ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LVII 1973 4

УДК 53.01.45+537+538

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Академик АН Армянской ССР А. Г. Иосифьян

Интегральный принцип электродинамики

(Представлено 21/VII 1973)

Интегральный принцип электродинамики (в квантовой форме) был выдвинут и применен Планком ([1]) для анализа процессов излучения и поглощения световой энергии в дискретном атомном пространстве вещественных тел:

$$\iint dq\,d\Phi = h, \tag{1}$$

где h — постоянная Планка, *дж·сек*; dq — элементарное электрическое потокосцепление диполя в микроосцилляторе (на фазовой траектории $dq = i dt$, *а·сек*); $d\Phi$ — элементарное магнитное потокосцепление в микроконтуре осциллятора (на траектории $d\Phi = V dt$, *в·сек*); q и Φ — канонически сопряженные величины.

Интегрирование ведется по части фазового пространства, ограниченной траекторией движения.

Соотношение (1) можно рассматривать ([2]) как изопериметрическое условие при отыскании условного экстремума Действия $\delta S = 0$ (это дополнительное условие позволяет однозначно определить траекторию движения в фазовом пространстве).

В случае идеального электромагнитного осциллятора интегральные параметры $q = \int_0^{\tau} i dt = \int_{S_e} \mathbf{D} dS$ и $\Phi = \int_0^{\tau} V dt = \int_{S_\Phi} \mathbf{B} dS$ подчиняются уравнению эллипса в фазовой плоскости состояния $f(q, \Phi)$:

$$\left(\frac{\Phi}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2 = 1, \qquad a = \sqrt{2LW_0}, \qquad b = \sqrt{2CW_0},$$

$$I = \iint dq\,d\Phi = \pi ab = \frac{W_0}{\nu}, \qquad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$W_0 = I\nu, \text{ дж.}$$

Тогда в порядке постулата Планка — Эйнштейна только для внутриатомного пространства вещественных тел, подчиняющихся законам неупорядоченных (вероятностных) процессов,

$$\left.\begin{aligned} \nu_i &= \frac{W_i - W_0}{h} = \frac{\Delta W}{h}, \\ \Delta W &= h\nu; \\ W_{\text{ср}} &= \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \end{aligned}\right| \tag{2}$$

где W_0, W_i — дискретные энергетические уровни атомов, участвующих в процессе излучения (поглощения) световой энергии; $W_{ср}$ — средняя энергия радиационного осциллятора.

В вакууме же для электродинамики неподвижных тел Планк в отличие от Эйнштейна признавал гипотезу непрерывного распространения электромагнитной энергии света, описываемого вектором:

$$\mathbf{\Pi} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \textit{ дж/сек}\cdot\textit{м}^2, \tag{3}$$

хотя и сомневался в ней ([1]).

Сомнения Планка, по всей вероятности, были не случайными, так как, сопоставляя выражения (2) и (3), можно заметить непоследовательность между вероятностной теорией неупорядоченных процессов, отраженных в (2), и теорией упорядоченных процессов, вытекающих из волновых уравнений классической электродинамики. Более того, интеграл Действия (1) выражает дискретное во времени и пространстве излучение кванта света, количественной мерой которого является энергия, умноженная на время преобразования или *образования* кванта Действия, *дж·сек*; между тем как вектор $\mathbf{\Pi}$ выражает непрерывный во времени процесс излучения энергии в единицу времени, т. е. *мощности* на единицу поверхности, *дж/сек·м²*.

В этой связи небезынтересно отметить, что Пуанкаре высказывал сожаление, что из электромагнитной теории Максвелла можно вывести законы распространения света, а из теории световых явлений нельзя вывести законов электричества и магнетизма ([3]). Однако из (1) и (3) непосредственно вытекает, что в вакууме dq, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ выражают «электрические» свойства единого электромагнитного поля, а $d\Phi$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}$ выражают «магнитные» свойства этого же единого поля, и поэтому (1), отражая интегральные энергетические физические процессы во времени и пространстве (например фотона), допускают, видимо, возможность вывести из квантовой теории электромагнитного излучения законы электричества и магнетизма.

П. А. М. Дирак ([4]), исходя из связи между наименьшим значением электрического заряда и постоянной Планка $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ в форме $\frac{hc}{e^2} = 137$, выдвинул идею *симметрии* между электричеством и магнетизмом, хотя эта идея является *чуждой* большинству современных физических теорий ([4], стр. 43).

