

УДК 538.4

МЕХАНИКА

М. М. Минасян

О распространении слабых возмущений в магнитной газодинамике

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 18/IV 1972)

1. Пусть в движущейся неоднородной среде распространяется слабое магнитогазодинамическое возмущение. Возмущенное поле описывается системой уравнений (1)

$$\Delta \cdot \vec{H} = 0, \tag{1.1}$$

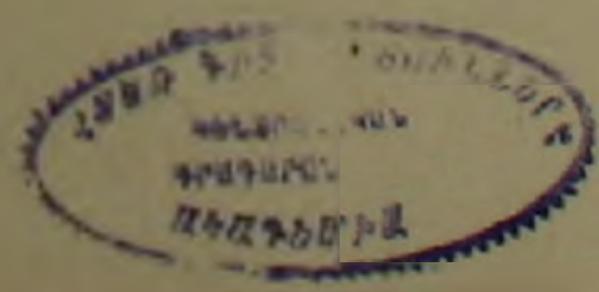
$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{H}) - \nabla \times (\nu_m \nabla \times \vec{H}), \tag{1.2}$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p + \mu_e (\nabla \times \vec{H}) \times \vec{H} + \mu \nabla^2 \vec{V} + \left(\xi + \frac{\mu}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{V}), \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{V}) = 0, \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} - a^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + V(\nabla p - a^2 \nabla \rho) = \frac{a^2 \alpha}{c_p} \left\{ \nabla \left[\frac{k}{\rho \alpha} \left(\frac{\gamma}{a^2} \nabla p - \nabla^2 \rho \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu}{3} \sum_{i,k=1}^3 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\xi - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \vec{V})^2 + \mu_e \nu_m (\nabla \times \vec{H})^2 \right. \right\}. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Здесь $V (v_1, v_2, v_3)$ — вектор скорости частицы, $\vec{H} (H_1, H_2, H_3)$ — вектор напряженности магнитного поля, p — давление, ρ — плотность, μ_e — магнитная проницаемость среды, μ, ν, k, ν_m и α — коэффициенты первой и второй вязкости, теплопроводности, магнитной вязкости и теплового расширения соответственно, a — адиабатическая скорость звука, c_p, c_v — удельные теплоемкости, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Система записана с учетом термодинамических соотношений для совершенного газа (2). Невозмущенное поле описывается той же системой с $\xi = \mu = \nu_m = k = 0$ и $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ (стационарное движение идеальной среды). Если Q_0 — значение параметров невозмущенной среды, а $Q = Q_0 + Q^1$ — их зна-



чение в возмущенной зоне, то будем считать Q^1/Q_0 малыми. Малыми и известными считаются коэффициенты диссипативных членов.

Систему уравнений для избыточных параметров представим в виде:

$$\nabla \cdot \bar{H}' = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \bar{H}'}{\partial t} + \nabla \times (\bar{H} \times \bar{v})' = \bar{L}_1, \quad (1.7)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} + [\rho(\bar{v} \nabla) \bar{v}]' + \nabla p' + \nu_e |\bar{H} \times (\nabla \times \bar{H})|' = \bar{L}_2, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \sigma_p'}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{v})' = L_3, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - a^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + [\bar{v}(\nabla p - a^2 \nabla \rho)]' = L_4. \quad (1.10)$$

Здесь знак ' относится к выражениям в скобках подобно знаку дифференцирования. В $\bar{L}_1, \bar{L}_2, L_3$ и L_4 входят нелинейные и диссипативные члены. Нулевой индекс для Q_0 будет опущен. В акустическом приближении фронт волны отождествляется с одной из характеристических поверхностей (²). Если $\varphi(t, \bar{x}) = t - \psi(\bar{x}) = 0$ фронт волны, то имеются три гамильтониана, соответствующие трем типам волн: альфвеновым или поперечным (A), "быстрым", (f) и "медленным", (s).

