ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LX 1975 5

УДК 624.131

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Г. В. Тер-Петросян

Определение границы затвердевания грунта при распределенной нагрузке, приложенной через интервалы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 5/III 1975)

Для строительства крупных сооружений на мягких грунтах (гидротехнические, промышленные сооружения) одной из основных задач является определение осадка сооружений.

Существующие экспериментальные данные показывают, что зависимость между осадками фундамента и его размерами в плане, при постоянной удельной нагрузке, существенно нелинейная.

Грунтовая среда под влиянием собственного веса, начиная с некоторой глубины, находится в затвердевшем состоянии. Границей между упругими и затвердевшими зонами под влиянием только собственного веса является плоскость, а после приложения внешних воздействий она превращается в криволинейную поверхность, вид и положение которой зависит от конкретных условий.

Математическая теория характеристик напряженно-деформированного состояния грунтовой среды с учетом образования областей затвердевания среды предложена С. С. Григоряном [1].

В данной работе рассматривается задача определения границы затвердевания грунта при распределенной нагрузке, приложенной через интервалы.

Задачи такого рода можно решить только численно с использованием ЭВМ. Решения можно строить с постоянным увеличением интенсивности нагрузки. Каждое малое увеличение интенсивности нагрузки приводит к изменению границы затвердевания и изменениям напряженно-деформированного состояния в упругой области. Получая решения для каждого малого увеличения внешнего воздействия и после выполнения необходимого количества шагов, получим решение задачи при данной нагрузке $q=\sum\delta q$.

Изменение границы в вертикальном направлении после приложения малого δq определяется по формуле [1]

$$\delta z = -\frac{(\delta\sigma)_{\Gamma}}{\left(\dfrac{\partial\sigma}{\partial z}\right)_{\Gamma}}. \tag{1}$$

Напряжения в упругой области и глубина затвердевания от собственного веса определяются формулами

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -\frac{\nu}{1-\nu}\gamma(h_* - z),\quad \sigma_{zz} = -\gamma(h_* - z),$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0, \tag{2}$$

$$h_* = 3\frac{1-\nu}{1+\nu}\cdot\frac{\sigma_*}{\gamma};$$

Здесь ν — коэффициент Пуассона, γ — объемный вес грунта, h_* — глубина поверхности затвердевания от собственного веса, σ_* — критическое значение сжимающего всестороннего давления σ.

При $\sigma < \sigma_*$ среда описывается соотношениями линейной упругой модели, а при превышении — $\sigma \geqslant \sigma_*$, среда характеризуется бесконечными модулями объемной деформации и сдвига (жесткое тело).

Для каждого шага интенсивности нагрузки решается задача теории упругости для упругой области с заданными на поверхности нагрузками и граничными условиями на границе затвердевания, выражающими равенство нулю смещений на Γ. Решение задачи для упругой области при заданной δq производится с применением экстремального принципа теории упругости, согласно которому действительные приращения перемещений реализуют минимум энергии приращений ([2]).

$$Э = \frac{1}{2}\int\limits_D\left(\delta\sigma_{xx}\cdot\delta\varepsilon_{xx} + 2\delta\sigma_{xz}\cdot\delta\varepsilon_{xz} + \delta\sigma_{zz}\cdot\delta\varepsilon_{zz}\right)dx\cdot dz - \int\limits_C \delta q\,\delta w\,dx, \tag{3}$$

где D — область упругого равновесия; C — часть границы, где задана интенсивность нагружения δq; $\delta\varepsilon_{xx}$, $\delta\varepsilon_{xz}$, $\delta\varepsilon_{zz}$ — приращение деформаций; $\delta\sigma_{xx}$, $\delta\sigma_{xz}$, $\delta\sigma_{zz}$ — приращение напряжений.

Для удобства решения задачи вводятся безразмерные величины

$$X = \frac{x}{h_*},\ Z = \frac{z}{h_*},\ U = \frac{u\cdot E}{\sigma_*\cdot h_*},\quad W = \frac{w\cdot E}{\sigma_*\cdot h_*},$$

$$\varepsilon_{XX} = \frac{E\cdot\varepsilon_{xx}}{\sigma_*},\ \varepsilon_{XZ} = \frac{E\cdot\varepsilon_{xz}}{\sigma_*},\ \varepsilon_{ZZ} = \frac{E\cdot\varepsilon_{zz}}{\sigma_*}, \tag{4}$$

$$\Sigma_{XX} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_*},\ \Sigma_{XZ} = \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_*},\ \Sigma_{ZZ} = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_*};$$

Обозначим приращения перемещений

$$\delta U = \varphi,\ \delta W = \psi,\ \frac{\partial\varphi}{\partial X} = \varphi_X,\quad \frac{\partial\varphi}{\partial Z} = \varphi_Z,$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial X}=\psi_X,\quad \frac{\partial\psi}{\partial Z}=\psi_Z. \tag{5}$$