Используя математический формализм квантовой механики и квантовой электродинамики и изучая изменение волновых функций при обходе по замкнутому контуру; Дирак пришел к выводу ([4], стр. 52) о возможности выдвинуть гипотезу *монополя* магнитного поля с такими свойствами, что

$$e_0\varphi_0 = \frac{h}{2} \text{ или } 2e_0\varphi_0 = q_0\varphi_0,$$

где «φ_0» — дискретный магнитный «заряд».

В последнее десятилетие был экспериментально открыт квант магнитного потока в условиях сверхпроводимости, названный *флюксоидом*, величина которого равна половине монополя Дирака.

В докладе Академии наук за 1959 г. ([5]) автором был введен всеобщий интегральный принцип Действия электромеханики и электродинамики в форме

$$\delta\left\{\sum_1^n m_i \int \mathbf{v}_i d\mathbf{l}_i + \sum_1^n q_i \Phi_i\right\} = 0. \tag{4}$$

Этот принцип был применен И. М. Андроновым ([6]) для исследования динамических процессов орбитальных объектов, в которых импульс тока по соответствующим орбитальным осям отсчета $q_i = \int_0^t i_i dt$, взаимодействуя с магнитным потоком Земли, создавал механические моменты для успокоения объектов в системе отсчета Земли, а импульс напряжения в форме магнитного потокосцепления $\psi_i = \int_0^t V_i dt$, взаимодействуя с соответствующими индукционными токами, создавал механические моменты для стабилизации и ориентации объекта в собственной системе отсчета.

Применение принципа Действия ([5]) и математические методы исследования «точечных событий» в квантовой механике и электродинамике дали возможность подвергнуть анализу явления «вмораживания» магнитного поля в сверхэлектропроводящем торе на основе представления динамических импульсов $\mathbf{p}_e$ в виде

$$\mathbf{p}_e = m_e \mathbf{v}_e + q\mathbf{A} = \nabla \theta_e \hbar,$$

где θ_e — фаза волновой функции Ψ_e куперовской пары электронов, $\nabla\theta_e$ имеет классический смысл ([7]).

Интегрируя по замкнутому контуру, проходящему внутри тора, имеем в соответствии с (4):

$$m_e \oint \mathbf{v}_e d\mathbf{l}_e + q \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}_e = \hbar \oint \nabla \theta_e d\mathbf{l}_e, \tag{5}$$

где m_e, $\mathbf{v}_e$ — масса и скорость заряженной частицы; $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал магнитного поля; $q = 2e$ — куперовская пара электронов.

В этом случае с учетом отсутствия электрического тока по оси тора интегральное уравнение (5) имеет вид:

$$q \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}_e = nh, \qquad n = 1, 2, 3, 4, \ldots,$$

n определяет величину квантованного магнитного поля.

Для «вмороженного» электрического поля в сверхмагнитопроводящем торе ([8,9]) динамический импульс $\mathbf{p}_\varphi$ определяется выражением:

$$\mathbf{p}_\varphi = m_\varphi \mathbf{v}_\varphi + \varphi \mathbf{K} = \nabla \theta_\varphi \hbar.$$

Интегрируя по замкнутому контуру, охватывающему дипольный заряд, в соответствии с ([10]) имеем:

$$m_\varphi \oint \mathbf{v}_\varphi d\mathbf{l}_\varphi + \varphi \oint \mathbf{K} d\mathbf{l}_\varphi = \hbar \oint \nabla \theta_\varphi d\mathbf{l}_\varphi,$$

где m_φ, $\mathbf{v}_\varphi$ — масса и скорость частицы; $\mathbf{K}$ — вектор-потенциал электрического поля диполя; φ — флюксоид; $\nabla\theta_\varphi$ — градиент фазы функции Ψ_φ Шредингера в фазовом пространстве флюксоида φ, также имеющий классический смысл.

Соответственно для этого случая с учетом отсутствия «магнитного тока» вдоль контура интегрирования имеем:

$$\varphi \oint \mathbf{K} d\mathbf{l}_\varphi = mh, \quad m = 1, 2, 3, 4, \ldots,$$

m определяет величину квантованного электрического поля (дипольного заряда).

