ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXI 1974 4

УДК 621.375.82

ФИЗИКА

А. О. Меликян, С. Г. Саакян

Исследование квазиэнергетического спектра многоуровневой системы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 17/VII 1974)

Для описания взаимодействия сильной монохроматической электромагнитной волны с квантовомеханическими системами целесообразно использование квазиэнергий и квазиэнергетических состояний [1]. В настоящей работе приводятся результаты исследования квазиэнергий многоуровневой системы с невырожденными уровнями в сильном поле. Значения квазиэнергий являются корнями алгебраического уравнения степени, равной числу уровней. Хотя в общем случае невозможно найти точное решение этого уравнения, уже исследование возможности существования кратных корней у этого уравнения позволяет сделать ряд заключений о характере взаимодействия. Следует отметить, что нами рассматривается возможность пересечения «неприведенных» значений квазиэнергии, невозмущенными значениями которых являются расстройки резонанса. Физически появление кратного корня при некоторых значениях параметров волны означает, что уровни системы, частота перехода между которыми в невозмущенном состоянии не совпадала с частотой внешнего поля, сдвигаясь в сильном поле попадают в точный резонанс с частотой внешнего излучения.

Рассмотрим систему, число уровней которой обозначим через $N+1$. При помощи несложных преобразований оказывается возможным уравнение

$$(\lambda - \varepsilon_m)a_m = \sum_{n=1}^{n=N+1} V_{mn}a_n, \tag{1}$$

которое в резонансном приближении определяет квазиэнергии системы, привести к виду

$$\lambda - \varepsilon_{N+1} = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{|A_i^{-1}B|^2}{\lambda - \lambda_i}, \tag{2}$$

где все коэффициенты оказываются выраженными через квазиэнергии λ_i' и соответствующие им амплитуды a_i', описывающие N-уровневую систему, полученную из рассматриваемой исключением $(N+1)$-го уровня. Нами были введены следующие обозначения: V_{mn} — матричный элемент перехода между состояниями m и n, $\varepsilon_m = \dfrac{E_m - E_1}{\hbar} - k\omega \ll \omega$, где k некоторое целое число, а также одностолбцовые матрицы

$$A_i' = \begin{pmatrix} a_{i1}' \\ a_{i2}' \\ \vdots \\ a_{iN}' \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} V_{1N+1} \\ V_{2N+1} \\ \vdots \\ V_{NN+1} \end{pmatrix}.$$

Из структуры уравнения (1) видно, что необходимым условием наличия кратных корней при условии $\lambda_i' \neq \lambda_j'$ является равенство нулю хоть одного из числителей, т. е. $A_i^{+\prime} B = 0$. Учитывая, что для двухуровневой системы $\lambda_1 \neq \lambda_2$ при всех значениях V_{12} методом индукции можно доказать, что для систем, в которых осуществляются переходы только типа V_{ll+1} и V_{ll-1} произведение $A_i^{+\prime} B = a_{iN}' V_{NN+1}$ обращается в нуль только при $V_{NN+1} = 0$. Таким образом, для таких систем невозможно появление кратных корней при отличных от нуля значениях интенсивности внешнего поля.

Если же в системе разрешенные переходы образуют замкнутые цепи, то $A_i^{+\prime} B$ будет представлять собой некоторую сумму, которую можно обратить в нуль выбором матричных элементов. Рассмотрим, к примеру, четырехуровневую систему, в которой разрешены переходы с каждого уровня на два других в монохроматическом поле излучения, описываемом классическим вектором $E = E_0 \cos \omega t$. Тогда при полях E_0, малых по сравнению с атомными, можно учитывать только резонансные переходы (считая, что ω близка к частотам разрешенных дипольных переходов). Волновую функцию системы ищем в виде

$$\Phi = e^{-i\lambda t}\left(a_1\psi_1 + a_2\psi_2 e^{-i\omega t} + a_3\psi_3 e^{-2i\omega t} + a_4\psi_4 e^{-i\omega t}\right).$$

Амплитуды удовлетворяют уравнению типа (1), где $\varepsilon_1 = 0$ $\varepsilon_2 = \omega_{21} - \omega$ $\varepsilon_3 = \omega_{31} - 2\omega$ $\varepsilon_4 = \omega_{41} - \omega$ $V_{ik} = -\dfrac{1}{2}(E_0 d_{ik})$ $B = \begin{pmatrix} V_{14} \\ 0 \\ V_{34} \end{pmatrix}$, а элементами A_i' являются амплитуды трехуровневой системы $1-2-3$. Равенство $A_i^{+\prime} B = 0$ имеет место только при одном значении λ_i', которое назовем критическим

