

УДК 651

МАТЕМАТИКА

Г. А. Арутюнян, Л. З. Григорян

Об эффективности адаптивных систем управления

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 1 V 1972)

Управление сложными системами связано с трудностями, возникающими из-за большого количества управляемых параметров, которые в свою очередь связаны с параметрами внешней среды или со случайными функциями. Случайные факторы не дают возможности для некоторых операций отметить моменты их выполнения. Поэтому для организации управления пользуются достижениями различных научных дисциплин (1).

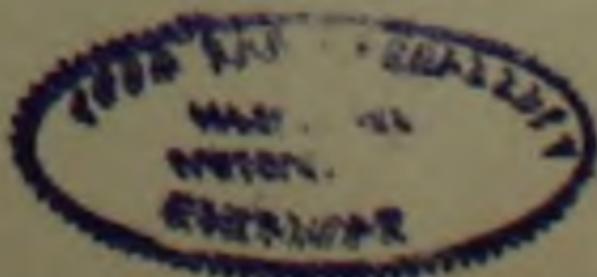
Одним из средств преодоления отмеченных трудностей является адаптивный метод, оказавшийся полезным инструментом для решения различных по характеру задач (2-6).

Ниже на примере выполнения последовательности независимых работ рассматриваются преимущества адаптивной системы управления по сравнению с плановой, при которой последовательность выполнения операций детерминирована. Пусть требуется выполнить последовательность операций a_1, a_2, \dots, a_n . Случайные свойства среды описываются вектором $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, где $c_j = 0$ с вероятностью p_j и равняется 1 с вероятностью $q_j = 1 - p_j$. Операция a_j может быть выполнена лишь при $c_j = 0$. При плановой системе управления, когда последовательность выполнения работ $a_{1n}, a_{1n}, \dots, a_{1n}$ задана, сроки выполнения последовательности операций могут растягиваться из-за отсутствия благоприятствующих условий среды, т. е. при $c_j = 1$. Если предположить, что время — дискретно и в каждый момент времени может быть выполнена лишь одна операция, то легко получить математическое ожидание числа тактов, необходимых для выполнения последовательности n работ.

Это математическое ожидание выражается формулой

$$E_n[T] = \sum_{j=1}^n \frac{1}{q_j} \tag{1}$$

Адаптивный способ управления операциями предполагает их выполнение в зависимости от наличия благоприятствующих условий



среды, т. е. в данный момент выполняется та работа, для которой в данный момент условия благоприятны, т. е. соответствующие $c_k = 1$. Оптимальным адаптивным управлением мы будем называть такое управление, которое обеспечивает минимальное время выполнения всех n операций.

Так как каждая операция может быть выполнена за 1 такт при $c_j = 0$, то минимального времени выполнения всех операций можно достигнуть за счет правильно установленных приоритетов, если условие будет выполнено для нескольких операций. Эту задачу можно решить методом исключения из каждой пары операций, для которых условия среды благоприятствуют. Поэтому без ограничения общности рассмотрим случай $n = 2$, т. е. установим способ установления приоритета выполнения операций, для которых соответствующие $c_k = 0$.

К этому случаю можно привести последовательный подбор пар операций. Пусть условия благоприятствуют выполнению операций a_1 и a_2 . Если отдать предпочтение операции a_1 , то легко показать, что математическое ожидание числа тактов для выполнения этих операций определяется формулой

$$E_{a_1} | T | = \frac{1}{1 - p_1 p_2} \left(\frac{q_1}{q_2} + \frac{q_2}{q_1} + p_2 \right). \quad (2)$$

Если же приоритет отдан операции a_2 , то

$$E_{a_2} | T | = \frac{1}{1 - p_1 p_2} \left(\frac{q_2}{q_1} + \frac{q_1}{q_2} + p_1 \right). \quad (3)$$

Пусть $p_1 > p_2$, тогда из (2) и (3) получается

$$E_{a_1} | T | < E_{a_2} | T |.$$

Следовательно, оптимальность адаптивного управления достигается при приоритете, отдаваемом операции, которой соответствует наименьшая вероятность благоприятствия условий среды. Таким образом, если условия среды благоприятствуют выполнению только одной операции, то выполняется именно она.

Если же условия среды благоприятствуют выполнению нескольких операций, то выполняется та, для которой вероятность наименьшая. Если же условия равновероятны, то выполняется любая.

Относительный выигрыш во времени, который обеспечивает адаптивная система управления по сравнению с плановой, определяется формулой

$$\eta | T | = \frac{E_n | T | - E_a | T |}{E_a | T |}. \quad (4)$$

Здесь $E_a | T |$ — математическое ожидание числа тактов при адаптивном управлении, требуемого для выполнения n операций

$$E_a | T | = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 - p_i}. \quad (5)$$

$$z|T| = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sum_{i=1}^j p^i} \quad (6)$$

(Отсюда видно, что при $q=0$ плановая система, не предполагающая дополнительной затраты времени на обработку информации, выгоднее, так как $z|T|=0$).

Преимущество адаптивной системы обнаруживается при $q=1$. В этом случае из (6) можно получить

$$1 - \frac{1}{n} (1 + \ln n) < \lim_{q \rightarrow 1} z|T| < 1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{n} + \ln \frac{n}{2} \right) \quad (7)$$

Вычисляя здесь предел при $n \rightarrow \infty$, находим

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{q \rightarrow 1} z|T| = 1. \quad (8)$$

Таким образом, чем меньше вероятность благоприятствования условий среды и чем больше длина последовательности, тем выгоднее адаптивная система, которая может обеспечить выигрыш во времени до 100% (согласно формуле (8)).

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Հ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Լ. Զ. ՉՐԿԱՐՅԱՆ

Վեկավարման ադապտիվ ճամակագրերի էֆեկտիվության վերաբերյալ

Դիտարկվում է պատահական միջավայրում անկախ աշխատանքների հաջորդականության կատարումը կազմակերպելու խնդիրը:

Աշխատանքը կարող է կատարվել միայն այն դեպքում, երբ միջավայրի պայմանները բարենպաստ են: Առաջարկված է այդպիսի աշխատանքների հաջորդականությունը կատարելու կազմակերպման ալգորիթմ:

Քննարկված է առաջարկված ալգորիթմի էֆեկտիվությունը, եղծած է այդ էֆեկտիվությանը գնահատելու հայտանիշ: Այդ հայտանիշի օգնությամբ թընկարկված են որոշ սահմանային դեպքեր:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԿԱՐՅԱՆ

- ¹ Р. Джонсон, Ф. Каст, Д. Розенцвейг, Системы и руководство, Изд. «Советское радио», М., 1971. ² Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беллев, А. Д. Соловьев, Математические методы в теории надежности, Изд. «Наука», М., 1965. ³ У. Р. Эшби, Введение в кибернетику, И. Л., М., 1960. ⁴ Адаптивные системы. Большие системы. Тр. I Всесоюзного симпозиума по стат. проблемам в технической кибернетике, Изд. «Наука», М., 1971. ⁵ Я. Э. Цыпкин, Адаптация и обучение в автоматических системах, Изд. «Наука», М., 1968. ⁶ М. Л. Цетлин, Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем, Изд. «Наука», М., 1969.