Таким образом, для *макро*электрических и *макро*магнитных сверхпроводящих явлений с отдельными стационарными магнитными и электрическими полями в интегралы Действия:

$$\left.\begin{aligned} q_0 \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}_e &= nh; \\ \varphi_0 \oint \mathbf{K} d\mathbf{l}_\varphi &= mh \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

теоретически входят дискретные параметры Дирака q_0, φ_0.

Из (6) следует, что для двух совершенно отличных конфигураций вещественных тел, сохраняющих в одном случае магнитное потокосцепление (сверхэлектропроводник, аналог — постоянный магнит) и в другом случае электрическое потокосцепление (сверхмагнитопроводник или аналог — электрет), имеют место следующие соотношения:

$$q_0 = \frac{nh}{\oint \mathbf{A} d\mathbf{l}_e}; \quad \varphi_0 = \frac{mh}{\oint \mathbf{K} d\mathbf{l}_\tau},$$

и в соответствии с постулатом $q_0\varphi_0 = h$

$$\oint \mathbf{A} d\mathbf{l}_e \oint \mathbf{K} d\mathbf{l}_\tau = nmh. \qquad (7)$$

А это означает, что стационарные, квантово-механические волновые процессы, характеризующие электромагнитное состояние в этих совершенно различных системах, оказываются связанными с постоянной Планка h и параметрами классической электродинамики **A** и **K**, действующими в соответствующих точках контуров.

Возникает вопрос, можно ли закономерность (7) распространить на процессы, происходящие в абсолютном вакууме, и применить их к условиям свободного электромагнитного поля.

С точки зрения максвелловской теории поля, обобщающей экспериментальные исследования Фарадея, относящиеся к результатам опытов с вещественными телами, по-видимому, такое обобщение не только возможно, но и соответствует принципам, заложенным в математических основах классической электродинамики.

Как известно, Максвелл в ([1], § 534, стр. 389) определил электродвижущую силу и соответственно интеграл напряженности электрического поля в форме

$$Э = \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

а в ([1], § 499) — интеграл напряженности магнитного поля в форме $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I$ в обобщенном пространстве Лагранжа как параметры электромагнитных явлений, *независимых от природы и структуры вещественных тел*.

Рассматривая теоретические методы анализа взаимоиндукции магнитного поля с помощью теории *цепей*, Максвелл изложил ([1], § 580 и 587) принципы *геометризации* физического пространства поля при анализе связи вектора индукции и вектора-потенциала магнитного поля, действующих в замкнутом контуре. Предполагая, что каждый участок контура вносит *свой* вклад в значение Ф и что этот вклад зависит от формы и расположения *только этого участка*, а не от расположения других участков, он указывал, что величина магнитного поля зависит от формы и положения контура цепи. Такая математическая абстракция считалась Максвеллом законной, потому что в *геометрическом контуре* он рассматривал ([1], стр. 452) «*не ток*, части которого могут действовать и действительно действуют одна на другую, *а только контур*, т. е. *замкнутую кривую*, по которому *может** течь ток (в том числе ток смещения — *А. И.*), а это есть чисто геометрическая фигура, отдельные части которой не могут рассматриваться каким-либо образом *физически действующими* друг на друга».

---

* Курсив Максвелла.

Эта математическая *геометризация свойств физического поля* явилась основой первой группы дифференциальных уравнений Максвелла для изменяющегося во времени магнитного поля $\Phi(t)$ и деформации контура электродвижущей силы, из которых при $\mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A}$

$$\mathbf{E}+[\mathbf{B}\times\mathbf{u}_e]=-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}-\operatorname{grad}\varphi_e.$$

Исходя из этого метода и учитывая экспериментальный закон взаимоиндукции электрического поля в лагранжевой форме *

$$\theta=\oint\mathbf{H}^*d\mathbf{l}_\varphi=-\frac{dq}{dt},$$

в ([10]) было предложено уравнение:

$$\mathbf{H}^*+[\mathbf{D}^*\times\mathbf{u}_\varphi]=-\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial t}-\operatorname{grad}\varphi_\varphi \quad \text{при} \quad \mathbf{D}^*=\operatorname{rot}\mathbf{K},$$

где $\mathbf{u}_e$ и $\mathbf{u}_\varphi$ — скорости деформации соответствующих контуров в системе отсчета x, y, z, t.

