ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXII 1976 4

УДК 621.315.592—416 : 537

ФИЗИКА

Г. М. Арутюнян, Х. В. Неркарарян

Многофотонный эффект Штарка в размерно-квантованном полупроводнике

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 3/I 1976)

Известно, что воздействие интенсивной электромагнитной волны на полупроводники в условиях насыщения в поглощении приводит к появлению дополнительной щели в спектре квазичастиц ([1]). Этот эффект имеет ряд специфических черт, когда электронный газ обладает квазидискретным спектром ([2,3]).

В последнее время к такого рода физической ситуации ([1]) привлечено внимание в связи с возможностью реализации в ней механизма высокотемпературной сверхпроводимости ([4]). Недавно появились работы ([5,6]), в которых рассматривалось влияние ускорения свободных носителей лазерным световым полем на электронный спектр полупроводника.

В настоящей работе, в рамках двухзонной модели, рассмотрено влияние внутризонного движения электронов и дырок полем волны на перестройку волновых функций и энергетического спектра полупроводника при наличии квантового размерного эффекта (КРЭ). Рассмотрение, как и в ([2]), ведется в модели пленки, описываемой потенциалом с бесконечно высокими стенками. Волновые функции и энергетический спектр электронов с учетом зонной структуры и КРЭ запишутся в виде («v»—валентная зона, «c»—зона проводимости)

$$\left.\begin{aligned}
\psi^{v}_{\vec{p}_\rho, n} &= u^{v}_{\vec{p}_\rho}(\vec{\rho})\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}_\rho \vec{\rho}}\, \chi_n(z), \qquad \chi_n = \left(\frac{2}{d}\right)^{1/2} \sin\frac{\pi n}{d} z \\
\psi^{c}_{\vec{p}_\rho, m} &= u^{c}_{\vec{p}_\rho}(\vec{\rho})\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}_\rho \vec{\rho}}\, \chi_m(z), \qquad \chi_m = \left(\frac{2}{d}\right)^{1/2} \sin\frac{\pi m}{d} z
\end{aligned}\right| \tag{1}$$

$$(m, n = 1,\ 2,\ 3\ \ldots)$$

$$\left.\begin{aligned} E^{v}_{\vec{p}_\rho,n} &= -\frac{\Delta(d)}{2} - \frac{\vec{p}^2_\rho}{2m^*}, \\ E^{c}_{\vec{p}_\rho,m} &= \frac{\Delta(d)}{2} + \frac{\vec{p}^2_\rho}{2m^*} \end{aligned} \quad \Delta(d) = \Delta + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m^* d^2}(m^2+n^2) \right\} \tag{2}$$

Далее будем опускать индекс ρ у p_ρ. Здесь $u^{c,v}_{\vec{p}}$ — модулирующие блоховские функции, d — толщина пленки, Δ — ширина запрещенной зоны без учета КРЭ и для простоты выкладок массы носителей заряда выбраны одинаковыми — $m_c = m_v = m^*$.

Пусть полупроводящая пленка облучается мощной электромагнитной волной, распространяющейся по оси z, описываемой вектор-потенциалом

$$\vec{A}_{\vec{\rho}} = \vec{A}^0_{\vec{\rho}} \cos(\Omega t - sz). \tag{3}$$

Здесь s — волновой вектор фотона, которым в случае КРЭ нельзя пренебречь, т. к. одноэлектронные волновые функции χ_n и χ_m не соответствуют состоянию с определенным импульсом, а соответствующие волновые числа $\frac{\pi n}{d}$ и $\frac{\pi m}{d}$, приближенно характеризующие электронные состояния, могут быть порядка самого s.