$$H_i(\bar{x}, \bar{\xi}_0, \bar{\xi}) = \bar{\xi}_0 + \bar{v} \bar{\xi} + c_i \cdot |\bar{\xi}|, \quad i=1, 2, 3, \quad \varphi_0 = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \bar{\xi} = \nabla \varphi \quad (1.11)$$

$$c_1 = c_A = \sqrt{\frac{\nu_e}{\rho} \frac{H \cdot \bar{\xi}}{|\bar{\xi}|}}, \quad (1.12)$$

$$c_{2,3} = c_{f,s} = \sqrt{\frac{a^2 + \frac{\nu_e}{\rho} H^2 \pm \sqrt{\left(a^2 + \frac{\nu_e}{\rho} H^2\right)^2 - 4a^2 \frac{\nu_e}{\rho} \left(\frac{H \cdot \bar{\xi}}{|\bar{\xi}|}\right)^2}}{2}}. \quad (1.13)$$

Здесь $c_{f,s}$ положительные корни уравнения

$$c^4 - c^2(a^2 + b^2) + a^2 \frac{\nu_e}{\rho} \left(\frac{H \cdot \bar{\xi}}{|\bar{\xi}|}\right)^2 = 0, \quad b^2 = \frac{\nu_e}{\rho} H^2, \quad (1.14)$$

Уравнения бихарактеристических полос имеют вид:

$$\frac{d\bar{x}_l}{dt} = \bar{v} + c_l \bar{n} + c_l (\bar{H} - \bar{H}_n \cdot \bar{n}), \quad l=1, 2, 3 \quad (1.15)$$

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = (\bar{A}_l \times \bar{n}) \times \bar{n}, \quad \bar{n} = \frac{\bar{\xi}}{|\bar{\xi}|}, \quad \bar{H}_n = \bar{H} \cdot \bar{n} \quad (1.16)$$

$$c_{j,3} = \sqrt{\frac{\mu_e}{\rho}}, \quad \bar{A}_j = (\mu_e \bar{v} + (\bar{n} \nabla) \sqrt{\frac{\mu_e H}{\rho}}) \bar{n} \times \left[\nabla \times \left(\bar{v} + \sqrt{\frac{\mu_e H}{\rho}} \right) \right] \quad (1.17)$$

$$c_{j,3}^2 = \mp \frac{\mu_e a^2 H \bar{n}}{\rho c_{j,3} \left(2c_{j,3}^2 - a^2 - \frac{\mu_e H^2}{\rho} \right)}, \quad \bar{A}_{j,3} = (\bar{n} \nabla) \bar{v} + \nabla c_{j,3} \quad (1.18)$$

Уравнения (1.15) и (1.16) немного отличаются от уравнений лучей, использованных в работе Базера (4).

Пусть

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_0(\bar{x}^0, t - t^0), \quad (1.19)$$

$$\bar{n}_0 = \bar{n}_0(\bar{x}^0, t - t^0),$$

решение системы (1.15) и (1.16). \bar{x}^0 — лагранжев радиус-вектор луча, соответствующий моменту времени t^0 . Индексом далее будут отмечены величины, взятые в точке \bar{x}_0 луча. Введем движущуюся прямоугольную систему координат $\bar{x}' (x_1, x_2, x_3)$ с началом в точке \bar{x}^0 и с осью x_1 , направленной по нормали \bar{n} к фронту. Имея в виду, что $\frac{d\bar{n}}{dt} = \bar{\Omega} \times \bar{n}$, где $\bar{\Omega} = \bar{A} \times \bar{n}$, запишем аналогичные соотношения для единичных векторов \bar{e}_2 и \bar{e}_3 , направленных по осям x_2, x_3 :

$$\frac{d\bar{e}_2}{dt} = \bar{\Omega} \times \bar{e}_2, \quad \frac{d\bar{e}_3}{dt} = \bar{\Omega} \times \bar{e}_3. \quad (1.20)$$

Тем самым, $\bar{\Omega}$ есть вектор угловой скорости вращения подвижного триедра.

