

УДК 621.311

ЭНЕРГЕТИКА

Член корреспондент АН Армянской ССР Г. Т. Адонц

Уравнения электрических режимов энергосистемы, основанные на гибридных матрицах

(Представлено 20/IV 1972)

Уравнения режима многополюсника (1), представляемого Y или Z параметрами имеют следующий вид.

$$|Y_{mk}| \cdot |U_k e^{j\psi_k}| = \left| \frac{1}{U_m} (P_m - jQ_m) e^{j\psi_m} \right| \quad (1)$$

$$|Z_{mk}| \left| \frac{1}{U_k} (P_k - jQ_k) e^{j\psi_k} \right| = |U_m e^{j\psi_m}|, \quad (2)$$

где $m, k = 1 \div n = r + n$ — индексы генераторных ($s = 1 \div r$) и нагрузочных ($s = r + 1 \div r + n$) узлов системы.

Расчеты режимов (2) системы сводятся или, к определению модулей U и фаз ψ комплексных напряжений по заданным активным — P и реактивным — Q мощностям узлов, или к определению: фаз напряжений всех узлов, реактивных мощностей Q_c — генераторных узлов, модулей напряжений U_s — нагрузочных узлов по заданным: P — всех узлов, Q_s — нагрузочных узлов и U_c — генераторных узлов.

В обеих постановках задачи системы (1) и (2) оказываются нелинейными и могут быть решены только итерационными методами.

Настоящая статья посвящена составам уравнений режимов, основанных на новых трех типах гибридных матриц, получаемых на базе матриц $[Z]$ и $[Y]$. Использование уравнений с гибридными (1) матрицами позволит преодолеть недостатки расчетов, основанных на матрицах $[Y]$ или $[Z]$. Как известно, к недостаткам расчетов по уравнениям с $[Y]$ относится то, что в ряде случаев итерации оказываются расходящимися или сходящимися к физически нереализуемым решениям.

Постановка задачи. Задаются: матрицы $|Y_{mk}|$ или $|Z_{mk}|$ параметров многополюсника с $m, k = 1 \div n$ независимыми узлами; активные мощности P_c, P_n , реактивные мощности Q_s , а также модули напряжений U_c или реактивные мощности Q_c генераторных ($s = 1 \div r$) и нагрузочных ($s = r + 1 \div r + n$) узлов.

Требуется определить структуру уравнений для расчетов следующих параметров электрических режимов энергосистемы: модули напряжений U_s , фазы комплексных напряжений ψ_c и ψ_s , реактивные мощности Q_c или напряжения U_c .

Элементы матриц коэффициентов этих уравнений должны быть получены из элементов матриц $[Y]$ или $[Z]$ уравнений (1) и (2).

Исходные уравнения (1) и (2) с учетом условий сформулированной задачи могут быть записаны в следующей форме.

$$\begin{bmatrix} |Y_{cc}| & |Y_{cs}| \\ |Y_{sc}| & |Y_{ss}| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} |U_c e^{j\psi_c}| \\ |U_s e^{j\psi_s}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c} (P_c - jQ_c) e^{j\psi_c} \right| \\ \left| \frac{1}{U_s} (P_s - jQ_s) e^{j\psi_s} \right| \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} |Z_{cc}| & |Z_{cs}| \\ |Z_{sc}| & |Z_{ss}| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c} (P_c - jQ_c) e^{j\psi_c} \right| \\ \left| \frac{1}{U_s} (P_s - jQ_s) e^{j\psi_s} \right| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |U_c e^{j\psi_c}| \\ |U_s e^{j\psi_s}| \end{bmatrix} \quad (4)$$

где $|Y_{cc}|$, $|Y_{cs}|$, $|Y_{sc}|$, $|Y_{ss}|$ — подматрицы узловых проводимостей независимых генераторных (с) и нагрузочных (s) узлов многополюсника с г- и независимыми узлами, $|Z_{cc}|$, $|Z_{cs}|$, $|Z_{sc}|$, $|Z_{ss}|$ — подматрицы узловых сопротивлений тех же независимых узлов многополюсника;

$|U_c e^{j\psi_c}|$, $|U_s e^{j\psi_s}|$ — вектора комплексных напряжений тех же узлов многополюсника;

$\left| \frac{1}{U_c} (P_c - jQ_c) e^{j\psi_c} \right|$, $\left| \frac{1}{U_s} (P_s - jQ_s) e^{j\psi_s} \right|$ — вектора сопряженных комплексных токов генераторных и нагрузочных ветвей многополюсника;

На основе уравнений (3) и (4) могут быть получены следующие четыре структурно различные уравнения, элементы матриц коэффициентов которых будут содержать как сопротивления, так и проводимости. Для таких матриц принимается название «гибридных» и обозначение $|H_{mk}|$, где $m, k = 1 \dots n$ и \dagger г индексы независимых узлов многополюсника.