С учетом (3) гамильтониан системы в поле излучения запишется в виде

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*}\left(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A}_\rho\right)^2 = \hat{H}_0 + \frac{ieh(\vec{E}^0_\rho \cdot \vec{\nabla}_\rho)}{m^*\Omega}\cos(\Omega t - sz) +$$
$$+ \frac{e^2\left|\vec{E}^0_{\vec{\rho}}\right|^2}{2m^*\Omega^2}\cos^2(\Omega t - sz), \tag{4}$$

где $\hat{H}_0 = \hat{\vec{p}}^2/2m^*$ — гамильтониан невозмущенной пленочной системы, $\vec{E}^0_\rho$ — амплитуда напряженности электрического вектора в волне. По определению

$$H_0\varphi^v_{\vec{p},n} = E^v_{\vec{p},n}\varphi^v_{\vec{p},n}, \qquad H_0\varphi^c_{\vec{p},m} = E^c_{\vec{p},m}\varphi^c_{\vec{p},m} \tag{5}$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \tag{6}$$

будем искать в следующем виде:

$$\Psi = a(t)\varphi^v_{\vec{p},n}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E^v_{\vec{p},n}t\right) + b(t)\varphi^c_{\vec{p},m}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E^c_{\vec{p},m}t\right). \tag{7}$$

Подставляя (7) в (6) и воспользовавшись (5) имеем

$$\left.\begin{aligned} i\hbar\frac{da(t)}{dt} &= (V_{nn}-Y_{nn}-\Delta_0)a(t)-V_{nm}b(t)\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\left(E^c_{\vec{p},m}-E^v_{\vec{p},n}\right)t\right] \\ i\hbar\frac{db(t)}{dt} &= (-V_{mm}+Y_{mm}+\Delta_0)b(t)-\overset{*}{V}_{nm}a(t)\exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(E^c_{\vec{p},m}-E^v_{\vec{p},n}\right)t\right] \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где матричные элементы межзонных и внутризонных оптических переходов есть:

$$V_{nm}=W_{nm}\cos\Omega t+U_{nm}\sin\Omega t=$$

$$=\frac{e(\vec{E}^0_p\cdot\vec{v}_{cv})\cdot 4\pi^2 mnsd[(-1)^{m+n}\sin sd\cos\Omega t+[1-(-1)^{m+n}\cos sd]\sin\Omega t]}{\Omega[\pi^2(n+m)^2-s^2d^2][\pi^2(n-m)^2-s^2d^2]}, \tag{9}$$

$$V_{nn}=W_{nn}\cos\Omega t+U_{nn}\sin\Omega t=$$

$$=\frac{e(\vec{E}^0_p\cdot\vec{v}_{vv})4\pi^2n^2[\sin sd\cos\Omega t-(1-\cos sd)\sin\Omega t]}{\Omega sd(s^2d^2-4\pi^2n^2)}, \tag{10}$$

$$Y_{nn}=A_{nn}\cos 2\Omega t+B_{nn}\sin 2\Omega t=$$

$$=\frac{\Delta_0\pi^2n^2[\sin 2sd\cos 2\Omega t-(1-\cos 2sd)\sin 2\Omega t]}{2sd(\pi^2n^2-s^2d^2)}, \tag{11}$$

$$\Delta_0=\frac{e^2|\vec{E}^0_p|^2}{4m^*\Omega^2}. \tag{12}$$

Выражение V_{mm} получается из (10) заменой индексов $(n\to m)$ и („v“ → „c“), а Y_{mm} из (11) заменой $(n\to m)$. Заметим, что $V_{nm}=\overset{*}{V}_{mn}$. Через $\vec{v}_{vv}$ и $\vec{v}_{cc}$ мы обозначаем скорости „v“ и „c“—электронов; $\overset{*}{\vec{v}}_{cv}=\vec{v}_{vc}$—недиагональный по индексам зон матричный элемент оператора скорости [2].