В новой системе координат систему уравнений (1.6) — (1.10) представим в виде:

$$B_{0,i} \rho_1(\bar{H}') - H_n \rho_1(\bar{v}') + \bar{H} \rho_1(v_n) = \bar{C}_1, \quad (1.21)$$

$$\rho B_{0,i} \cdot \rho_1(\bar{v}') + \bar{n}' \rho_1(\bar{H} \cdot \bar{H}') - \mu_e H_n \rho_1(\bar{H}') + \bar{n}' \rho_1(\rho') = \bar{C}_2, \quad (1.22)$$

$$B_{0,i} \rho_1(\rho') + \rho a^2 \rho_1(v_n) = C_3. \quad (1.23)$$

Здесь $\rho_1(Q') = \frac{\partial Q'}{\partial x'_i} \bar{n}' (1,0,0)$ — вектор \bar{n} в подвижной системе.

$$B_{0,i} = -c_{0,i} + [\bar{n} (\bar{n} \nabla) \bar{v}]_0 \cdot x_1 - [\bar{n} (\bar{e}_2 \nabla) \sqrt{\frac{\mu_e H}{\rho}}]_0 x_2 - [\bar{n} (\bar{e}_3 \nabla) \sqrt{\frac{\mu_e H}{\rho}}]_0 x_3, \quad (1.24)$$

$$B_{0,i,3} = -c_{0,i,3} + [\bar{n} (\bar{n} \nabla) \bar{v}]_0 \cdot x_1 - [\bar{e}_2 \nabla c_{j,3}]_0 x_2 - [\bar{e}_3 \nabla c_{j,3}]_0 \cdot x_3, \quad (1.25)$$

При нахождении $B_{0,i}$ учитывалась неоднородность невозмущенной среды в малой окрестности точки \bar{x}_0 . Заметим, что из предыдущих соотношений нетрудно получить формулы:

$$\bar{n}(\bar{n}\nabla)\bar{v} + \bar{n}(\bar{n}\nabla)\sqrt{\frac{\rho_e}{\rho}}\bar{H} = \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{dx_A}{dt} \cdot \bar{n}\right), \quad (1.26)$$

$$\bar{n}(\bar{n}\nabla)\bar{v} + \bar{n}\nabla c_{f,s} = \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{d\bar{x}_{f,s}}{dt} \bar{n}\right), \quad \frac{d}{dt} = \frac{d\bar{x}_l}{dt} \nabla. \quad (1.27)$$

Предположим, что изучаемое течение представляет „короткую волну“ ($\varepsilon \ll 1$). Пусть Λ — характерная длина волны, Δ — характерный размер волны в плоскости, касательной к фронту, L — меньший из радиусов кривизны фронта и характерных размеров неоднородности, ω и ε — относительные порядки избыточных параметров. Характерные величины параметров (постоянные вдоль луча) соответствуют величинам невозмущенных параметров в начальной точке \bar{x}^0 луча.

Вводятся также безразмерные комбинации:

$$Re_1 = \frac{U^0 L}{\nu} \rho^0 \quad \text{— число Рейнольдса для „первой“ вязкости;}$$

$$Re = \frac{U^0 L \rho^0}{4/3\mu + \xi} \quad \text{— число Рейнольдса для „продольной“ вязкости;}$$

$$R_s = \frac{U^0 L}{\nu_m} \quad \text{— число магнитной вязкости;}$$

$$Pr = \frac{C_p \rho^0}{\kappa} \quad \text{— число Прандтля;}$$

$$R_H = \frac{\rho_e H^0 L}{\sqrt{\nu_m \rho_e}} \quad \text{— число Гартмана.}$$

Здесь характерная скорость U^0 совпадает либо с $C_1^0 = \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_0}} H^0$ либо с C_1^0 и C_2^0 .

