

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Топонин, А. Ф. Минасян

Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 9/IX 1975)

Исследованию плоской смешанной задачи теории упругости для плоскости и полуплоскости с разрезом посвящено много работ, о которых подробно изложено в обзорном докладе Н. Снеддона (¹). Симметричные контактные и смешанные задачи для полуплоскости с вертикальными конечными и бесконечными разрезами рассматривались в работах (²⁻⁷) и др.

В настоящей статье рассматривается контактная задача плоской теории упругости для изотропной полуплоскости, ослабленной прямолинейным разрезом, выходящим на границу полуплоскости перпендикулярно к ней. На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с произвольным основанием, расположенный не симметрично относительно разреза. После решения задачи при принятых допущениях устраняются особенности напряжений и получаются уравнения определяющие глубины разреза и зоны контакта.

Рассмотрим плоскую несимметричную задачу для упругой изотропной полуплоскости, разрезанной вдоль вертикальной оси, начиная от горизонтальной границы, на конечную длину a . На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной формы, расположенный несимметрично относительно оси разреза. Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что граница полуплоскости вне штампа и разрез свободен от внешних усилий. На вертикальной оси вне разреза заданы условия полного контакта (рис. 1). Поставленная задача сводится к определению одной бигармонической функции. Полагая, что эта функция в области правого квадранта принимает значение $\Phi_1(x; y)$, а в области левого квадранта $\Phi_2(x; y)$.

Ищем функции $\Phi_l(x; y)$ ($l = 1, 2$) в виде

$$\Phi_l(x, y) = \int_0^{\infty} [A_1(\alpha) + \alpha x B_1(\alpha)] e^{-\alpha y} \cos(\alpha y) d\alpha + \int_0^{\infty} [C_1(\beta) +$$

$$+ \beta y D_1(\beta) | e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta. \quad (1)$$

$$0 < x < \infty; \quad 0 < y < \infty$$

$$\Phi_2(x; y) = \int_0^{\infty} [A_2(\alpha) - \alpha x B_2(\alpha)] e^{-\alpha y} \cos(\alpha x) d\alpha + \int_0^{\infty} [C_2(\beta) + \beta y D_2(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta$$

$$-\infty < x < 0 \quad 0 < y < \infty$$

Здесь $A_i(\alpha)$, $B_i(\alpha)$, $C_i(\beta)$, $D_i(\beta)$, ($i = 1, 2$) неизвестные функции, подлежащие определению из граничных условий и условий контакта.

Напряжения и перемещения выражаются через функцию напряжений $\Phi_i(x; y)$ ($i = 1, 2$) по известным соотношениям ⁽⁸⁾