Перейдем от амплитуд $a(t)$ и $b(t)$ к $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ с помощью преобразований

$$a(t)=\alpha(t)\exp\frac{i}{\hbar}\left(-\frac{W_{nn}}{\Omega}\sin\Omega t+\frac{U_{nn}}{\Omega}\cos\Omega t+\frac{A_{nn}}{2\Omega}\sin 2\Omega t-\frac{B_{nn}}{2\Omega}\cos 2\Omega t+\Delta_0 t\right)$$

$$b(t)=\beta(t)\exp\frac{i}{\hbar}\left(+\frac{W_{mm}}{\Omega}\sin\Omega t-\frac{U_{mm}}{\Omega}\cos\Omega t-\frac{A_{mm}}{2\Omega}\sin 2\Omega t+\frac{B_{mm}}{2\Omega}\cos 2\Omega t-\Delta_0 t\right) \tag{13}$$

Тогда система (8) перепишется в виде

$$i\frac{d\alpha(t)}{dt}=-F_{nm}\exp(-i2\varepsilon t)\beta(t),$$

$$i\frac{d\beta(t)}{dt}=-\bar{F}_{nm}\exp(i2\varepsilon t)\alpha(t), \tag{14}$$

где введено следующее обозначение:

$$2\hbar F_{nm}=(W_{nm}-iU_{nm})\sum_{l,k,k'=-\infty}^{\infty} i^{3l+k'}J_{-l+N-1+2(k'-k)}(Z_1)J_l(Z_2)J_k(\mu_1)J_{k'}(\mu_2)+$$

$$+(W_{nm}+iU_{nm})\sum_{l,k,k'=-\infty}^{\infty} i^{3l+k'}J_{-l+N+1+2(k'-k)}(Z_1)J_l(Z_2)J_k(\mu_1)J_{k'}(\mu_2). \tag{15}$$

В выражении (15) под знаком суммы стоят произведения функций Бесселя целого индекса, аргументы которых есть

$$Z_1=\frac{W_{mm}+W_{nn}}{\hbar\Omega},\quad Z_2=\frac{U_{mm}+U_{nn}}{\hbar\Omega},\quad \mu_1=\frac{A_{mm}+A_{nn}}{2\hbar\Omega},$$

$$\mu_2=\frac{B_{mm}+B_{nn}}{2\hbar\Omega}. \tag{15'}$$

При получении системы (14) воспользовались условием резонанса

$$2\Delta_0+E^c_{\vec{p},m}-E^v_{\vec{p},n}-N\hbar\Omega=\hbar\varepsilon,\quad |\varepsilon|/\Omega\ll 1 \tag{16}$$

Система (14) допускает экспоненциальное решение со следующими значениями λ

$$\lambda_{1,2}=\varepsilon(-1\mp\sqrt{1+\xi}),\quad \xi=\frac{|F_{nm}|^2}{\varepsilon^2}. \tag{17}$$

При выключении поля $-E^0_{\vec{p}}\to 0$ или, что то же $(\xi\to 0)$, $\lambda_1\to-\hbar\varepsilon$, а $\lambda_2\to 0$, поэтому λ_1 соответствует „сдвигу" пленочного уровня в „v"—зоне, а λ_2 в „c"—зоне.

При $\lambda=\lambda_{1,2}$ из (14) следует

$$\Psi^v_{\vec{p},n}=\Bigg[\alpha_0\sum_{l'=-\infty}^{\infty}c'_{l'}e^{il'\Omega t}\varphi^v_{\vec{p},n}e^{-\frac{i}{\hbar}(E^v_{\vec{p},n}+2\hbar\varepsilon-\Delta_0)t}+$$

$$+\beta_0\sum_{l'=-\infty}^{\infty}c^*_{l'}e^{il'\Omega t}\varphi^c_{\vec{p},m}e^{-\frac{i}{\hbar}(E^c_{\vec{p},m}+\Delta_0)t}\Bigg]e^{-i\lambda_1 t}$$

$$\Psi^c_{\vec{p},m}=\Bigg[\beta_0\sum_{l'=-\infty}^{\infty}c'_{e}e^{il'\Omega t}\varphi^v_{\vec{p},n}e^{-\frac{i}{\hbar}(E^v_{\vec{p},n}+2\hbar\varepsilon-\Delta_0)t}+$$

$$+\alpha_0\sum_{l'=-\infty}^{\infty}c^*_{l'}e^{il'\Omega t}\varphi^c_{\vec{p},m}e^{-\frac{i}{\hbar}(E^c_{\vec{p},m}+\Delta_0)t}\Bigg]e^{-i\lambda_2 t}, \tag{18}$$

