

УДК 538.561.538.566.5

ФИЗИКА

Г. Г. Карапетян

Излучение ондулятора в волноводе

(Представлено на корр. АН Армянской ССР Г. С. Саякяном 16/IX 1976)

В настоящее время возрос интерес к ондуляторному излучению в связи с возможностью получения с помощью ондуляторов мощного электромагнитного излучения в широком диапазоне частот (список литературы см. в (1)). Влияние проводящих поверхностей, в частности волноводных структур, на излучение мало изучено. В единственной работе (2), посвященной этому вопросу рассматривалось излучение заряда, движущегося по бесконечной синусоидальной траектории внутри волновода и показано, что при определенных частотах колебаний заряда, интенсивность ондуляторного излучения неограниченно возрастает из-за резонансного характера взаимодействия источника с возбуждаемым полем, отраженным от стенок волновода*. Представляет интерес рассмотреть ондулятор конечной длины и выяснить зависимость излученной энергии от длины (или числа звеньев).

Пусть заряд движется с постоянной продольной скоростью $v \equiv c\beta$ по периодической траектории внутри однородного волновода. Вводя систему координат с осью oz направленной вдоль волновода и предполагая, что заряд имеет бесконечно малую толщину по оси oz для плотностей заряда и тока можем записать.

$$\rho = \rho_1(\xi, \zeta, t)\delta(z - vt), \quad \vec{j} = \vec{j}_1(\xi, \zeta, t)\delta(z - vt), \quad (1)$$

где ξ, ζ — поперечные криволинейные координаты,

ρ_1 и $\vec{j}_1$ — периодические по t функции с периодом $t_0 = T/N = 2\pi/\Omega$,
 T — время движения, N — число периодов (или звеньев), Ω — частота периодического движения.

Представляя потенциалы возбужденного поля в виде разложения в ряды по собственным векторным функциям волновода согласно (4) имеем;

* На подобный резонанс впервые указал Л. И. Мандельштам (3).

$$\Phi = \sum_k \Phi_k(z, t) f_k(\xi, \zeta), \quad \vec{A} = \sum_a \left[A_{k1}(z, t) \vec{a}_{k1}(\xi, \zeta) + A_{k2}(z, \zeta) \vec{a}_{k2}(\xi, \zeta) \right], \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \chi^2 \right) \begin{pmatrix} \Phi_k \\ A_{k1,2} \end{pmatrix} = -4\pi \begin{pmatrix} \rho_k \\ \frac{1}{c} J_{k1,2} \end{pmatrix} \delta(z - vt).$$

Здесь

$$\rho_k = \int_{\Gamma} \rho_1 f_k^* ds, \quad J_{k1,2} = \int_{\Gamma} \vec{J}_1 \vec{a}_{k1,2}^* ds, \quad (3)$$

f_k и $\vec{a}_k$ — ортонормированные собственные функции, удовлетворяющие краевым задачам

$$(\nabla^2 + \chi_1^2) f_k = 0, \quad f_k / \Gamma = 0, \quad (4)$$

$$(\nabla^2 + \chi_{1,2}^2) \vec{a}_{k1,2} = 0, \quad [\vec{n}, \vec{a}_{k1,2}] / \Gamma = 0,$$

Γ — контур поперечного сечения S , $\vec{n}$ — нормаль к ней, k — обозначает два индекса, определяющие собственную функцию, а индексы 1 и 2 соответствуют $E(H_z = 0)$ и $H(E_z = 0)$ волнам.

Опуская дальнейшие преобразования, запишем окончательные выражения потенциалов

$$\Phi_k = \int_0^t \rho_k(\tau) \psi(z, t, \tau) d\tau, \quad A_{k1,2} = \frac{1}{c} \int_0^t J_{k1,2}(\tau) \psi(z, t, \tau) d\tau, \quad (5)$$

$$\psi(z, t, \tau) = \begin{cases} J_0 [\chi \sqrt{c^2(t-\tau)^2 - (z-v\tau)^2}] & c(t-\tau) > |z-v\tau| \\ 0 & c(t-\tau) < |z-v\tau| \end{cases}$$

Далее вычислим электромагнитное поле и затем вектор Пойнтинга, интегрируя который по поперечному сечению получим поток энергии за единицу времени вдоль оси oz ;

$$\Pi = \frac{1}{4\pi} \sum_k \left[c\chi_1^2 \left(\Phi_k + \frac{1}{c\chi_1} \dot{A}_{k1} \right) \left(A_{k1}^* - \frac{1}{\chi_1} \dot{A}_{k1}' \right) - A_{k2}^* \dot{A}_{k2}' \right]. \quad (6)$$

Излученную энергию проще вычислять подставляя сперва в (6) $v=0$. При этом заряд будет находиться в плоскости $z=0$, поэтому вычисляя потоки энергии через сечения $z=\pm 0$ и интегрируя их сумму по времени в промежутке $(0, T)$ находим излученную энергию при $v=0$.