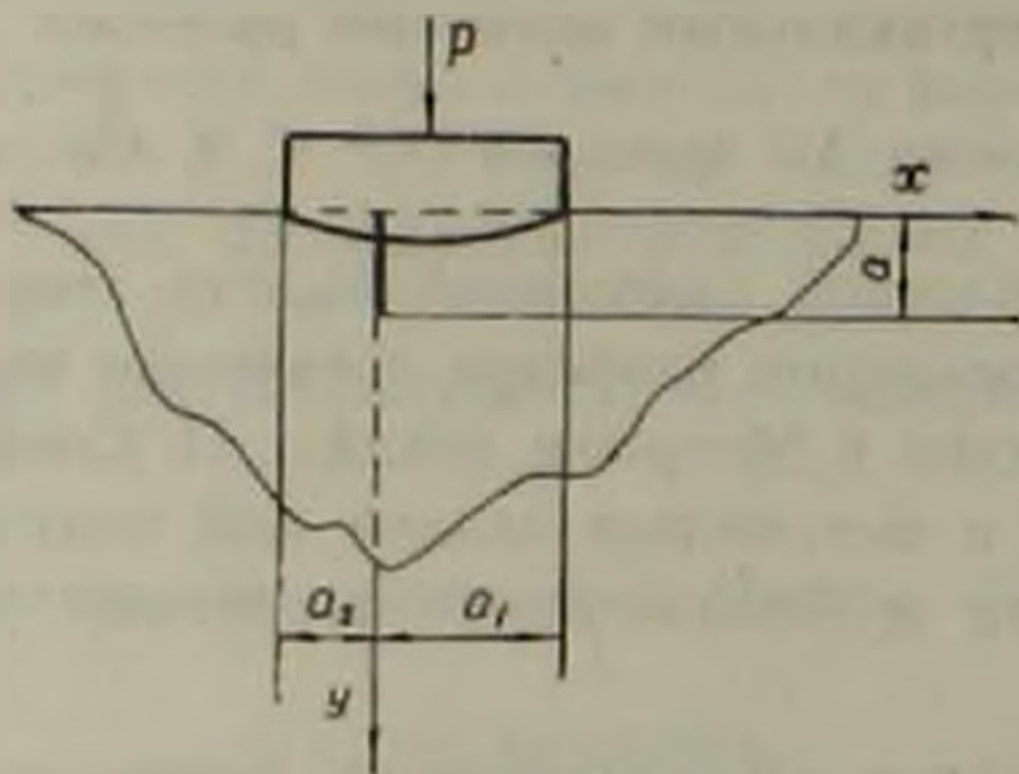


Рис. 1

Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид:

$$v_1(x; 0) = f_1(x) \quad 0 < x \leq a_1 \quad v_2(x; 0) = f_2(x) \quad -a_2 \leq x < 0$$

$$\sigma_y^{(1)}(x; 0) = 0 \quad a_1 < x < \infty \quad \sigma_y^{(2)}(x; 0) = 0 \quad -\infty < x < -a_2 \quad (2)$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(x; 0) = 0 \quad 0 < x < \infty \quad \tau_{xy}^{(2)}(x; 0) = 0 \quad -\infty < x < 0$$

$$\sigma_x^{(1)}(0; y) = 0 \quad 0 < y < a \quad \sigma_x^{(2)}(0; y) = 0 \quad 0 < y < a$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(0; y) = 0 \quad 0 < y < a \quad \tau_{xy}^{(2)}(0; y) = 0 \quad 0 < y < a \quad (3)$$

$$\sigma_x^{(1)}(0; y) = \sigma_x^{(2)}(0; y) \quad u_1(0; y) = u_2(0; y)$$

$$a < y < \infty \quad a \leq y < \infty \quad (4)$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(0; y) = \tau_{xy}^{(2)}(0; y) \quad v_1(0; y) = v_2(0; y)$$

Удовлетворяя условиям (2), (3) и (4), получаем:

$$C_1(\beta) = D_1(\beta); \quad C_2(\beta) = D_2(\beta); \quad A_1(\alpha) = A_2(\alpha) \quad (5)$$

$$B_2(\alpha) = 2A_1(\alpha) - B_1(\alpha) - \frac{4}{\pi a} \int_0^{\infty} \frac{\beta^4}{(\alpha^2 + \beta^2)^3} D_1(\beta) d\beta + \frac{4}{\pi a} \int_0^{\infty} \frac{\beta^4}{(\alpha^2 + \beta^2)^3} D_2(\beta) d\beta \quad (6)$$

$$\int_0^{\infty} \beta D_1(\beta) \sin(\beta x) d\beta = \frac{E}{2} f_1(x) \quad 0 < x < a_1 \quad (7)$$

$$\int_0^{\infty} \beta^2 D_1(\beta) \sin(\beta x) d\beta = \int_0^{\infty} x^2 |A_1(z) - 2B_1(z) + 2xB_1(z)| e^{-zx} dz \quad a_1 < x < \infty$$

$$\int_0^{\infty} \beta D_2(\beta) \sin(\beta x) d\beta = \frac{E}{2} f_2(x) \quad -a_2 < x < 0 \quad (8)$$

$$\int_0^{\infty} \beta^2 D_2(\beta) \sin(\beta x) d\beta = \int_0^{\infty} x^2 |A_1(z) - 2B_1(z) - 2xB_1(z)| e^{zx} dz \quad -\infty < x < -a_2$$