где значения

$$\alpha_0=\left(\frac{\sqrt{1+\xi}+1}{2\sqrt{1+\xi}}\right)^{1/2}, \quad \beta_0=\left(\frac{\sqrt{1+\xi}-1}{2\sqrt{1+\xi}}\right)^{1/2} \tag{19}$$

определены из условия нормировки волновых функций. Коэффициенты $c^+_{l'}$ и $c^-_{l'}$ из (18) определяются следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} c^+_{l'} &= \sum_{l,k,k'} i^{3k'+l} J_{l-l'+2(k+k')}(x_1)\, J_l(x_2)\, J_k(y_1)\, J_{k'}(y_2) \\ x_1 &= \frac{W_{nn}}{\hbar\Omega}, \quad x_2=\frac{U_{nn}}{\hbar\Omega}, \quad y_1=\frac{A_{nn}}{2\hbar\Omega}, \quad y_2=\frac{B_{nn}}{2\hbar\Omega} \end{aligned}\right| \tag{20'}$$

$$\left.\begin{aligned} c^-_{l'} &= \sum_{l,k,k'} i^{3l+k'} J_{l'-l-2(k'-k)}(x_3)\, J_l(x_4)\, J_k(y_3)\, J_{k'}(y_4) \\ x_3 &= \frac{W_{mm}}{\hbar\Omega}, \quad x_4=\frac{U_{mm}}{\hbar\Omega}, \quad y_3=\frac{A_{mm}}{2\hbar\Omega}, \quad y_4=\frac{B_{mm}}{2\hbar\Omega} \end{aligned}\right| \tag{20''}$$

Нетрудно убедиться, что волновые функции (18) ортонормированы; переходят в соответствующие выражения (15) работы [2] при $x_j = y_j = 0$ $(j=1, 2, 3, 4)$, а при выключении поля $(\xi\to 0)$ принимают свои невозмущенные значения (1).

С учетом внешнего поля спектр возбуждений запишется в виде

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon^v_{\vec{p},n} &= -\Delta_0-\frac{\Delta(d)}{2}-\frac{p_0^2}{2m^*}\mp\begin{cases}\sqrt{\left(\dfrac{p^2-p_0^2}{2m^*}\right)^2+\hbar^2|F_{nm}|^2}, & p>p_0\\ \sqrt{\left(\dfrac{p_0^2-p^2}{2m^*}\right)^2+\hbar^2|F_{nm}|^2}, & p<p_0\end{cases} \\ \varepsilon^c_{\vec{p},m} &= \Delta_0+\frac{\Delta(d)}{2}+\frac{p_0^2}{2m^*}\pm\begin{cases}\sqrt{\left(\dfrac{p^2-p_0^2}{2m^*}\right)^2+\hbar^2|F_{nm}|^2}, & p>p_0\\ \sqrt{\left(\dfrac{p_0^2-p^2}{2m^*}\right)^2+\hbar^2|F_{nm}|^2}, & p<p_0\end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

где резонансный импульс p_0 определяется условием

$$p_0=\sqrt{m^*|N\hbar\Omega-\Delta(d)-2\Delta_0|} \tag{22}$$

Из (21) следует, что поле световой волны достаточной мощности, в условиях насыщения в поглощении приводит в размерно-квантованном спектре к новым стационарным состояниям с характерной щелью $2\hbar|F_{nm}|$ (15), вблизи резонансного импульса p_0, которая сложным образом зависит от амплитуды поля волны, размера квантования, номеров пленочных подуровней и от углов.

