4}$$

где функция в скобках определяется следующим образом:

$$W_{l_1} \equiv D_{l_1,<} + i\lambda_1 r_b^2 \left(a_{l_1}^{(12)} D_{l_1,>} + a_{l_1}^{(22)} H_{l_1} \right) + \gamma_l j_{l_1}(\lambda_0 r_b) \left[l Q_{\underline{l-1}} - (l+1) Q_{\underline{l+1}} \right], \tag{5}$$

с обозначениями

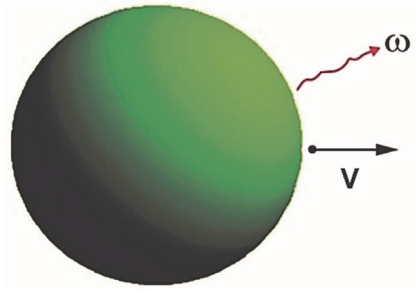


Рис.1. Заряженная частица, проходящая через центр диэлектрического шара.

$$
\begin{aligned}
D_{l_1,<} &\equiv \int_0^{r_b} j_{l_1}(\lambda_0 x)[e^{i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x} - (-1)^l e^{-i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x}]dx\,,\\
D_{l_1,>} &\equiv \int_{r_b}^{\infty} j_{l_1}(\lambda_1 x)[e^{i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x} - (-1)^l e^{-i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x}]dx\,,\\
H_{l_1} &\equiv \int_{r_b}^{\infty} h_{l_1}^{(1)}(\lambda_1 x)[e^{i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x} - (-1)^l e^{-i\frac{\omega}{\mathrm{v}}x}]dx\,,\\
Q_{l_1} &= \lambda_0 j_l(\lambda_0 r_b) H_{l_1} + \lambda_1 h_l^{(1)}(\lambda_1 r_b) D_{l_1,<}.
\end{aligned}
\tag{6}
$$

В этих выражениях $\lambda_0 = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_b}}{c}$, $\lambda_1 = \frac{\omega}{\mathrm{c}}$, $j_l(y)$ и $h_l^{(1)}(y)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля, а

$$
\begin{aligned}
\gamma_l &= \frac{\frac{1}{\varepsilon_b}-1}{l z_{l-1}^l + (l+1) z_{l+1}^l},\\
z_{\mathrm{v}}^l &= \frac{\lambda_1 j_{\mathrm{v}}(\lambda_0 r_b) h_l^{(1)}(\lambda_1 r_b) - \frac{\lambda_0 j_l(\lambda_0 r_b) h_{\mathrm{v}}^{(1)}(\lambda_1 r_b)}{\varepsilon_b}}{\lambda_1 j_{\mathrm{v}}(\lambda_0 r_b) h_l^{(1)}(\lambda_1 r_b) - \lambda_0 j_l(\lambda_0 r_b) h_{\mathrm{v}}^{(1)}(\lambda_1 r_b)}.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Обозначения в выражениях (4) и (5) с подчеркнутым индексом определяются следующим образом

$$
\underline{f_m} \equiv \frac{f_m}{\left[\lambda_0 j_{m-1}(\lambda_0 r_b) h_m^{(1)}(\lambda_1 r_b) - \lambda_1 j_m(\lambda_0 r_b) h_{m-1}^{(1)}(\lambda_1 r_b)\right]}.
\tag{8}
$$

Численный анализ, представленный в следующих разделах, основан на формулах (2)–(4).

3. Характеристики излучения электрона, пролетающего сквозь шар

Рассмотрим спектральные и спектрально-угловые свойства излучения. На рис.2 представлены спектральное (a) и спектрально-угловое (b) распределения излучения электрона с энергией $E_e = 3.5$ МэВ, пролетающего через центр шара из плавленого кварца радиусом $r_\mathrm{b} = 2$ см (сплошная кривая) и описываемого диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_b = \varepsilon_b' + i\varepsilon_b'' = 3.78 \times (1 + 0.0001i)$ (см. [23]). Пунктирная кривая соответствует излучению, генерируемому электроном, движущимся в бесконечной прозрачной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_b'$, в предположении, что излучение накапливается, начиная с участка траектории длиной равной диаметру шара ($2r_b$).

