

УДК 530.139

ФИЗИКА

Г. А. Варданян

Твердый раствор He^3 — He^4 во внешнем поле

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 12/VII 1976)

Ярким примером квантовых кристаллов является твердый раствор He^3 — He^4 . Атомы He^3 малой концентрации, согласно теории, развитой в работе (¹), превращаются в практически свободно движущиеся квазичастицы (примесоны). Наиболее важными характеристиками примесонов являются ширина энергетической зоны $\Delta \leq 10^{-4}$ К и скорость движения $v_0 \leq \text{см/сек} \cdot 10^{-1}$.

Движущиеся в кристалле примесоны могут сталкиваться друг с другом или с другими возбуждениями (²⁻⁵). Если столкновения происходят с фононами (длина свободного пробега примесона намного больше постоянной решетки), то коэффициент диффузии оценивается выражением: $D \sim v^2 \tau$, где τ —транспортное время релаксации.

В настоящей работе рассматривается влияние внешнего периодического поля потенциала сил F (период которой намного больше постоянной решетки $\bar{k}a \ll 1$) на основные характеристики примесонов. Исследуется изменение константы примесон-фононного взаимодействия под действием поля F .

Примером такого поля, действующего на нейтральную квазичастицу, является стрикционная сила, пропорциональная усредненному квадрату напряженности поля: $F = \frac{\alpha}{4} E_0^2 k \sin 2kz$, где E_0 амплитуда поля $E = E_0 \sin \omega t \sin kz$ (⁶).

Для выяснения характера движения примесонов удобно сначала рассмотреть упрощенную задачу о движении уединенного примесона под действием силы F . Существенные черты этого движения могут быть получены, даже при изучении наиболее простой одномерной модели. С этой целью рассмотрим уравнение для z координаты примесона, с эффективной массой m^* (см. например, (⁴)):

$$\ddot{z} = \frac{\alpha k E^2}{4m^*} \sin 2kz, \quad (1)$$

или

$$x = \omega^2 \sin x,$$

где

$$\omega = \frac{k^2 E^2 a}{2m^*}, \quad x = 2kz. \quad (2)$$

Решение уравнения (1), при начальных условиях:

$$x(t=0) = 2kz_0, \quad \dot{x}(t=0) = 2kv_0, \quad (3)$$

имеет вид

$$\dot{z} = \pm \frac{\omega}{k} \left[(\cos 2kz_0 - \cos 2kz) + \left(\frac{k}{\omega} v_0 \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Следовательно, коэффициент диффузии будет:

$$D_1 = \dot{z}^2 \tau = \pm \frac{\omega^2 \tau}{k} \left[(\cos 2kz_0 - \cos 2kz) + \left(\frac{k}{\omega} v_0 \right)^2 \right], \quad (5)$$

или

$$D_1 = D \left\{ 1 \pm \frac{v_c}{v_0} \left[\cos 2kz_0 - \cos 2kz \right] \right\}. \quad (6)$$

Пусть примесоны находятся в минимумах потенциального поля, создаваемого стоячей волной:

$$|2kz_0 - \pi n| \ll 1. \quad (7)$$

Из выражения (4) следует, что если такие примесоны имеют начальную скорость, меньше некоторой критической v_c , определяемой соотношением:

$$v_c = \frac{\omega}{k} = \frac{E \sqrt{a}}{\sqrt{2m^*}}, \quad (8)$$

то они взамен практически свободного движения испытывают гармонические колебания с частотой kv_c и амплитудой, не превышающей $\pi/2k$. Движение в координатном пространстве также является периодическим, при этом, период, очевидно, тот же самый, что и в импульсном пространстве: $\hbar/aF$.

Вдали от минимумов стоячей волны, как следует из выражений (6—7), часть примесонов со скоростью $|v_0|/\sqrt{v_c}$ испытывает колебания, а часть способна совершать инфинитное движение. Финитное движение примесона возможна в том случае, когда кинетическая энергия движения меньше высоты потенциального барьера, создаваемого внешним периодическим полем. Собственные состояния финитного движения (¹), смещены друг относительно друга по координате на целое число постоянных решетки, а по энергии на целое число aF .

Квантовые собственные состояния, соответствующие инфинитному движению являются стоячими волнами, по которой примесоны движутся с постоянной начальной скоростью v_0 .

Важно заметить, что в этой области возможно когерентная суперпозиция волн, обусловленная тем, что импульсам $k_F - q = k_1$, $k_F + q = k_2$, $-k_F + q = -k_1$, $-k_F - q = -k_2$, соответствует одна и та же энергия, т. е. примесоны с импульсами k_2 и $-k_1$ имеют одинаковую скорость. В результате, если начальное положение двух примесонов эквивалентны (см. например, (3)), то, как следует из (6), они диффундируют как целое.

