ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LVII 1973 4

УДК 517.9

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Рафаелян, Г. Л. Кантарджян

Учет влияния монотонных возмущений в шаговых системах экстремального управления инерционными объектами

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 22/II 1973)

Большое число объектов, встречающихся в технике, можно представить последовательным соединением экстремального звена с звеном чистого запаздывания и следующей за ними цепочки из n апериодических звеньев первого порядка. Структурная схема системы показана на рис. 1.

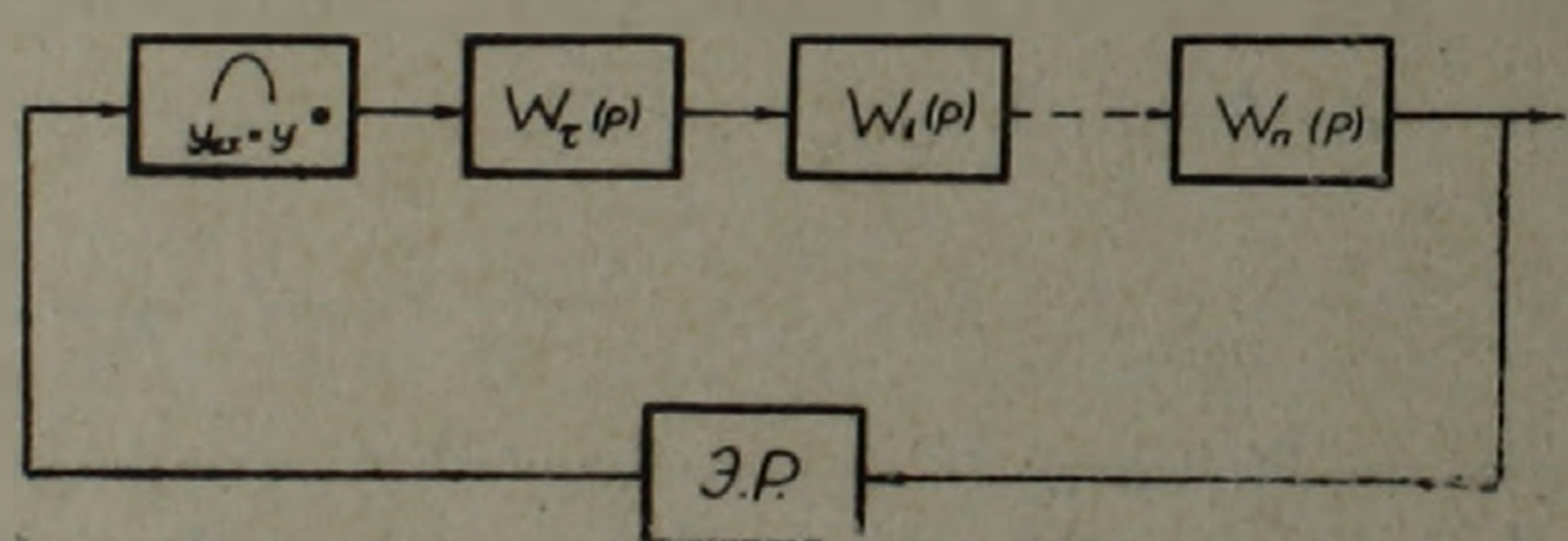

Рис. 1

Экстремальное звено имеет характеристику $y_{ст.}=y^*=f(x)$, аналитическое выражение которой отсутствует, но известно, что она имеет только один экстремум, не имеет точек разрыва и допускает разрывы непрерывности $f'(x)$ 2-го рода. Передаточная функция запаздывающего звена имеет вид $W_\tau(p)=e^{-p\tau_з}$, где $\tau_з$—заданное время чистого запаздывания. Передаточные функции W приняты в виде:

$$W_k(p)=\frac{1}{T_kp+1}, \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

где T_k—заданные постоянные времени апериодических звеньев. Влияние монотонных возмущений сводится к вертикальному дрейфу экстремальной характеристики с неизвестной скоростью $b(t)$. В данной работе применяется метод прогнозирования установившегося значения выходного параметра объекта под воздействием очередного шага [1,2].