Тогда приращения деформаций, с учетом (4), запишутся в виде:

$$\delta\varepsilon_{XX}=\varphi_X,\quad \delta\varepsilon_{ZZ}=\psi_Z,\quad \delta\varepsilon_{XZ}=\frac{1}{2}\left(\varphi_Z+\psi_X\right) \tag{6}$$

Приращения напряжений выражаются через приращения деформаций следующими зависимостями:

$$\delta\Sigma_{XX}=a\varphi_X+b\psi_Z,\quad \delta\Sigma_{ZZ}=b\varphi_X+a\psi_Z$$

$$\delta\Sigma_{XZ}=\frac{c}{2}\left(\varphi_Z+\psi_X\right), \tag{7}$$

где

$$a=\frac{1-\nu}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)},\qquad b=\frac{\nu}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)},\qquad c=\frac{1}{1+\nu}.$$

После подставки (6) и (7) в (3) приходим к следующей вариационной задаче. Требуется найти функции φ и ψ, удовлетворяющие на границах соответствующим граничным условиям и доставляющие минимум функционалу

$$Э=\frac{1}{2}\iint\limits_D\left[a\left(\varphi_X^2+\psi_Z^2\right)+2b\varphi_X\psi_Z+\frac{1}{2}c\left(\varphi_Z+\psi_X\right)^2\right]dXdZ-\int\limits_C\psi\delta q\,dX. \tag{8}$$

Для численного решения применяется метод локальных вариаций [3].

Область D разбивается на равные прямоугольные ячейки прямыми $X_n=n\Delta X$, $Z_m=m\Delta Z$, где ΔX, ΔZ достаточно малые числа. Функционал (8) приближенно заменяется суммой [3]

$$Э=\sum Э_{mn}+\sum K_{mn}, \tag{9}$$

где $\sum Э_{mn}$ — аппроксимируем интеграл по области D, а $\sum K_{mn}$ — интеграл по контуру C.

По вышеописанной методике решена задача для равномерно распределенной нагрузки приложенной через интервалы.

Результаты вычислений приведены в таблице 1. Из табл. 1 видно, что максимальные «смещения» границы затвердевания получаются на линии симметрии каждой нагрузки.

Рассмотрен случай, когда к границе полупространства приложена только одна из периодических нагрузок. По результатам вычислений для этого случая составлена зависимость между относительным размером распределенной нагрузки (2a) и относительной осадкой (s) (табл. 2)

Таблица 1

«Смещения» границы затвердевания в зависимости от величины нагрузки

q	X										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.29	0.1210	0.1065	0.0991	0.0928	0.0821	0.0760	0.0693	0.0573	0.0521	0.0482	0.0[illegible]
0.58	0.2409	0.2183	0.2059	0.1880	0.1717	0.1511	0.1402	0.1330	0.0918	0.0983	0.06[illegible]
0.87	0.3703	0.3389	0.3190	0.2922	0.2575	0.2292	0.2033	0.1559	0.1339	0.1231	0.09[illegible]

Таблица 2

Осадка на оси симметрии

$2a$	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8
S	0.0903	0.1382	0.1743	0.1924	0.20[illegible]

Характер изменений по табл. 2 совпадает с имеющимися экспериментальными наблюдениями, приведенными в литературе (например, [1]).

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Գ. Վ. ՏԵՐ-ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Միջակայքներով կիրառված հավասարաչափ բաշխված բեռի դեպքում բնահողի կոշտացման սահմանագծի որոշումը

Օգտվելով առաձգականության տեսության էքստրեմալ սկզբունքից, ար-տաքին բեռների ինտենսիվության տարբեր արժեքների դեպքում, որոշված են բնահողի առաձգական գոտում լարումները և տեղափոխությունները։ Բեռների ինտենսիվության յուրաքանչյուր արժեքի դեպքում որոշված է բնահողի կոշտացման սահմանագծի տեսքը և դիրքը։

Դիտարկված է բեռներից միայն մեկի ազդեցության դեպքում բնահողի մակերևույթի նստեցման և բեռի կիրառման տիրույթի միջև եղած կախվածությունը։ Լուծման համար օգտագործված է լոկալ վարիացիաների մեթոդը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. С. Григорян*, К вопросу применимости теории упругости в строительной механике грунтов. Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа, М., 197[illegible]. [2] *Л. С. Лейбензон*, Курс теории упругости. М., 1947. [3] *Н. В. Баничук, В. М. Петр[illegible], Ф. Л. Черноусько*, Алгоритм метода локальных вариаций для задач с частными производными. Институт проблем механики АН СССР, брошюра № 4, 1971.