Принципиально возможно использование трехмерной стоячей волны, образованной пересечением трех перпендикулярных стоячих волн. В этом случае, примесоны, с абсолютной скоростью, удовлетворяющие условию $|v_0| < v_c$ будут совершать финитное движение в элементарном объеме $(\pi/k)^3$.

Для анализа вопроса о влиянии силы F на систему примесонов взаимодействующих с фононами, рассмотрим гамильтониан для одномерной системы примесонов H_0 , дополнив его членом H_{int} :

$$\hat{H}_0 = \sum_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} + \sum_q \hbar \omega_q \hat{b}_q^+ \hat{b}_q + \sum_{\vec{k}, q} U_q \hat{b}_{\vec{k}+q}^+ \hat{a}_{\vec{k}} \hat{b}_q, \quad (9)$$

$$H_{int} = \sum_{\vec{k}} \gamma(\vec{k}) \sin \omega t \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}}, \quad (10)$$

$$H = H_0 + H_{int}.$$

Здесь $\hat{a}_{\vec{k}}^+$, $\hat{a}_{\vec{k}}$, $\hat{b}_q^+$, $\hat{b}_q$ — соответственно операторы рождения и уничтожения примесонов с импульсом $\vec{k}$ и фононов с импульсом q . $\varepsilon(\vec{k}) = \Delta \cos ka$ — энергия примесонов, a — постоянная решетки, $\hbar \omega_q$ — энергия фононов, U_q — матричный элемент примесон-фононного взаимодействия.

Преобразуем гамильтониан с помощью унитарного преобразования

$$U = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int^t H_{int} dt \right\} \quad (11)$$

с учетом условия $\Delta \ll \hbar \omega$, к виду:

$$H = \sum_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} + \sum_q \hbar \omega_q \hat{b}_q^+ \hat{b}_q + \sum_{\vec{k}, q} U_q J_0 \left(\frac{\gamma(\vec{k}+q) - \gamma(\vec{k})}{\hbar \omega} \right) \hat{a}_{\vec{k}+q}^+ \times \hat{a}_{\vec{k}} \hat{b}_q \quad (12)$$

где $J_0(p)$ — функция Бесселя.

Таким образом, матричный элемент примесон-фононного взаимодействия

$$U_q^* = U_q J_0 \left[\frac{\gamma(\vec{k}+q) - \gamma(\vec{k})}{\hbar \omega} \right]$$

следовательно и константа взаимодействия

$$g^* = g J_0 \left[\frac{\gamma(k_F) - \gamma(-k_F)}{\hbar \omega} \right]$$

(где g — константа взаимодействия в отсутствии поля F , k_F — ферми-вский импульс) обращаются в нуль в нулях функции Бесселя $J_0(p)$.

Следовательно, величина щели соответствующий гамильтониану (12) (см., например, (8)):

$$\delta \sim \Delta e^{-1/g^2} \quad (13)$$

критическая температура перехода примесонов в сверхтекучее состояние:

$$T_c \sim \delta/\pi \quad (14)$$

будут осциллировать, обращаясь в нуль в нулях $J_0(p)$.

Это может быть интерпретировано как следствие возникновения дополнительного периода $\pi/2k_F$ (из (4-7)). Гармонические колебания примесонов приводят к тому, что действие дополнительного периодического потенциала на последней усредняется на периоде колебаний.

Когда амплитуда колебаний равна $\pi/2k_F$, усредненный потенциал обращается в нуль, возникают осцилляции.

Ереванский государственный университет

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Պինդ լուծույթը արտաքին դաշտում

Դիտարկված է արտաքին պարբերական ուժային դաշտի ազդեցությունը պինդ լուծույթում պրիմեսոնները բնութագրող հիմնական մեծությունների վրա:

Եթե պրիմեսոնների արագությունը փոքր է կրիտիկականից, ապա հնարավոր է լրացուցիչ պարբերության առաջացումը: Այդ երևույթը բերում է զերհոսելի վիճակի անցման ջերմաստիճանի օսցիլյացիաներին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Ф. Андреев, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 56, 2057 (1969). ² А. Ф. Андреев, УФН, 118, 251 (1976). ³ И. М. Лифшиц, Г. А. Варданян, ДАН Арм. ССР, т. LVIII, № 2 (1974). ⁴ Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иванцов, Э. Я. Рудавский, Д. Г. Саникадзе, И. А. Сербин, Растворы квантовых жидкостей, М., 1973. ⁵ А. Э. Мейерович, ЖЭТФ, 69, 1325 (1975). ⁶ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1956. ⁷ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1973. ⁸ И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., 1972.