Предполагая, что через некоторое конечное время τ процесс деформации контуров заканчивается и что при недеформируемых контурах в фиксированной системе отсчета скорости точек контура $\mathbf{u}_e$ и $\mathbf{u}_\varphi$ равны 0, имеем:

$$\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}-\operatorname{grad}\varphi_e;$$

$$\mathbf{H}^*=-\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial t}-\operatorname{grad}\varphi_\varphi.$$

Тогда, учитывая, что в замкнутых контурах градиенты скалярных потенциалов при интегрировании исчезают, векторные потенциалы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{K}$ можно выразить через интегралы по конечному времени изменения магнитных и электрических потокосцеплений $\mathbf{A}_{\tau_e}=\int_0^{\tau_e}\mathbf{E}dt$ и $\mathbf{K}_{\tau_\varphi}=\int_0^{\tau_\varphi}\mathbf{H}^*dt$.

Интегрируя эти соотношения по замкнутым контурам в четырехмерном ньютоновском пространстве ([12], стр. 152), получаем:

$$\left.\begin{aligned}\oint\mathbf{A}_\tau d\mathbf{l}_e&=-\oint d\mathbf{l}_e\int_0^{\tau_e}\mathbf{E}dt;\\ \oint\mathbf{K}_\tau d\mathbf{l}_\varphi&=-\oint d\mathbf{l}_\varphi\int_0^{\tau_\varphi}\mathbf{H}^*dt,\end{aligned}\right| \tag{8}$$

что соответствует закону сохранения в пространстве импульсов магнитного (и электрического) потокосцепления в соответствии с § 540 об индукции электрических токов «Трактата об электричестве и магнетизме» Максвелла ([11], стр. 400) в форме:

$$\left.\begin{aligned}\int_0^{\tau_e}dt\oint\mathbf{E}d\mathbf{l}_e+\int_{S_e}\mathbf{B}d\mathbf{S}_e&=\Phi_0;\\ \int_0^{\tau_\varphi}dt\oint\mathbf{H}^*d\mathbf{l}_\varphi+\int_{S_\varphi}\mathbf{D}^*d\mathbf{S}_\varphi&=Q_0.\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

* Векторы со звездочкой относятся к инверсно сопряженной системе дифференциальных уравнений электромагнитного поля ([10]).

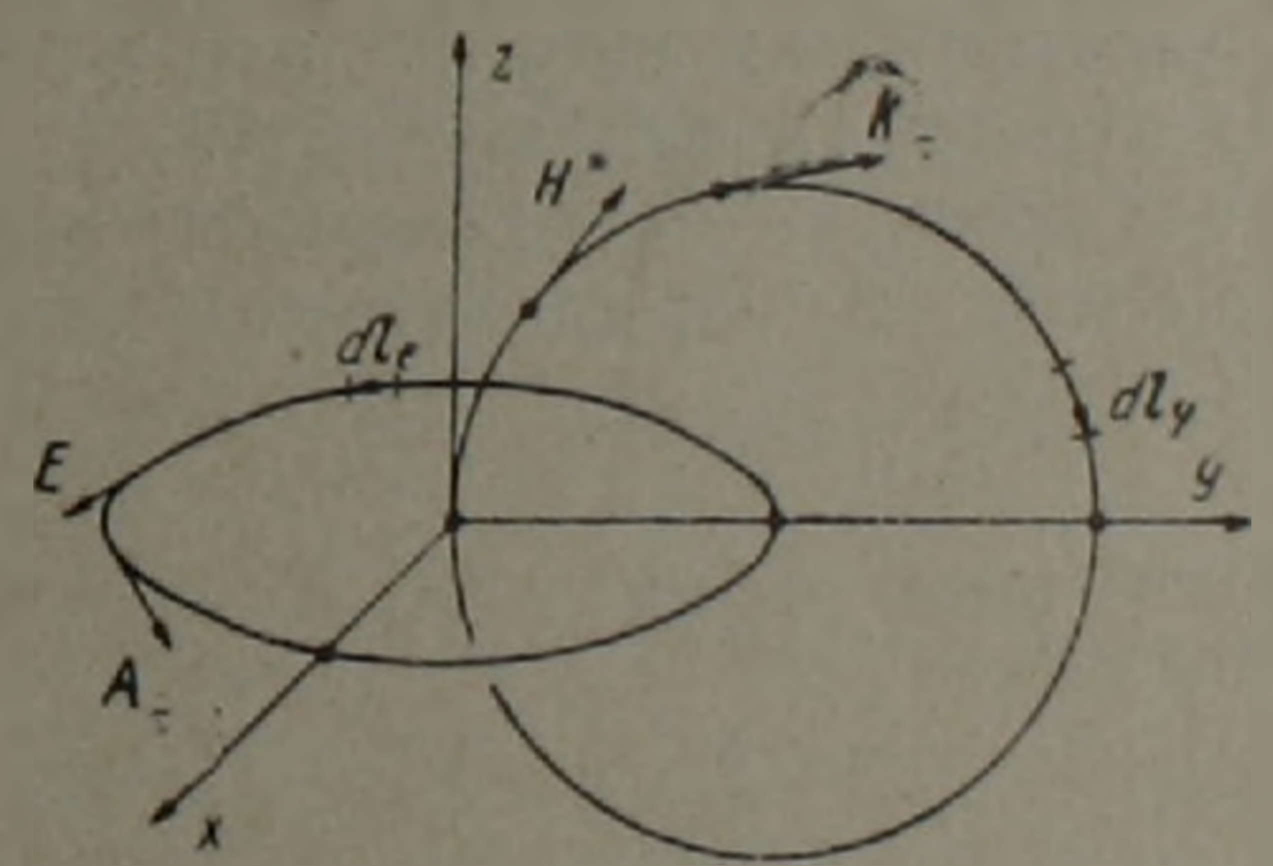
Уравнение (8) отражает возможность *преобразования* векторных функций $\mathbf{A}$ и $\mathbf{K}$, выраженных в системе отсчета x, y, z, t через $\mathbf{A}_{\tau_e}$ и $\mathbf{K}_{\tau_\varphi}$ к системе отсчета x', y', z', τ', в которой τ' является независимой переменной наряду с x', y', z'.