$$\int_0^{\infty} x^2 A_1(x) \cos(xy) dx = 0 \quad 0 < y < a \quad (9)$$

$$\int_0^{\infty} x A_1(x) \cos(xy) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \beta^2 y e^{-\beta y} D_1(\beta) d\beta + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (y-1+y\beta y) e^{-\beta y} \beta D_2(\beta) d\beta$$

$$a < y < \infty$$

$$\int_0^{\infty} x^2 |A_1(x) - B_1(x)| \sin(xy) dx = \int_0^{\infty} \beta^2 y e^{-\beta y} D_1(\beta) d\beta \quad 0 < y < a \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} x |A_1(x) - B_1(x)| \sin(xy) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \beta^4 \int_0^{\infty} \frac{\sin(xy) dx}{(x^2 + \beta^2)^2} D_1(\beta) d\beta -$$

$$- \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \beta^4 \int_0^{\infty} \frac{\sin(xy) dx}{(x^2 + \beta^2)^2} D_2(\beta) d\beta \quad a < y < \infty$$

Используя результаты работ (3.9), из (7), (8) и (9) для функций $D_1(\beta)$; $D_2(\beta)$ и $A_1(x)$ получаем

$$\beta D_1(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^{a_1} \Psi_1(t) J_0(\beta t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{a_1}^{\infty} F_1(t) J_0(\beta t) dt, \quad (11)$$

$$\beta D_2(\beta) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{a_2} \Psi_2(\tau) J_0(\beta \tau) d\tau - \frac{2}{\pi} \int_{a_2}^{\infty} F_2(\tau) J_0(\beta \tau) d\tau, \quad (12)$$

$$x A_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_a^{\infty} r \varphi_1(r) J_0(xr) dr, \quad (13)$$

$$\Psi_1(t) = \frac{d}{dt} \frac{E}{2} \int_0^t \frac{x f_1(x) dx}{\sqrt{t^2 - x^2}}, \quad (14)$$

$$F_1(t) = t \int_0^{\infty} x^2 A_1(x) K_0(xt) dx - 2t \int_0^{\infty} x^2 B_1(x) K_0(xt) dx + t^2 \int_0^{\infty} x^2 B_1(x) K_1(xt) dx \quad (15)$$

$$\Psi_2(z) = \frac{d}{dz} \frac{E}{2} \int_0^z \frac{x f_2(-x) dx}{\sqrt{z^2 - x^2}}, \quad (16)$$

$$F_2(z) = z \int_0^z x^2 A_1(x) K_0(xz) dx - 2z \int_0^z x^2 B_1(x) K_0(xz) dx + z^2 \int_0^z x^2 B_2(x) K_1(xz) dx, \quad (17)$$

$$\varphi_2(r) = \int_0^a (\beta^2 r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r)) \beta D_1(\beta) d\beta + \int_0^{\infty} (\sqrt{\beta^2} r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r)) \beta D_2(\beta) d\beta, \quad (18)$$

$K_l(\alpha r)$ — функция Макдональда;

$J_l(\beta r)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

Для решения „парного“ интегрального уравнения (10), умножив первое из (10) на $y(r^2 - y^2)^{-1/2} dy$, проинтегрируем по y от 0 до r . Умножив второе из (10) на $(y^2 - r^2)^{-1/2} dy$, проинтегрируем по y от r до бесконечности, потом дифференцируя по r , получаем:

$$\int_0^a a |A_1(\alpha) - B_1(\alpha)| \alpha r J_1(\alpha r) d\alpha = r \varphi(r), \quad 0 < r < a \quad (19)$$

$$\int_0^{\infty} \alpha |A_1(\alpha) - B_1(\alpha)| \alpha r J_1(\alpha r) d\alpha = \frac{2}{\pi} r \omega(r), \quad a < r < \infty$$

$$\text{где } \varphi(r) = \int_0^a \beta |L_1(\beta r) - I_1(\beta r) + \beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r)| \beta D_1(\beta) d\beta \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \omega(r) = & \frac{\pi}{4} \int_0^{\infty} \beta^2 \left[(L_1(\beta r) + \frac{2}{\pi} - I_1(\beta r)) + (\beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r) - \frac{2}{\pi}) \right] D_1(\beta) d\beta - \\ & - \frac{\pi}{4} \int_0^{\infty} \beta^2 \left[(L_1(\beta r) + \frac{2}{\pi} - I_1(\beta r)) + (\beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r) - \frac{2}{\pi}) \right] D_2(\beta) d\beta. \end{aligned} \quad (21)$$

$L(x)$ — функции Струве (10).