Связь между динамическим выходом y и статическим выходом $y^*=f(x)$ представится выражением:

$$y=W_{\tau}(p)\,W_1(p)\,W_2(p)\ \ldots\ W_n(p)\,|y^*+bt| \qquad (1)$$

Пусть в начальный момент времени $t=0$ имеем $x(0)=x_0$ и

$$y(0)=y_0,\ y'(0)=y_0',\ y''(0)=y_0'',\ \ldots,\ y^{(n-1)}(0)=y_0^{(n-1)}, \qquad (2).$$

причем в общем случае $y_0\neq f(x_0)$, что естественно для инерционных объектов, и затем при $t=0$ сделан поисковый шаг Δx, $|\Delta x|=k=\mathrm{const}$. В течение времени, чистого запаздывания $0<t<\tau_3$ переходный процесс в системе определится уравнением:

$$\prod_{k=1}^{n}(T_k p+1)y=f(x_0)+b_0 t$$

и начальными условиями (2).

Переходя к переменной $\Delta=y-y_0$, получим:

$$\prod_{k=1}^{n}(T_k p+1)\Delta=a_0+b_0 t, \qquad (3)$$

где $a_0=f(x_0)-y_0$. Начальные условия (2) примут вид:

$$\Delta(0)=\Delta_0=0,\ \Delta'(0)=\Delta_0',\ \Delta''(0)=\Delta_0'',\ \ldots,\ \Delta^{(n-1)}(0)=\Delta_0^{(n-1)} \qquad (4)$$

Решение уравнения (3) при начальных условиях (4) имеет следующий вид:

$$\Delta(t)=\sum_{i=0}^{n-1}\Delta_{1i}(t)-b_1\left\{(T_1\cdot T_2\ldots T_n)\left|\sum\prod^{n-1}\left(\frac{1}{T_k}\right)\right|-t-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=1}^{n}\frac{T_k^n}{\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{n}(T_k-T_j)}e^{-\frac{t}{T_k}}\right\},$$

где

$$\Delta_{10}(t)=a_0\left[1-\sum_{j=1}^{n}\frac{T_j^{n-1}}{\prod\limits_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{n}(T_j-T_k)}\cdot e^{-\frac{t}{T_j}}\right],$$

$$\Delta_{1i}(t)=\Delta_0^{(i)}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}e^{-\frac{t}{T_j}};\qquad i=1,2,\ldots n-1;\quad j=1,2,\ldots n,$$

$$a_{ij}=\frac{T_j^{n-2}\left[\prod\limits_{k=1}^{n}T_k\left(-\frac{1}{T_j}\right)^{n-i-1}+\sum\prod^{n-1}T_k\left(-\frac{1}{T_j}\right)^{n-i-2}\right.}{\prod\limits_{\substack{k=1\\ k\neq j}}^{n}(T_j-T_k)}+$$

$$+\frac{\left.+\sum\prod^{n-2}T_k\left(-\frac{1}{T_j}\right)^{n-i-3}+\cdots+\sum\prod^{i+1}T_k\right|}{\prod\limits_{\substack{k=1\\ k\neq j}}^{n}(T_j-T_k)}.$$

обозначим

$$1-\sum_{j=1}^{n}\frac{T_j^{n-1}}{\prod\limits_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}(T_j-T_k)}\cdot e^{-\frac{t}{T_j}}=B_0(t),\quad \sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot e^{-\frac{t}{T_j}}=B_i(t),$$

$$T_1\cdot T_2\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot T_n\left[\sum\prod^{n-1}\left(\frac{1}{T_k}\right)\right]-t-\sum_{k=1}^{n}\frac{T_k^n}{\prod\limits_{\substack{j=1\\j\neq k}}^{n}(T_k-T_j)}\cdot e^{-\frac{t}{T_k}}=C(t).$$

В приведенных выше формулах $\sum^{l}\prod T_k$ означает сумму всевозможных произведений из n элементов $T_1, T_2, \cdot\ \cdot\ \cdot, T_n$ по l элементов, отличающихся хотя бы одним индексом. Тогда при $0\leqslant t<\tau_3$ переходный процесс запишется в виде:

$$\Delta_1(t)=a_0B_0(t)+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_0^{(i)}B_i(t)-b_0C(t).$$

при $t=\tau_3$ имеем:

$$\Delta_{11}=a_0B_0(\tau_3)+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_0^{(i)}B_i(\tau_3)-b_0C(\tau_3).$$