1. Уравнения с гибридной матрицей $|H_{mk}^I|$ получаются путем преобразования исходных уравнений (3) и могут быть представлены в следующей записи.

$$\begin{bmatrix} |Y_{cc}|^{-1} & |Y_{cc}|^{-1} |Y_{cs}| \\ |Y_{sc}| & |Y_{cc}|^{-1} |H_{ss}^I| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c} (P_c - jQ_c) e^{j\psi_c} \right| \\ |U_s e^{j\psi_s}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |U_c e^{j\psi_c}| \\ \left| \frac{1}{U_s} (P_s - jQ_s) e^{j\psi_s} \right| \end{bmatrix}$$

где $|H_{ss}^I| = |Y_{ss}| - |Y_{sc}| \cdot |Y_{cc}|^{-1} \cdot |Y_{cs}|$. (5)

верхний индекс -1 означает операцию обращения матрицы. Из (5) видно, что наибольшее число вычислительных операций для получения матрицы $[H_{mk}^I]$ определяется обращением подматрицы $[Y_{cc}]$. Однако этот объем вычислительных операций намного меньше числа операций, связанных с получением матрицы узловых сопротивлений путем обращения всей матрицы $[Y_{mk}]$.

Как известно обращение матрицы $[Y_{mk}]$ необходимо для целого ряда методов расчета электрических режимов энергосистемы.

Уравнения (5) более удобны для итерационных расчетов значений ψ_c, U_c, ψ_s, U_s по заданным параметрам P_c, Q_c, P_s, Q_s режима системы.

2. Уравнения с гибридной матрицей $[H_{mk}^{II}]$ получаются путем преобразования исходных (3) и имеют вид

$$\begin{bmatrix} [H_{cc}^{II}] & [Y_{cs}][Y_{ss}]^{-1} \\ -[Y_{ss}]^{-1}[Y_{sc}] & [Y_{ss}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U_c e^{j\psi_c}] \\ \frac{1}{U_s}(P_s - jQ_s)e^{j\psi_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c}(P_c - jQ_c)e^{j\psi_c} \right| \\ [U_s e^{j\psi_s}] \end{bmatrix} \quad (6)$$

где $[H_{cc}^{II}] = [Y_{cc}] - [Y_{cs}][Y_{ss}]^{-1}[Y_{sc}]$

Уравнения (6) удобны для итерационных расчетов значений: ψ_c, Q_c, U_s, ψ_s по заданным: P_c, U_c, P_s, Q_s .

Заметим, что гибридная матрица вида $[H_{mk}^{II}]$ впервые была предложена в работе (3).

3. Уравнения с гибридной матрицей $[H_{mk}^{III}]$ получаются из исходных (4) и имеют вид.

$$\begin{bmatrix} [H_{cc}^{III}] & [Z_{cs}][Z_{ss}]^{-1} \\ -[Z_{ss}]^{-1}[Z_{sc}] & [Z_{ss}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c}(P_c - jQ_c)e^{j\psi_c} \right| \\ [U_s e^{j\psi_s}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U_c e^{j\psi_c}] \\ \left| \frac{1}{U_s}(P_s - jQ_s)e^{j\psi_s} \right| \end{bmatrix} \quad (7)$$

где $[H_{cc}^{III}] = [Z_{cc}] - [Z_{cs}][Z_{ss}]^{-1}[Z_{sc}]$.

Уравнения (7) по своей структуре аналогичны уравнениям (5) и удобны для итерационных расчетов значений: ψ_c, U_c, ψ_s, U_s по заданным параметрам: P_c, Q_c, P_s, Q_s режима системы с $n = \gamma +$ и независимыми узлами.

4. Уравнения с гибридной матрицей $[H_{mk}^{IV}]$ получаются из исходных (4) и записываются так:

$$\begin{bmatrix} [Z_{cc}]^{-1} - [Z_{cc}]^{-1}[Z_{cs}] \\ [Z_{ss}] & [Z_{cc}]^{-1} & [H_{ss}^{IV}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U_c e^{j\psi_c}] \\ \frac{1}{U_s}(P_s - jQ_s)e^{j\psi_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \frac{1}{U_c}(P_c - jQ_c)e^{j\psi_c} \right| \\ [U_s e^{j\psi_s}] \end{bmatrix} \quad (8)$$

где $[H_{ss}^{IV}] = [Z_{ss}] - [Z_{sc}][Z_{cc}]^{-1}[Z_{cs}]$.

Уравнения (8), как и (6), удобны для итерационных расчетов значений: ψ_c, Q_c, U_c, ψ_s по заданным параметрам: P_c, U_c, P_s, Q_s режима системы, представляемой многополюсником с $n = r + n$ независимыми узлами.