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{d_{12} d_{14}}{d_{12} d_{14} + d_{23} d_{34}} \varepsilon_3.$$

Оно же и является одним из корней уравнения типа (2). Учитывая, что квазиэнергии 3-х уровневой системы не пересекаются, можно заключить, что если уравнение типа (2) и имеет кратный корень, то только равный $\lambda_{кр}$. Квазиэнергии системы определяются из условия нетривиальности решений уравнения типа (1):

$$D=\begin{vmatrix} \lambda & -V_{12} & 0 & -V_{14} \\ -V_{21} & \lambda-\varepsilon_2 & -V_{23} & 0 \\ 0 & -V_{32} & \lambda-\varepsilon_3 & -V_{34} \\ -V_{41} & 0 & -V_{43} & \lambda-\varepsilon_4 \end{vmatrix}=0.$$

Совместное же решение уравнений

$$D=0,$$

$$\frac{dD}{d\lambda}=0,$$

$$\lambda=\frac{d_{12}d_{14}}{d_{12}d_{14}+d_{23}d_{34}}\varepsilon_3,$$

$$\lambda(\lambda-\varepsilon_2)(\lambda-\varepsilon_3)-(\lambda-\varepsilon_3)V_{12}^2-\lambda V_{23}^2=0 \qquad (3)$$

даст те значения частоты и интенсивности, при которых наступает вырождение уровней квазиэнергии. Решение системы уравнений (3) даст следующие результаты:

$$\omega_{кр}=\frac{d_{12}d_{14}}{d_{12}d_{14}-d_{23}d_{34}}\omega_{31}-\frac{d_{12}d_{14}+d_{23}d_{34}}{d_{12}d_{14}-d_{23}d_{34}}\,\frac{d_{12}d_{23}\omega_{41}+d_{14}d_{34}\omega_{21}}{d_{32}d_{12}+d_{14}d_{34}}, \qquad (4)$$

$$|E_0|^2_{кр}=\frac{4d_{12}^2d_{34}^2(\omega_{21}-\omega_{41})[2\,d_{12}d_{23}\omega_{21}+d_{14}d_{34}\omega_{41})-(d_{12}d_{23}+d_{14}d_{34})\omega_{31}]}{(d_{12}d_{23}+d_{14}d_{34})^2(d_{23}d_{14}-d_{34}d_{12})(d_{12}d_{14}-d_{23}d_{34})}, \qquad (5)$$

где d_{ik} — проекция матричного элемента дипольного момента на направление поляризации волны.

Как видно из (4) и (5), значения критических параметров волны зависят только от параметров квантовомеханической системы. Если система эта такова, что для нее вычисления по формулам (4) и (5) дают $|E_0|^2_{кр}>0$, $\omega_{кр}>0$, то для такой системы возможно вырождение уровней квазиэнергии в сильном внешнем поле.

В заключение заметим, что вблизи критической точки следует ожидать нарушения адиабатической теоремы квантовой механики, согласно которой плавное включение взаимодействия приводит к однозначному соответствию между невозмущенными состояниями системы и ее квазиэнергетическими состояниями в поле. Поэтому представляет интерес решение вышеизложенной задачи в случае нестационарных импульсов, а также исследование поведения сечений различных процессов вблизи критических точек.

В заключение выражаем благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ա. Հ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Ս. Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Բազմամակարդակ սիստեմի քվազիէներգետիկ սպեկտրի հետազոտում

Հետազոտված է ուժեղ մոնոքրոմատիկ էլեկտրամագնիսական դաշտում գտնվող քվանտամեխանիկական սիստեմի քվազիէներգետիկ մակարդակների հատման հնարավորությունը։ Ցույց է տրված, որ այն բազմամակարդակ սիստեմներում, որոնց թույլատրված անցումները կազմում են ոչ ճյուղավորվող գծեր, քվազիէներգետիկ սպեկտրի այլասերումը անհնարին է։

Պարզագույն սիստեմ, որում հնարավոր է հատումը, հանդիսանում է քառամակարդակ սիստեմը, որի յուրաքանչյուր մակարդակը կապված է մյուս երկուսի հետ (փակ շղթա)։

Գտնված են ուժեղ ալիքի պարամետրերի կրիտիկական արժեքները, որոնց դեպքում տեղի ունի այլասերումը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Я. Б. Зельдович*, УФН, 110, 139 (1973).