Начиная с $t=\tau_3$ переходный процесс в системе опишется выражением:

$$\Delta_1(t)=\Delta_{11}+a_1B_0(t-\tau_3)+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_1^{(i)}B_i(t-\tau_3)-b_1C(t)$$

здесь начинает сказываться воздействие совершенного шага на переходный процесс: $a_1=f(x_0+\Delta x)-y_1$, где $y_1=y(\tau_3)$ и меняются начальные условия. Далее даются $n+1$ выдержек времени длительностью τ и после каждой из них измеряется приращение переходного процесса $\Delta_{1(l+1)}$. Моменты измерений выхода $\tau_{1l}=\tau_3+l\tau$; $l=0, 1, 2, \cdot\ \cdot\ \cdot n+1$, тогда $\tau_{1l}-\tau_3=l\tau$ и после n измерений получим систему:

$$\Delta_{12}=\Delta_{11}+a_1B_0(\tau)+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_1^{(i)}B_i(\tau)-b_1C(\tau)$$

$$\Delta_{13}=\Delta_{11}+a_1B_0(2\tau)+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_1^{(i)}B_i(2\tau)-b_1C(2\tau)$$

— — — — — — — — — —

— — — — — — — — — —

$$\Delta_{1(n+2)}=\Delta_{11}+a_1B_0[(n+1)\tau]+\sum_{i=1}^{n-1}\Delta_1^{(i)}B_i[(n+1)\tau]-b_1C[(n+1)\tau] \qquad (5)$$

Решив систему (5) относительно a_1 и b_1, получим:

$$a_1=\frac{|D_{a_1}|}{|D|},\qquad b_1=\frac{|D_{b_1}|}{|D|},$$

где $|D|$—главный определитель системы (5а), $|D_{a_1}|$ и $|D_{b_1}|$—определители, полученные из $|D|$, заменой соответственно столбцов коэффициентов при a_1 и b_1 столбцом свободных членов.

Следовательно, можем определить

$$y_1^* = y_0 + \Delta_{11} + a_1$$

здесь $y_1^* = y_1(t \to \infty)$—смещение выхода только под влиянием совершенного шага без учета влияния дрейфа экстремальной характеристики.

Таким образом, за промежуток времени $\tau_3 + (n+1)\tau$ (если не считать времени, необходимого для вычислений) можем определить y_1^* и b_1.

Для получения общего выражения сделаем еще одно смещение входа на Δx. Определим приращения переходного процесса $\Delta_{2(l+1)}$, $l = 1, 2, \cdot \cdot \cdot, n+1$ в моменты

$$t' = t - [\tau_3 + (n+1)\tau]$$

$$\Delta_{21} = \Delta_1[2\tau_3 + (n+1)\tau] - \Delta_1[\tau_3 + (n+1)\tau] =$$

$$= a_1 B_0 [\tau_3 + (n+1)\tau] + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_1^{(i)} B_i [\tau_3 + (n+1)\tau] -$$

$$- b_1 C[\tau_3 + (n+1)\tau] - [\Delta_{1(n+1)} - \Delta_{11}].$$

Начиная с момента $t' = \tau_3$ переходной процесс в системе опишется уравнением:

$$\Delta_2(t') = \Delta_{21} + a_2 B_0(t' - \tau_3) + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_2^{(i)} B_i(t' - \tau_3) - b_2 C(t' - \tau_3)$$

и приращения $\Delta_{2(l+1)}$ запишутся в виде:

$$\Delta_{2(l+1)} = \Delta_{21} + a_2 B_0(l\tau) + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_2^{(i)} B_i(l\tau) - b_2 \cdot C(l\tau) \qquad (6)$$

$l = 1, 2, \cdot \cdot \cdot n+1$

Преобразовав систему (6) к виду (5a), найдем

$$a_2 = \frac{|D_{a_2}|}{|D|}, \qquad b_2 = \frac{|D_{b_2}|}{|D|}.$$

Следовательно, можем определить

$$y_2^* = y_0 + \Delta_{1(n+2)} + \Delta_{21} + a_2.$$

Обобщая, получим после совершения y-го шага:

$$y_q^* = y_0 + \sum_{i=1}^{q-1} \Delta_{i(n+2)} + \Delta_{q1} + a_q,$$

где: a_q имеет следующий вид:

$$
a_q = \frac{\begin{vmatrix} \Delta_{q2}-\Delta_{q1}; & B_1(\tau); & B_2(\tau); & \cdots; & B_{n-1}(\tau); & C(\tau) \\ \Delta_{q3}-\Delta_{q1}; & B_1(2\tau); & B_2(2\tau) & \cdots; & B_{n-1}(2\tau); & C(2\tau) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Delta_{q(n+2)}-\Delta_{q1}; & B_1[(n+1)\tau]; & B_2[(n+1)\tau]; & \cdots; & B_{n-1}[(n+1)\tau]; & C[(n+1)\tau] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} B_0(\tau); & B_1(\tau); & B_2(\tau); & \cdots; & B_{n-1}(\tau); & C(\tau) \\ B_0(2\tau) & B_1(2\tau); & B_2(2\tau); & \cdots; & B_{n-1}(2\tau); & C(2\tau) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_0[(n+1)\tau]; & B_1[(n+1)\tau]; & B_2[(n+1)\tau]; & \ldots; & B_{n-1}[(n+1)\tau]; & C[(n+1)\tau] \end{vmatrix}}
$$

Для учета дрейфа экстремальной характеристики под влиянием монотонных возмущений исходим из следующих рассуждений. Направление очередного изменения входа будет правильным, если сравнивать два значения экстремальной характеристики, соответствующие двум последовательным перемещениям входного параметра, но принадлежащие одному „приведенному" положению статической экстремальной характеристики. „Приведенная" статическая экстремальная характеристика понимается в следующем смысле. Реально вычисленные y_q^* и y_{q-1}^* принадлежат при наличии дрейфа сдвинутым друг относительно друга положениям характеристики. Мы же стараемся отвлечься от временного дрейфа и „создать" положение экстремальной характеристики, которой принадлежат как y_q^*, так и y_{q-1}^*. Такое положение характеристики и назовем „приведенным". Для этого сравниваем y_q^* и $y_{q-1}^* + b_{k-1}(n+1)\tau + b_{k-2}\tau_3$ и после вычисления

$$
\delta_k = y_q^* - [\, y_{q-1}^* + b_{q-1}(n+1)\tau + b_{q-2}\,\tau_3 \,]
$$

совершаем следующий шаг по закону:

$$
\Delta x_{q+1} = k \cdot \operatorname{sign}(\delta_q \cdot \Delta x_q) \tag{7}
$$

Выражение (7) дает алгоритм быстрого поиска экстремума в ШСЭУ объектами с большой инерционностью и учитывает влияние монотонных возмущений, вызывающих вертикальный дрейф статической экстремальной характеристики.

Возможно дальнейшее уточнение влияния дрейфа экстремальной характеристики, если принять зависимость скорости дрейфа от времени в каждом шаге квадратичной; при этом потребуется еще одна дополнительная выдержка времени. Дальнейшие уточнения закона дрейфа, по-видимому, нецелесообразны ([3,4]).

Завод «Поливинацетат»

Ռ. Ս. ՌԱՖԱՅԵԼՅԱՆ, Գ. Լ. ՂԱՆԹԱՐՋՅԱՆ

Մոնոտոն գրգռումների ազդեցության հաշվառումն իներցիոն օբյեկտների էքստրեմալ ղեկավարման քայլային սիստեմներում

Հետազոտվում է այնպիսի օբյեկտի էքստրեմալ ղեկավարման քայլային սիստեմը, որը օժտված է զուտ ուշացման և մեծ իներցիոն հատկություններ-

րով։ օբյեկտը ենթարկված է ցածր հաճախականության գրգռումների ազդեցությանը։ Դուրս է բերվում էքստրեմալ արժեքի արագ որոշման ալգորիթմը, որը միաժամանակ հաշվի է առնում գրգռումների ազդեցությունը և դրանով իսկ կանխում է սիստեմի դուրս գալը կայուն վիճակից առանց կամուտատորի առկայության։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. В. Казакевич*, ДАН СССР, т. 26, № 3 (1969). [2] *В. В. Казакевич*, Труды 1-го Международного конгресса ИФАК, т. 2. Изд. АН СССР, 1961. [3] *В. В. Казикевич*, «Автоматика и телемеханика», № 12, 1966. [4] *В. В. Казикевич*, *Р. С. Рафаелян*, Труды 3-го Всесоюзного симпозиума по экстремальным задачам, Изд. Томского гос. университета, 1970.