В зоне возмущений имеют место следующие предварительные оценки:

$$\omega \ll \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1, \quad \frac{\varepsilon}{\Lambda} \sim 1, \quad \frac{\varepsilon}{\Lambda^2} \gg 1, \quad \Lambda \ll \Delta \quad (1.28)$$

$$\Delta \ll L, \quad \frac{\varepsilon}{\Delta} \sim \frac{\omega}{\Lambda} \quad Re_1 \gg 1, \quad R_s \gg 1, \quad Re \gg 1, \quad Re_1 \sim Re, \quad Pr \sim 1, \quad R_H \sim 1.$$

2. Рассмотрим сначала поперечные волны. В этом случае H_2, H_3, v_2, v_3 имеют порядок ε , а прочие — ω . В (1.21)–(1.23), удерживая только члены наибольшего порядка $\frac{\varepsilon}{\Lambda}$ и интегрируя полученную систему, имеем:

$$\sqrt{\frac{\rho_e}{\rho^0}} H_2 + V_2 = 0, \quad \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho^0}} H_3 + V_3 = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho_e H_{02} H_2 + \rho_e H_{03} H_3 = 0.$$

Решение (2.1) описывает простую волну или волну Римана (1). Введем величину q по формуле:

$$q = \frac{v_2'}{\sqrt{\frac{\nu_e}{\rho_0} H_{03}}} = -\frac{v_3'}{\sqrt{\frac{\nu_e}{\rho_0} H_{02}}} = -\frac{H_2}{H_{03}} = \frac{H_3}{H_{02}}, \quad (2.2)$$

Для порядка $\frac{\omega}{\Lambda} \sim \frac{\varepsilon}{\Delta}$ получаем систему:

$$\frac{\partial H_n}{\partial t} = H_{0n} \frac{\partial q}{\partial x_1} - H_{0n} \frac{\partial q}{\partial x_3}, \quad \frac{\partial v_1'}{\partial x_1} = -\sqrt{\frac{\nu_e}{\rho}} \frac{\partial H_n}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial p'}{\partial x_1} = \frac{\partial v_1'}{\partial x_1} = 0, \quad (2.3)$$

Чтобы получить уравнение для описания изменения q , поступим следующим образом. Разрешим системы (1.21)–(1.23) относительно одной из величин $p_1(H_2)$, $p_1(H_3)$, $p_1(v_2')$, $p_1(v_3')$, учитывая при этом предыдущие конечные и дифференциальные соотношения, а также систему уравнений для невозмущенного поля.

Пусть D – определитель системы (1.21)–(1.23)

$$D = \rho^3 \left| B_{0n,A}^2 - \frac{\nu_e}{\rho} H_n^2 \right| \cdot \left| B_{0n,A}^4 - B_{0n,A}^2 \left(a^2 + \frac{\nu_e}{\rho} H^2 \right) + a^2 \frac{\nu_e}{\rho} H_n^2 \right|. \quad (2.4)$$

Разлагая D в ряд Тейлора в окрестности точки \bar{x}_0 и удерживая только главные члены разложения, получим:

$$D = -2 \rho_0^3 b_{0n}^1 b_{0n}^2 x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dt} \right), \quad U_n = \frac{d \bar{x}}{dt} \cdot \bar{n}, \quad (2.5)$$

$$b_n^2 = \frac{\nu_e}{\rho} H_n^2, \quad b_n^1 = b^2 - b_n^2, \quad b^2 = \frac{\nu_e}{\rho} H^2.$$

В безразмерных переменных для q получается следующее уравнение:

$$\frac{dq}{dt} + x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dt} \right)_0 \frac{\partial q}{\partial x_1} + \frac{\omega}{\varepsilon \Delta} \left(\frac{\nu_e}{\rho a^2} \frac{b_n^2}{b^2} \right)_0 \cdot \left(\frac{\partial p'}{\partial x_2} b_{03} - \frac{\partial p'}{\partial x_3} b_{02} \right) + \frac{q}{2} \left[\frac{d \ln b^2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d \ln \rho}{dt} + \nabla \cdot \bar{\nabla} \right]_0 = \frac{1}{2 \Lambda^2} (Re_1^{-1} + R_2^{-1}) \frac{\partial^2 q}{\partial x_1^2}. \quad (2.6)$$