Как показывают данные, представленные на рис.2a, спектральное распределение излучаемой энергии характеризуется узкими частотными интервалами, в

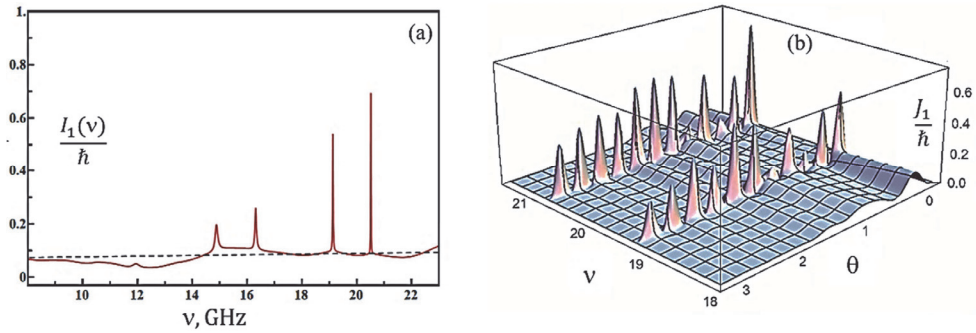


Рис.2. Спектральная (a) и спектрально-угловое (b) распределения энергии излучения электрона, пролетающего через центр шара из недисперсионного диэлектрика.

которых интенсивность излучения существенно увеличивается по сравнению с прилегающими соседними интервалами, демонстрируя тем самым «резонансное» поведение для определенных значений параметров [18].

Перейдём к анализу поведения интенсивности излучения в зависимости от диэлектрической проницаемости ε_b. Нами было обнаружено, что уменьшение диэлектрической постоянной приводит к увеличению резонансных частот. Это указывает на то, что при соответствующем выборе закона дисперсии, то есть частотной зависимости диэлектрической проницаемости, можно существенно изменить спектральное распределение генерируемого излучения. На рис.3 эта возможность проиллюстрирована на примере закона дисперсии вида

$$\varepsilon_b(\nu) = \left(\varepsilon_0 + \left(\frac{a}{\nu}\right)^2\right) \times (1 + 10^{-4} i), \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi}, \tag{9}$$

в диапазоне частот $\nu = 18{-}22$ ГГц. Здесь $\varepsilon_0 = -0.36$ безразмерная константа, $\alpha = 41.8$ ГГц.

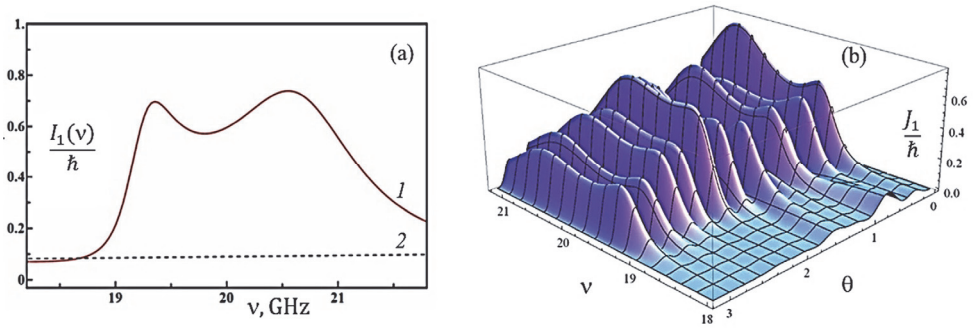


Рис.3. Спектральное (a) и спектрально-угловое (b) распределения энергии излучения электрона, пролетающего через центр шара из дисперсионного диэлектрика.

Как видно из результатов, представленных на рис.3, в частотном диапазоне $\nu \in [\nu_1, \nu_2]$, $\nu_1 = 19$, $\nu_2 = 21$ ГГц наблюдается мощное «резонансное» излучение. Полная энергия, $W = \int_{\nu_1}^{\nu_2} I_1(\nu)\mathrm{d}\nu \approx 5.1 \times 10^{-6}$ эВ, излучаемая в этом диапазоне для дисперсионного шара, примерно в 6.1 раза больше, чем для недисперсионного шара – $W \approx 8.36 \times 10^{-7}$эВ (см. рис.3а и 2а).

Для наглядности на рис.4 представлена зависимость действительной части диэлектрической проницаемости (9) от частоты в рассматриваемом диапазоне

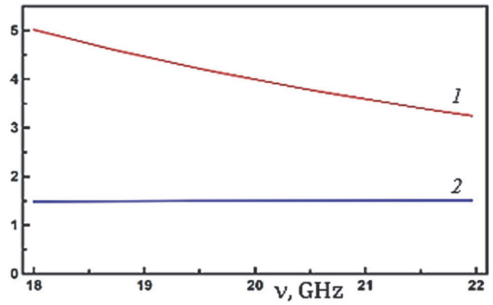


Рис.4. Частотные зависимости действительной части диэлектрической проницаемости ε_b' (кривая *1*) и отношения r_b/λ_b' (кривая *2*) для выбранного закона дисперсии (9).

(кривая *1*), а также отношение радиуса шара к длине волны $\lambda_b' \cong 2\pi c/\left(\omega\sqrt{\varepsilon_b'}\right)$ (кривая *2*).