Пример. Задана матрица (табл. 1) узловых проводимостей $Y_{mk} = (g_{mk} - jb_{mk})10^{-4}$ одной системы с $c = 1 : 4$ генераторными и $s = 5 : 8$ нагрузочными узлами. Требуется получить гибридную матрицу коэффициентов уравнений (5). Так как $Y_{mk} = Y_{km}$, то в табл. 1 приводятся значения элементов главной диагонали и ненулевых элементов, расположенных вправо от нее

Таблица 1

m, k	1-1	1-7	2-2	2-6	3-3	3-5	4-4	4-8
g_{mk}	0.735	-0.735	0.709	-0.709	19.516	-19.516	73.17	-73.17
b_{mk}	149.25	-149.25	108.69	-108.69	184.15	-184.15	341.45	-341.45
m, k	5-5	5-6	5-7	6-6	6-7	7-7	7-8	8-8
g_{mk}	52.577	-21.917	-11.107	32.076	-9.451	64.08	-42.75	115.95
b_{mk}	393.55	-131.64	-70.51	291.82	-57.645	453.31	-135.71	520.30

В результате выполнения операций, указанных в матрице уравнений (5), получаются следующие (табл. 2.) ее параметры $h_{mk} + j'l_{mk}$. Приводятся лишь ненулевые элементы

Таблица 2

m, k	1-1	2-2	3-3	4-4	1-7, 2-6	3-5, 4-8	5-3, 6-2	7-1, 8-4
h_{mk}	0.33	0.6	5.7	6	1	1	-1	-1
l_{mk}	67	92	53.7	28	0	0	0	0
m, k	5-5	5-6, 6-5	5-7, 7-5	6-6	6-7, 7-6	7-7	7-8, 8-7	8-8
h_{mk}	33.03	-21.917	-11.107	31.367	-9.454	63.35	-42.75	42.78
l_{mk}	-199.41	131.64	70.545	-186.127	57.685	-304.06	185.71	-178.83

Таким образом, наряду с широко распространенными уравнениями электрических режимов энергосистем, в которых в качестве коэффициентов используются узловые проводимости Y_{mk} или узловые сопротивления Z_{mk} , могут получить применение предлагаемые уравнения (5) - (8) с гибридными матрицами $[H_{mk}]$.

Для получения гибридных матриц уравнений (5) - (8) необходимы операции обращения подматриц, соответственно $(Y_{cc}), (Y_{ss}), (Z_{cc}), (Z_{ss})$, где c — индекс генераторных, s — индекс нагрузочных узлов системы.

Применение уравнений с гибридными матрицами позволит преодолеть недостатки, характерные для уравнений с матрицами узловых проводимостей (трудная сходимость итерации) и матрицами узловых сопротивлений (трудность реализации на ЭЦВМ задач с большим числом узлов).

Уравнения с гибридными матрицами могут оказать существенное влияние на скорость и сходимость итераций при решении различных задач оптимизации и устойчивости установившихся и переходных режимов энергосистем и их объединений.

Էներգահամակարգի էլեկտրական ուժի մեծության հավասարումներ,
հիմնված հիբրիդային մատրիցաների վրա

Էներգահամակարգերի էլեկտրական ուժի մեծության տարածում ստացած հավասարումների հետ, որոնց մեջ որպես գործակիցներ սպտադործվում են Y_{mk} հանգուցային հաղորդականությունները կամ Z_{mk} հանգուցային դիմադրությունները, կարող են կիրառություն գտնել նաև առաջարկվող Հիբրիդային [Hmk] մատրիցաներով (5) - (8) հավասարումները: Այդ հավասարումները տանալու համար անհրաժեշտ են համապատասխանորեն $[Y_{cc}]$, $[Y_{ss}]$, $[Z_{cc}]$, $[Z_{ss}]$ ենթամատրիցաների շրջման գործողություններ, որտեղ C համակարգի գծներատորային հանգույցների S -բևույցին հանգույցների ինդեքսներն են:

Հիբրիդային մատրիցաներով հավասարումների կիրառումը հնարավորություն կտա հաղթահարել հանգուցային հաղորդականությունների և հանգուցային դիմադրությունների մատրիցաներով հավասարումներին քնորոշվածությունները (իտերացիայի զուգամիտման դժվարություն, երբ հավասարումներում օգտագործվում է հանգուցային հաղորդականությունների մատրիցան և էՔՀՄ վրա մեծ քանակությամբ հանգույցներով խնդիրների իրացման դժվարությունները, երբ հավասարումներում օգտագործվում է հանգուցային դիմադրությունների մատրիցան):

Հիբրիդային մատրիցաներով հավասարումները կարող են զգալի ազդեցություն գործել էներգահամակարգերի և նրանց միավորումների հաստատուն և անցողիկ ուժի մեծություն, կայունության և օպտիմիզացիայի տարրեր խնդիրների լուծման ժամանակ, իտերացիայի արագության և զուգամիտման վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Г. Т. Адоиц, Многополюсник, изд. АН Арм. ССР, 1965. ² Г. Т. Адоиц, „Электричество“, № 2, 1970. ³ H. W. Hale, R. W. Goodrich, Trans. AIEE, vol. 78, 1959.