Системы (2.1), (2.2) и (2.6) описывают течение в поперечной волне. Заметим, что в (2.6) отсутствует нелинейный член. Кроме того, в каждой точке \bar{x}' волны производные взяты по новым направлениям, а именно, по направлениям, связанным с линейным фронтом, дошедшем до этой точки, в силу чего в (2.6) отсутствуют члены порядка

$$\Delta \cdot \frac{\varepsilon}{\Delta}.$$

Исключая p' , для q имеем уравнение

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t \partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dt} \right)_0 \frac{\partial q}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial q}{\partial x_1} \left(\frac{d \ln M}{dt} \right) = \frac{1}{2 \Lambda^2} (Re_1^{-1} + R_2^{-1}) \frac{\partial^2 q}{\partial x_1^2} \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) показывает, что структура поперечной волны квазиодномерная и можно принять $p' = p'_n = v'_n = H'_n = 0$.

Пользуясь уравнениями (1.15), (1.16) и (1.26) и системой невозмущенного движения, можно показать, что

$$2 \frac{d \ln M}{dt} = \frac{d \ln b_n^2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d \ln \rho}{dt} + \nabla \cdot \bar{v} = \frac{d}{dt} \frac{U_n^2 f \rho b_n^2}{b_n}, \quad \frac{d}{dt} \ln(U_n f) = \nabla \cdot \frac{d \bar{x}_n}{dt} \quad (2.8)$$

Здесь f — площадь поверхности элемента фронта, заключенного внутри элементарной трубки тока.

При $l^2 R_n \sim 1$ имеем уравнение

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi} + x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{d \xi} \right) \frac{\partial Q}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x_1^2}, \quad Q = q \left(U_n \sqrt{\frac{\rho f b_n^2}{b_n}} \right)_0, \quad d \xi = \frac{1}{2} (R_{e_1}^{-1} + R_{e_2}^{-1}) dt, \quad (2.9)$$

а при $l^2 R_n \gg 1$ уравнение

$$\frac{\partial q}{\partial t} + x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dt} \right)_0 \frac{\partial q}{\partial x_1} + q \left(\frac{d \ln M}{dt} \right)_0 = 0. \quad (2.10)$$

3. Аналогично поступим в случае „быстрых“ волн. Здесь только одна величина H'_n имеет порядок ω .

Уравнения порядка $\frac{\omega}{\lambda}$ дают решения простых волн.

$$\begin{aligned} -c_0 H'_2 - H_{0n} v'_2 + H_{12} v'_n &= 0, & -c_0 H'_3 - H_{0n} v'_3 + H_{03} v'_n &= 0, \\ -c_0 v'_n + \mu_c H_{02} H'_2 + \mu_c H_{03} H'_3 + p' &= 0, \\ -c_0 v'_2 - \mu_c H_{0n} H'_2 &= 0, & -c_0 v'_3 - \mu_c H_{0n} H'_3 &= 0, \\ -c_0 p' + \rho_0 a_0^2 v'_n &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Единственное уравнение порядка $\frac{\omega}{\Delta} \sim \frac{\omega}{\lambda}$ есть

$$\frac{\partial H'_n}{\partial x_1} = - \frac{c_0^2}{\rho_0 a_0^2 (c_0^2 - b_{0n}^2)} \left(H_{02} \frac{\partial p'}{\partial x_2} + H_{03} \frac{\partial p'}{\partial x_3} \right). \quad (3.2)$$

Для p' при $l^2 Re \gg 1$ получаем уравнение второго порядка

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dt} \right)_0 \frac{\partial p'}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[n_0 p' \frac{\partial p'}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial p'}{\partial x_1} \left(\frac{d \ln M}{dt} \right)_0 + \\ + A_{22}^0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_2^2} + 2A_{23}^0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_2 \partial x_3} + A_{33}^0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_3^2} = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где

$$A_{22} = \frac{c^2 F^2 (c^2 F^2 - a^2 b_n^2) - 4a^4 b_n^2}{2cF^3}, \quad A_{33} = \frac{c^2 F^2 (c^2 F^2 - a^2 b_n^2) - 4a^4 b_n^2 b_n^2}{2cF^3}$$