Можно было бы ожидать, что эффект резонанса будет наблюдаться при определенных значениях отношения радиуса шара к длине волны. Как видно, для выбранного закона дисперсии (см. кривую 1, рис.4) это отношение остается постоянным в заданном диапазоне частот (см. кривую 2, рис.4), что является физической причиной резонансного характера излучения во всем этом диапазоне. Именно это обстоятельство послужило причиной выбора закона дисперсии (9), поскольку при $\varepsilon \sim 1/\nu^2$ имеет место $\lambda = c/\nu\sqrt{\varepsilon} \approx \text{const}$.

Следует отметить еще одно важное обстоятельство. Рассматриваемая проблема является масштабно-инвариантной. Это означает, что изменяя радиус шара, можно получить резонансные эффекты в других частотных диапазонах, для которых наблюдается аналогичное поведение закона дисперсии.

Конечно, важным является реализация заданного закона дисперсии с использованием реальных материалов. В этом аспекте перспективными являются последние достижения в синтезе материалов (в частности, метаматериалов) с заданными электродинамическими свойствами [24–26].

4. Излучение последовательности электронных сгустков

Энергия излучения, генерируемого последовательностью (цепочкой) сгустков, определяется выражением

$$\int F(\omega) I_1(\omega) d\omega \equiv \int I_{tr}(\omega) d\omega, \tag{10}$$

где спектральная плотность энергии, излучаемой одним зарядом, $I_1(\omega)$, определяется формулой (3).

Для структурного фактора цепочки имеем $F(\omega) = n_b n_e[1 - f_e(\omega) f_{tr}(\omega)\ ] + n_b^2 n_e^2 f_e(\omega) f_{tr}(\omega)$. Здесь n_e – число электронов в одном сгустке, n_b – число сгустков и $f_e = \exp(-\omega^2\sigma^2/\nu^2)$ коэффициент когерентности излучения электронов для отдельных сгустков (предполагается гауссово распределение электронов со стандартным отклонением σ). Коэффициент когерентности излучения сгустков внутри цепочки определяется равенством

$$f_{tr} = \frac{\sin^2(n_b \cdot \omega d/2\nu)}{n_b^2 \sin^2(\omega d/2\nu)}, \tag{11}$$

где d – расстояние между сгустками, а $\omega = 2\pi\nu$ (подробности см. в [18]).

На рис.5 приведена спектральная плотность интенсивности излучения для

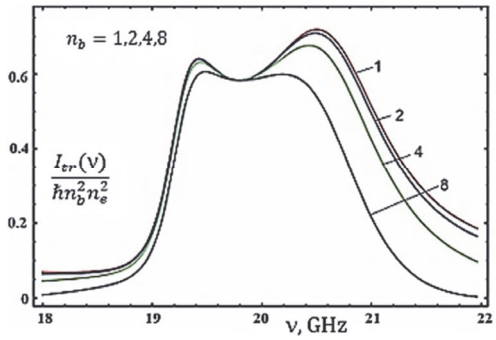


Рис.5. Спектральное распределение энергии излучения цепочек электронных сгустков: $n_b = 1,2,4,8$ (значения параметров приведены в тексте).

цепочек с числом сгустков $n_b = 1,2,4,8$. В качестве параметров цепочек приняты значения $n_e = 10^9$, $d = 15$ мм, $\sigma = 0.5$ мм. Как следует из результатов, представленных на рис.5, цепочка, содержащая $n_b \leq 8$ сгустков, излучает квазикогерентно в частотном диапазоне 19–21 ГГц. В этом случае полная энергия $\left(W_{tr} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} I_{tr}(\nu)d\nu = 2.61 \times 10^5 \text{ ГэВ}\right)$, излучаемая в указанном диапазоне цепочкой с $n_b = 8$, приблизительно в 53.5 раза больше, чем соответствующая величина для излучения, генерируемого одним сгустком.

5. Заключение

В работе представлены результаты теоретических исследований спектрально-углового распределения излучения, испускаемого заряженными частицами, проходящими через шар из дисперсионного диэлектрического материала. Показано, что наличие дисперсии может не только значительно изменять спектрально-угловое распределение излучения, но и существенно увеличивать суммарную излучаемую энергию в относительно широком диапазоне частот (см. рис.2−3). В случае последовательности сгустков показано, что возможно когерентное излучение в случае 2−8 сгустков в достаточно широком диапазоне частот. В будущем мы намерены экспериментально проверить эту возможность на линейном ускорителе AREAL (Advanced Research Electron Accelerator Laboratory) в Синхротронном исследовательском институте CANDLE (Center for the Advancement of Natural Discoveries using Light Emission). Описанный эффект может быть использован для разработки мощных источников излучения в диапазоне частот от 10−10000 ГГц.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Б.М. Болотовский**. УФН, **75**, 295 (1961).
2. **Дж. Джелли**. Черенковское излучение и его применения. Москва, ИЛ, 1960.
3. **В.П. Зрелов**. Излучение Вавилова–Черенкова и его применения в физике высоких энергий, том I, II. Москва, Атомиздат, 1968.
4. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц**. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука (1982).
5. **Г.М. Гарибян, Я. Ши**, Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1983.
6. **В.Л. Гинзбург, В.Н. Цытович**. Переходное излучение и переходное рассеяние. Москва, Наука, 1984.
7. **И.М. Франк**. Излучение Вавилова–Черенкова. Вопросы теории. Москва, Наука, 1988.
8. **М.Л. Тер-Микаелян**. Влияние среды на электромагнитные процессы высоких энергий. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1969.
9. **В.А. Базылев, Н.К. Жеваго**. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. Москва, Наука, 1987.
10. **Г.А. Аскарян**. ЖЭТФ, СССР, **29**, 388 (1955).
11. **M.P. Magomedov**. J. Contemp. Phys., **4**, 271 (1969).
12. **R. Pogorzelski, C. Yeh**. Phys. Rev. A, **8**, 137 (1973).