Физическая интерпретация (8) заключается в том, что векторы-потенциалы в данной точке пространства представляются в форме *динамических импульсных характеристик* электрической и магнитной *напряженностей* соответственно.

Подставляя (9) в (7) и считая $\Phi_0=0$, $Q_0=0$, имеем:

$$\int\limits_{S_e} \mathbf{B}d\mathbf{S}_e \cdot \int\limits_{S_\varphi} \mathbf{D}^* d\mathbf{S}_\varphi = \left(\oint d\mathbf{l}_e \int\limits_0^{\tau_e} \mathbf{E}dt\right)\left(\oint d\mathbf{l}_\varphi \int\limits_0^{\tau_\varphi} \mathbf{H}^* dt\right) = nmh. \qquad (10)$$

Если допустить, что при совмещении контуров интегрирования векторов-потенциалов геометрические свойства поля сохраняются (см. рисунок), то в свободном от вещественных контуров пространстве поля геометрические контуры могут приобретать физический смысл *осей мощности* Фарадея. Следовательно, в этом пространстве может существовать физическое взаимодействие полей в отличие от точки зрения Максвелла, рассматривающего процессы только с одним трехмерным вектором-потенциалом $\mathbf{A}$ без учета возможности введения в теорию электромагнитного поля инверсно-сопряженной системы дифференциальных уравнений ([10]) электромагнитного поля с векторами-потенциалами $\mathbf{A}_{\tau_e}$ и $\mathbf{K}_{\tau_\varphi}$.



Уравнение (10), выражая *интегральный* принцип Действия (энергия$\times$время) в некотором конечном квантованном четырехмерном пространственно-временном континууме, определяемом контурными интегралами $\oint \mathbf{A}_{\tau_e} d\mathbf{l}_e$, $\oint \mathbf{K}_{\tau_\varphi} d\mathbf{l}_\varphi$ и соответствующими поверхностями $\int \mathbf{B}d\mathbf{S}_e$, $\int \mathbf{D}^* d\mathbf{S}_\varphi$, натянутыми на эти контуры, отражает конечные *энергетические и импульсные* характеристики единого электромагнитного поля, связанные с постоянной Планка h.

При условии: а) $dS=\frac{1}{2}r^2 d\varphi$, $dl=rd\varphi$, $r_e=r_\varphi=r_0$; б) однородного распределения B, H^*, D^*, E и отсутствии временного фазового сдвига между H^* и E, т. е. $\tau_e=\tau_\varphi=\tau_0$ для вакуума, из (10) непосредственно получим весьма важное соотношение:

$$\frac{BD^*}{EH^*} = \frac{4\tau_0^2}{r_0^2} = \frac{1}{v^2} = \left(\frac{T}{\lambda}\right)^2. \qquad (11)$$

Обозначая $\lambda=2r_0$, $T_0=4\tau_0$, имеем $\lambda\nu=v$, где v — фазовая скорость.