$$A_{22} = -\frac{c^2 F^2 + 4a^2 b_n^2}{2cF^3} a^2 b_2 b_n, \quad M = \sqrt{\frac{f^2 U_n^2 f}{\rho a^2 (c^2 - b^2) c^2}} \quad (3.4)$$

$$n = \frac{c(c^2 - b^2)}{\rho a^2 F^2} \left(m + \frac{3}{2} \frac{c^2 - a^2}{c^2 - b^2} \right), \quad m = \frac{1}{2\rho^2 a^2} \left| \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right|_0$$

$$F^2 = 2c^2 - a^2 - b^2.$$

В квазиодномерном случае ($\omega \ll \varepsilon \Delta$), без учета нелинейности, при $i^2 Re \sim 1$ получаем уравнение

$$\frac{\partial Q}{\partial z} + x_1 \left(\frac{d \ln U_n}{dz} \right)_0 \frac{\partial Q}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x_1^2}, \quad Q = M_0 p' \quad (3.5)$$

$$dz = \frac{1}{2Re} \left[1 + \frac{c^2 - b^2}{F^2} \frac{-1}{Pr} + \frac{a^2 b^2}{(c^2 - b^2) F^2} \frac{1}{R_{II}} \right] dt.$$

Укажем некоторые следствия, полученные из выведенных уравнений, следуя методу, предложенному в работе Г. Шефтера (*) для нейтрального газа.

Рассматривая волны с линейным профилем без учета диссипации, находим интенсивности и длины ударных волн (отмечены звездочкой). Для поперечных волн

$$q^* = \frac{c_1}{U_{0n}} \left(\sqrt{\frac{b_n}{\rho f}} \right)_0, \quad \lambda^* = c_2 U_{0n}, \quad (3.6)$$

Для „быстрых“ магнитогазодинамических волн

$$p^* = \frac{a_0 f_0}{U_{0n}} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0 (c_0^2 - b_0^2)}{f_0 \cdot F_0^2}} \left| c_1 + \int_0^t \frac{n_0 a_n}{U_{0n}} \sqrt{\frac{\rho_0 a_0 (c_0^2 - b_0^2)}{f_0 \cdot F_0^2}} dt \right|^{-1},$$

$$\lambda^* = \frac{U_{0n}^2}{a_0} \sqrt{\frac{f_0 \cdot F_0^2}{\rho_0 a_0^2 (c_0^2 - b_0^2)}} \cdot p^*. \quad (3.7)$$

Здесь c_i — произвольные постоянные вдоль луча и определяются по значениям q^* , p^* , λ^* в начальной точке x^* . Полученные формулы затухания слабых волн справедливы при $i^2 \ll L$. Это условие не нарушается для поперечных волн при небольших изменениях U_n .

Автор благодарит А. Г. Багдоева за ценные указания и обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Ի. Գ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Թույլ գրգռումների տարածումը մագնիսագազադինամիկայում

Դիտարկվում է թույլ հարվածային ալիքների տարածումն անհամասեռ շարժվող միջավայրում՝ դիսիպատիվ գործոնների հաշվառումով:

Ստացված են մագնիսագազադինամիկական «ուարձ» ալիքների հավասարումները: Գծային պրոֆիլ ունեցող ալիքների համար ստացված են ալիքների երկարությունների և ինտենսիվությունների արտահայտությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Г. Куликовский, Г. А. Любимов, Магнитная гидродинамика, М., 1962. ² О. С. Рыжов, ПММ, №2, 1961. ³ Р. Курант, Уравнения с частными производными. Изд. "Мир", М., 1965. ⁴ J. Vazir, O. Fleischman, Propagation of Weak Hydromagnetic Discontinuities. The Physics of Fluids v.2. n.4. 1959. ⁵ А. А. Гриб, О. С. Рыжов С. А. Христианович ПМФТ, №1, 1950. ⁶ К. Е. Губкин, ПММ, №4, т XXII, 1958. ⁷ Г. М. Шефтер, ПММ, №1, 1969. ⁸ А. Г. Багдоев, "Известия АН Арм. ССР", Мех №1, 1971.