13. **G.N. Afanasiev, V.G. Kartavenko, Yu.P. Stepanovsky**. J. Math. Phys., **44**, 4026 (2003).
14. **S.R. Arzumanyan, L.Sh. Grigoryan, A.A. Saharian, Kh.V. Kotanjian**. J. Contemp. Phys., **30**, 106 (1995).
15. **L.Sh. Grigoryan, H.F. Khachatryan, S.R. Arzumanyan, M.L. Grigoryan**. Nucl. Instr. Meth. B, **252**, 50 (2006).
16. **L.Sh. Grigoryan, A.A. Saharian, H.F. Khachatryan, M.L. Grigoryan, A.V. Sargsyan, T.A. Petrosyan**. J. Instrum., **15**, C04035 (2020).
17. **S.R. Arzumanyan**. J. Phys.: Conf. Ser., **357**, 012008 (2012).
18. **L.Sh. Grigoryan, A.H. Mkrtchyan, P.A. Aleksandrov, A.A. Saharian, W. Wagner, M.L. Grigoryan, J.P. Markosyan, A.V. Sargsyan, A.V. Martirosyan, H.F. Khachatryan**. Nucl. Instr. Meth. A, **1059**, 168991 (2024).
19. **A.V. Tyukhtin, E.S. Belonogaya, S.N. Galyamin, V.V. Vorobev**. J. Instrum., **15,** C05043 (2020).
20. **A.V. Tyukhtin, S.N. Galyamin, V.V. Vorobev**. J. Opt. Soc. Am. B, **38**, 711 (2021).
21. **P.E. Stamatopoulou, W. Zhao, A.R. Echarri, N.A. Mortensen, K. Busch, C. Tserkezis, C. Wolff**. Phys. Rev. Research, **6,** 013239 (2024).
22. **S. Fiedler, P.E. Stamatopoulou, A. Assadillayev, C. Wolff, H. Sugimoto, M. Fujii, N.A. Mortensen, S. Raza, C. Tserkezis**. Nano Lett., **22,** 2320 (2022).
23. **E.M. Voronkova, B.N. Grechushnikov, G.I. Distler, I.P. Petrov**. Optical Materials for Infrared Technology, Nauka, Moscow (1965).
24. **A.A. Muradyan, A.R. Aramyan, H.A. Alexanyan, N.H. Sargsyan, L.A. Amiraghyan, L.S. Mkrtchyan, V.G. Harutyunyan**. Nucl. Instr. Meth. A, **1075**, 170452 (2025).
25. **M.A. Islam, M.J. Hasan, M.S. Chowdhury, J. Ghosh, M.H. Mobarak**. Nano-Struc. & Nano-Objects, **41**, 101424 (2025).
26. **J. Sun, J. Zhou**. Engineering, **44**, 145 (2025).

PECULIARITIES OF RADIATION FROM RELATIVISTIC ELECTRON BUNCHES PASSING THROUGH A DISPERSIVE DIELECTRIC BALL

H.F. KHACHATRYAN, A.A. SAHARIAN, H.P. HARUTYUNYAN, A.V. SARGSYAN, J.P. MARKOSYAN, G.V. MARGARYAN, M.L. GRIGORYAN, K.S. ARAMYAN, A.R. MNATSAKANYAN,

The results of a theoretical study of the spectral–angular distribution of radiation generated by bunches of charged particles crossing a dielectric sphere placed in vacuum are presented. For a nondispersive dielectric sphere, it was previously shown that, for certain values of the system parameters, the emitted radiation exhibits a resonant character within narrow frequency ranges. In the present work, it is demonstrated that taking into account the dispersion of the dielectric permittivity can not only significantly modify the spectral–angular distribution of the radiation but also lead to a substantial increase in the total radiated energy over a sufficiently wide frequency range.