Уравнение (11) определяет связь между геометрией осей мощности, определяющей интеграл импульсов напряженностей электрического и магнитного полей, и «длиной волны» кванта электромагнитного поля.

В свете теории электромагнитного поля Максвелла по геометризации физического пространства уравнения (8)—(11) можно интерпретировать так, что в конечном объеме пространства поля две взаимно сопряженные ортогональные оси мощности Фарадея описывают двусвязное вихревое состояние поля. Все точки в этом объеме обладают некоторой постоянной фазовой скоростью $\mathbf{v}$, которая может принимать предельные значения, равные скорости света c.

Замкнутые контуры образуют геометрическое место точек действия векторов-потенциалов $\mathbf{A}_-$ и $\mathbf{K}_-$ соответственно значениям $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$ и $\mathbf{D}^* = \mathrm{rot}\,\mathbf{K}$, действующим по площадям, натянутым на эти контуры и соответствующим значениям $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$.

Можно высказать гипотезу, что это двусвязное вихревое состояние по своему физическому смыслу является фотоном, т. е. «частицей» без сингулярностей, поведение которой во времени в соответствии с точкой зрения Эйнштейна однозначно должно «определяться дифференциальными уравнениями поля» ([12], стр. 57).

В проведенном исследовании показано, что интегральный принцип электродинамики — принцип Действия (энергия×время), нашедший свое развитие только в области микроэлектромагнитных явлений, можно распространить на *макро*электромагнитные процессы с помощью двух векторов-потенциалов $\mathbf{A}_-$ и $\mathbf{K}_-$ в четырехмерном обобщенном пространстве импульсов.

Показана возможность исследования квантованных процессов в свободном электромагнитном поле с помощью геометризации физического пространства электромагнитного поля в соответствии с принципами классической электродинамики Максвелла.

Автор выражает глубокую благодарность участникам семинара лаборатории теоретической физики за активное обсуждение настоящей работы.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт электромеханики

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Գ. ԻՈՍԻՖՅԱՆ

Էլեկտրադինամիկայի ինտեգրալային սկզբունքը

Կատարված ուսումնասիրության մեջ ցույց է տրված, որ էլեկտրադինամիկայի ինտեգրալային սկզբունքը՝ Ազդեցության (էներգիա×ժամանակ) սկզբունքը, որ կիրառվում էր միկրոէլեկտրամագնիսական երևույթներում, կարելի է կիրառել նաև մակրոէլեկտրամագնիսական պրոցեսներում երկու A *և* K *վեկտոր-պոտենցիալների օգնությամբ, քառաչափ ընդհանրացված իմպուլսային տարածության մեջ։*

Աշխատանքում ցույց է տրված ազատ էլեկտրամագնիսական դաշտում քվանտային պրոցեսներն ուսումնասիրելու հնարավորությունն էլեկտրամագնիսական դաշտի ֆիզիկական տարածության երկրաչափացման միջոցով Մաքսվելի դասական էլեկտրադինամիկայի սկզբունքներին համապատասխան։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. Планк.* Теоретическая физика. СПб., «Образование», 1911, с. 110. [2] *А. Г. Иосифьян, Н. П. Коноплева.* ДАН СССР, 198, 1036 (1971). [3] Вариационные принципы механики. М., ГИФМЛ, 1959. [4] Монополь Дирака. Сборник статей. М., «Мир», 1970. [5] *А. Г. Иосифьян.* Вопросы единой теории электромагнитного и гравитационно-инерциального полей. Ереван, Изд. АН Арм. ССР, 1959, «ДАН Арм.ССР», 20, 33, (1955). [6] *И. М. Андронов* «Электротехника», 1971, № 1. [7] *Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс.* Фейнмановские лекции по физике. М., «Мир», 1967, вып. 9. [8] *Иосифьян А. Г.* «Elektrotechnicky obzor», 1972, **61**, 521. [9] *Иосифьян А. Г.* ДАН Арм. ССР, т. **55**, 98 (1972). [10] *А. Г. Иосифьян.* ДАН Арм. ССР, т. 51, 1 (1970). [11] *Д. К. Максвелл.* Избранные сочинения по теории элетромагнитного поля. М., ГИТТЛ, 1954. [12] *А. Эйнштейн.* Физика и реальность. М., «Наука», 1965.