Условием существования щели является $\tau^{-1}\ll|F_{nm}|\ll\Omega$ (где τ — минимальное время релаксации частиц). При $Z_{1,2}$, $\mu_{1,2}\to 0$ резонанс возникает только при $N=1$ и (15) переходит в известный результат щели — $\hbar|\alpha_{\vec{p}}|$ работы [2] ($\hbar|\alpha_{\vec{p}}|\sim 10^{-2}-10^{-3}$ эв.).

Когда $\mu_{1,2}\ll 1$ (это соответствует пренебрежению в гамильтониане (4) третьим членом) выражение (15) упрощается

$$2\hbar F_{nm}=\left(W_{nm}-iU_{nm}\right)\sum_{l=-\infty}^{\infty} i^{3l}J_{N-l-1}(z_1)J_l(z_2)+$$

$$\left(W_{nm}+iU_{nm}\right)\sum_{l=-\infty}^{\infty} i^{3l}J_{N-l+1}(z_1)J_l(z_2). \qquad (23)$$

При $z_1 \ll z_2 < 1$ в (23) ограничиваясь первыми членами разложения бесселевых функций по степеням аргумента при $N=1$, в z_1^2 — —приближении получим

$$|F_{nm}|=|\alpha_{\vec{p}}|\left(1-\frac{3}{4}z_1^2+\frac{3}{16}z_1^4\right)^{1/2}, \qquad z_1<1 \qquad (24)$$

То есть учет внутризонного движения приводит к ограничению величины щели, рассмотренной в [2]. Одновременно с этим появляется возможность многофотонного резонанса ($N>1$). Соответственно, волна индуцирует уже не одну, а целую серию запрещенных щелей в размерно-квантованных зонах. При N—фотонном резонансе ширина щели будет пропорциональна $h|\alpha_{\vec{p}}|z_1^{N-1}\sim|\vec{E}^0_{\vec{p}}|^N$.

Представляется интересным случай $\mu_{1,2} \gg z_{1,2}$ (это соответствует пренебрежению в гамильтониане вторым членом в сравнении с третьим). В этом случае при дополнительном условии $\mu_2 \ll \mu_1$, возможна ситуация немонотонного изменения ширины щели с изменением числа фотонов — N.

Ереванский государственный университет

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Խ. Վ. ՆԵՐԿԱՐԱՐՅԱՆ

Բազմաֆոտոն Շտարկ-էֆեկտը չափային քվանտացված կիսահաղորդչում

Չափային քվանտացված կիսահաղորդչում դիտարկված են լուսային ալիքով պայմանավորված էլեկտրոնների (խոռոչների) մեջզոնային շարժման ներդրումը միջզոնային անցումներում։ Երկզոնային մոդելի սահմաններում որոշված են էլեկտրոնի էներգետիկ սպեկտրը և ճշգրիտ ալիքային ֆունկցիաները բազմաֆոտոնային ռեզոնանսների տիրույթներում։ Ցույց է տրված, որ բազմաֆոտոն պրոցեսները սահմանափակում են թաղանթային ենթամակարդակների միաֆոտոն պրոցեսով պայմանավորված ճեղքի մեծությունը։ Պարզվում է, որ հզոր լուսային ալիքը բազմաֆոտոնային ռեզոնանսների տիրույթներում առաջացնում է ճեղքերի շարք։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. М. Галицкий, С. П. Гореславский, В. Ф. Елесин*, ЖЭТФ, 57, 207 (1969). [2] *Г. М. Арутюнян*, ФТП, 7, 600, (1973). [3] *Г. М. Арутюнян*, «Радиотехника и электроника», № 5, 1061 (1974). [4] *В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, Р. Х. Тимеров*, ЖЭТФ, 65, 2343 (1973). [5] *Ю. И. Билкарей, Э. М. Эпштейн*, ФТТ, 17 2312 (1975). [6] *В. Д. Блажин*, ФТТ, 17, 2325 (1975).