Используя формулу обращения для преобразования Хенкеля и значения известных интегралов (10), из (19) получаем:

$$z |A_1(\alpha) - B_1(\alpha)| = \int_0^a r \varphi(r) J_1(\alpha r) dr + \frac{2}{\pi} \int_a^{\infty} r \omega(r) J_1(\alpha r) dr \quad (22)$$

Учитывая (13) из (22) имеем:

$${}_2B_1(z) = \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r \varphi_2(r) J_0(zr) dr - \int_0^a r \varphi(r) J_1(zr) dr - \frac{2}{\pi} \int_a^\infty r \omega(r) J_1(az) dr. \quad (23)$$

Подставляя значения ${}_2A_1(z)$, ${}_2B_1(z)$ по формулам (13), (23) в (6), получаем:

$${}_2B_2(z) = \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r \varphi_2(r) J_0(zr) dr + \int_0^a r \varphi(r) J_1(zr) dr + \frac{2}{\pi} \int_a^\infty r \omega(r) J_1(az) dr - \\ - \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \frac{\beta^4}{(z^2 + \beta^2)^2} D_1(\beta) d\beta + \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \frac{\beta^4}{(z^2 + \beta^2)^2} D_2(\beta) d\beta. \quad (24)$$

Подставляя значения функций ${}_2A_1(z)$, ${}_2B_1(z)$, ${}_2B_2(z)$ по формулам (13), (23), (24), в (15) и (17), и учитывая формулы (11) и (12) для определения $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ получаем систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода:

$$F_1(z) = \Omega_1(z) + \int_{a_1}^\infty K_1(z; t) F_1(t) dt + \int_{a_1}^\infty K_2(z; \tau) F_2(\tau) d\tau, \quad (25)$$

$$F_2(z) = \Omega_2(z) + \int_{a_1}^\infty K_3(z; t) F_1(t) dt + \int_{a_1}^\infty K_4(z; \tau) F_2(\tau) d\tau,$$

где

$$\Omega_1(z) = \int_0^{a_1} \Psi_1(t) dt \left[\frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr - \frac{2}{\pi} \int_0^a r dr \int_0^\infty z^2 z^3 K_1(az) - \right. \\ \left. - 2z {}_2K_0(az) J_1(zr) dz \int_0^\infty \omega_1(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta - \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty z^2 z^3 K_1(az) - \right. \\ \left. 2z {}_2K_0(az) J_1(zr) dz \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta \right] + \int_0^{a_1} \Psi_2(\tau) d\tau \left[\frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty \left(\frac{1}{r^2 + \tau^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \frac{r^2}{(r + \tau^2)^2} \right) \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr - \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty (z^2 z^3 K_1(az) - \right. \\ \left. - 2z {}_2K_0(az) J_1(zr) dz \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta \tau) d\beta \right].$$