Разлагая в полученной формуле величины $\rho_k(\tau)$ и $J_{k1,2}(\tau)$ в ряды

Фурье на интервале $[0, 2\pi/\Omega]$, после соответствующих преобразований имеем:

$$W|_{v=0} = i \frac{2\pi\Omega}{c} \sum_{k,s,s'} s \left| \rho_{ks}^* \rho_{ks} \left(\frac{s^2 \Omega^2}{c^2 \chi_1^2} - 1 \right) Y_1 + J_{ks}^* J_{ks} Y_2 \right|, \quad (7)$$

где

$$\rho_{ks} = \int_0^{2\pi/\Omega} \rho_k(t) e^{-is\Omega t} dt, \quad J_{ks} = \int_0^{2\pi/\Omega} J_{k,2}(t) e^{-is\Omega t} dt, \\ Y_{1,2} = \int_0^T e^{i(s-s')t} \left| \int_0^t J_0(c\chi_{1,2}x) e^{-i\chi_{1,2}x} dx \right| dt. \quad (8)$$

Меняя в $Y_{1,2}$ порядок интегрирования можно показать, что при $N \rightarrow \infty$ $Y_{1,2} \sim NY_{s',s}$, следовательно вклад смешанных членов с $s' \neq s$ в выражении энергии (7), обусловленных взаимодействием гармоник мал по сравнению с основными членами с $s' = s$. Оставляя в дальнейшем в энергии лишь члены с $s' = s$, которые очевидно являются энергиями отдельных гармоник, после несложных преобразований находим

$$W|_{v=0} = \frac{2N\Omega}{c} \sum_{k,s=1}^{\infty} \left[c^2 |\rho_{ks}|^2 \left(\frac{1}{\chi_1^2} - 1 \right) F(x_1, N) + |J_{ks}|^2 F(x_2, N) \right], \quad (9)$$

где

$$F(x, N) = \int_0^{2\pi sN} \left(1 - \frac{x}{2\pi sN} \right) \sin x J_0(x) dx, \quad x_{1,2} = \frac{c\chi_{1,2}}{s\Omega}. \quad (10)$$

Деля $W|_{v=0}$ на $\sqrt{1-\beta_{11}^2}$ и заменяя в (9) $\Omega \rightarrow \Omega/\sqrt{1-\beta_{11}^2}$ получаем искомую формулу для энергии ондулятора:

$$W = \frac{2N\Omega}{c} \sum_{k,s=1}^{\infty} \left[c^2 |\rho_{ks}|^2 \left(\frac{1}{\alpha_1^2} - 1 \right) F(x_1, N) + \frac{|J_{ks}|^2}{1-\beta_{11}^2} F(x_2, N) \right], \quad (11)$$

$\alpha_{1,2} = x_{1,2} \sqrt{1-\beta_{11}^2} = \frac{\Omega_{кр1,2}}{s\Omega} \sqrt{1-\beta_{11}^2}$, $\Omega_{кр1,2}$ — критические частоты волно-

вода для E и H волн.

Функция $F(x, N)$, описывающая зависимость излученной энергии от параметров ондулятора и волновода, существенно зависит от величины $\gamma \equiv 2\sqrt{|1-\alpha|Ns}$. Имеет место асимптотика

$$F(x, N) = \frac{2\sqrt{2}}{3} (sN)^{1/2} [1 + O(\gamma^2)] \quad \gamma \ll 1 \quad (12)$$

$$F(\alpha, N) = \frac{1}{2\sqrt{|1-\alpha^2|}} [1 + \operatorname{sgn}(1-\alpha) + O(\gamma^{-1})] \quad \gamma \gg 1 \quad (12)$$

Из (12) следует, что при $\gamma \gg 1$ излучение ондулятора, имеющего N звеньев эквивалентно излучению N звеньев бесконечного ондулятора. В случае же $\gamma \leq 1$, наступает резонанс и зависимость энергии от числа звеньев приобретает нелинейный вид $\sim N^{3/2}$. При этом энергия E — волн пренебрежимо мала (11), т. е. резонанс имеет место лишь для H — волн. Из (12) также следует, что вклад в энергию членов с $\alpha > 1$ составляет при $N \gg 1$ малую часть $\sim 1/\sqrt{N}$ от вклада членов с $\alpha < 1$. Поэтому если подобрать размеры волновода так, чтобы условие $\gamma \ll 1$ выполнялось для наименьшего типа волны первой гармоники, то для остальных типов волны первой гармоники будут иметь место условия $\alpha > 1$, $\gamma \gg 1$ и согласно (12) их вкладом в энергию можно пренебречь. Подбирая таким образом размеры волновода, для энергии, излученной на первой гармонике, из (11) получаем:

$$W_1 = \frac{2N\Omega}{c} \frac{|J_{11}|^2}{1-\beta_{11}^2} F(\alpha_2, N) \simeq \frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{N^{3/2}}{1-\beta_{11}^2} \frac{\Omega |J_{11}|^2}{c}, \quad (13)$$

Если ондулятор излучает в дипольном приближении, то (13) является полной излученной энергией и так как в свободном пространстве $W_0 \sim N$, то $W/W_0 \sim N^{1/2}$, следовательно наличие волновода может заметно увеличить энергию излучения ондулятора.

Автор благодарен Г. В. Воскресенскому и Г. С. Саакяну за обсуждения.

Ереванский государственный университет

Կ. Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Օնդուլյատորի ճառագայթումը ալիքատարում

Դիտարկված է վերջավոր երկարությամբ օնդուլյատորի ճառագայթումը ալիքատարում: Հաշվված է լրիվ ճառագայթված էներգիան, որը ներկայացված է առանձին հարմոնիկաների և ալիքատարային տիպի ալիքների գումարով: Ցույց է տրվում, որ յիգրի որոշակի տատանման հաճախությունների ժամանակ էներգիայի կախվածությունը օնդուլյատորի սեկցիաների թվից (կամ երկարությունից) ունի ոչ գծային տեսք $\sim N^{3/2}$: Այդ պատճառով ալիքատարի առկայությունը կարող է զգալի ավելացնել ճառագայթված էներգիան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов, Труды ФИАН, 80, 100 (1975).
² H. Motz, M. Nakamura, Annals of Physics, 7, 84 (1959) ³ Л. И. Мандельштам, ЖЭТФ, 15, 461 (1945). ⁴ Г. В. Кисунько, ЖТФ, 16 565 (1946)