$$\begin{aligned}
\Omega_2(z) = & \int_0^{a_1} \Psi_1(t) dt \left[\frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr + \frac{2}{\pi} \int_0^a r dr \int_0^\infty (\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - \right. \\
& - 2\alpha z K_0(\alpha z)) J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta + \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty (\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - \\
& - 2\alpha z K_0(\alpha z)) J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta - \frac{4}{\pi} \int_0^\infty (K_0(\alpha t) - \frac{\alpha t}{2} K_1(\alpha t)) (\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - \\
& - 2\alpha z K_0(\alpha z)) d\alpha \left. \right] + \int_0^{a_1} \Psi_2(\tau) d\tau \left[\frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty r \left(\frac{1}{r^2 + \tau^2} - 2\nu \frac{r^2}{(r^2 + \tau^2)^2} \right) \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr + \right. \\
& + \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty (\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z)) J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta - \\
& - \frac{4}{\pi} \int_0^\infty (K_0(\alpha \tau) - \frac{\alpha \tau}{2} K_1(\alpha \tau)) (\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z)) d\alpha \left. \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_1(z; t) = & \frac{2}{\pi^2} \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} \frac{z(z^2 - r^2)}{(r^2 + z^2)^2} dr - \\
& - \frac{2}{\pi} \int_0^a r dr \int_0^\infty \left| \alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right| J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_1(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta - \\
& - \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left| \alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right| J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_2(z; \tau) = & \frac{2}{\pi^2} \int_a^\infty r \left[\frac{1}{r^2 + \tau^2} - 2\nu \frac{r^2}{(r^2 + \tau^2)^2} \right] \frac{z(z^2 - r^2)}{(r^2 + z^2)^2} dr - \\
& - \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left| \alpha^2 r^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right| J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta \tau) d\beta,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_3(z, t) = & \frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr + \\
& + \frac{2}{\pi} \int_0^a r dr \int_0^\infty \left| \alpha^2 t^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right| J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_1(\beta; r) J_0(\beta t) d\beta +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left[z^2 z^2 K_1(zz) - 2az K_0(az) \right] J_1(ar) da \int_0^\infty \omega_2(\beta, t) J_0(\beta t) d\beta -$$

$$- \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \left[K_0(at) - \frac{at}{2} K_1(at) \right] \left[a^2 z^2 K_1(az) - 2az K_0(az) \right] dz,$$

$$K_4(z, \tau) = \frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty r \left[\frac{1}{r^2 + \tau^2} - 2 \frac{r^2}{(r^2 + \tau^2)^2} \right] \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left[a^2 z^2 K_1(az) - 2az K_0(az) \right] J_1(ar) da \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta \tau) d\beta -$$

$$- \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \left[K_0(a\tau) - \frac{a\tau}{2} K_1(a\tau) \right] \left[a^2 z^2 K_1(az) - 2az K_0(az) \right] dz.$$

Систему (25) можно решить методом последовательных приближений, так как доказывается, что

$$\int_0^\infty |K_1(z; t)| dz + \int_0^\infty |K_2(z; \tau)| dz < 1,$$

$$\int_0^\infty |K_3(z; t)| dz + \int_0^\infty |K_4(z; \tau)| dz < 1,$$

а функции $\Omega_1(z)$ и $\Omega_2(z)$ ограничены сверху и стремятся к нулю, когда $z \rightarrow \infty$. Решая систему (25), получаем выражение функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$. Далее по формулам (11), (12), (13), (23) и (24) последовательно можно определить все искомые функции.

Напряжения и перемещения по известным формулам определены в любой точке полуплоскости.

Нормальные напряжения $\sigma_y^{(1)}(x, 0)$, $\sigma_y^{(2)}(x, 0)$ под штампом ($y = 0$), выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам:

$$\sigma_y^{(1)}(x, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{x}{a_1 \sqrt{a_1^2 - x^2}} \left[\Psi_1(a_1) + F_1(a_1) \right] + W_1(x), \quad (26)$$

$$\sigma_y^{(2)}(x, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{x}{a_2 \sqrt{a_2^2 - x^2}} \left[\Psi_2(a_2) + F_2(a_2) \right] + W_2(x), \quad (27)$$

где $W_j(x)$ ($j = 1, 2$) — регулярные функции.

Нормальные перемещения вне штампа ($y = 0$), выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$, определяются по формулам:

$$v_1(x, 0) = \frac{4}{\pi E} \int_0^{a_1} \frac{\Psi_1(t) dt}{\sqrt{x^2 - t^2}} + \frac{4}{\pi E} \int_{a_1}^\infty \frac{F_1(t) dt}{\sqrt{x^2 - t^2}} \quad a_1 \leq x < \infty \quad (28)$$

$$v_2(x, 0) = \frac{4}{\pi E} \int_{a_1}^{a_2} \frac{\Psi_2(\tau) d\tau}{\sqrt{x^2 - \tau^2}} + \frac{4}{\pi E} \int_{a_1}^{\infty} \frac{F_2(\tau) d\tau}{\sqrt{x^2 - \tau^2}}, \quad -\infty < x < -a_2.$$

Напряжения $\sigma_x^{(1)}(0, y) = \sigma_x^{(2)}(0, x)$ вне разреза на линии ($x = 0$) выраженные через функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам:

$$\sigma_x^{(1)}(0, y) = \sigma_x^{(2)}(0, y) = \frac{2}{\pi} \frac{\varphi_2(a)}{\sqrt{y^2 - a^2}} y + \frac{2}{\pi} y \int_a^y \frac{\varphi_2(r) dr}{\sqrt{y^2 - r^2}} \quad a < y < \infty.$$

Формулы (26) — (29) определяют напряжения и перемещение для заданных величин контакта и разреза a, a_1, a_2 .

Если эти величины не заданы то их можно определить из условия непрерывности нормальных напряжений ⁽¹¹⁾, что выражается трансцендентными уравнениями

$$\Psi_1(a_1) + F_1(a_1) = 0, \quad \Psi_2(a_2) + F_2(a_2) = 0, \quad \varphi_2(a) = 0$$

Институт механики
Академии наук Армянской ССР
Ереванский политехнический институт
имени К. Маркса

Վ. ՈՍ. ՏՈՆՈՅԱՆ, Հ. Յ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ուղղաձիգ վերջավոր երկառույթյան ճեղքով կիսահարթույթյան ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը

Իրաարկվում է հորիզոնական եղրից սկսած ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղք ունեցող առաձգական, իզոտրոպ կիսահարթույթյան ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը: Կիսահարթույթյան եղրին ճնշում է, ճեղքի տառնցքի նկատմամբ ոչ համաչափ դասավորված, կամայական հիմքով կոշտ դրոշմը: Ննթադրվում է, որ շփումը դրոշմի և կիսահարթույթյան միջև բացակայում է: Պարզության համար ընդունված է, որ կիսահարթույթյան եզրը՝ դրոշմից դուրս ապաս է լարումներից, ինչպես նաև ճեղքի եզրերում լարումները բացակայում են: Ճեղքից դուրս ուղղաձիգ ուղղությամբ տված են կոնտակտի պայմաններ:

Խնդրի լուծումը բերվում է չորս, «պույգ» ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սխեմայի լուծման, որոնց լուծումը հանգում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի երկու ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սխեմայի լուծմանը:

Վերջին հավասարումների սխեմայի կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով:

Ստացված են նաև կոնտակտի և ճեղքի չափերը որոշող տրանսցենդենտ հավասարումներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Б И Б Л И О Г Р А Ф И Я

- ¹ *I. P. Sneddon*, Периодический сб. переводов иностранных статей, *Механика*, т. 119, № 1, Ш—122 (1970).
- ² *В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян*, ДАН АрмССР, т. LV, № 3 (1970).
- ³ *С. Мелкумян*, ДАН АрмССР, т. LV, № 2 (1972).
- ⁴ *A. Chakrabarti*, — *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 7, N1, pp 81—91. (1969).
- ⁵ *I. P. Sneddon, S. C Das* *Int. J. Eng. Sci.*, v. 9, N1, pp 25—36 (1971).
- ⁶ *M. F. Stallybrass* *Int. J. Eng. Sci.*, v. 8, 1970, N3, 351—362, v. 9, N1, pp 133—150 (1971).
- ⁷ *W. T. Koiter*, *J. Appl. Mech.*, v. 32, N1, p. 237 (1965).
- ⁸ *Н. И. Muskhelishvili*, Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. „Наука“, 1966.
- ⁹ *В. С. Тоноян*, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. XXI, №3 (1968).
- ¹⁰ *И. С. Градштейн и И. М. Рыжик*, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.
- ¹¹ *А. А. Баблоян, М. Г. Мелконян*, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. XXV, №5 (1974).