

УДК. 535.341

ФИЗИКА

Ф. П. Сафарян

К теории поглощения γ -квантов ядерной спиной системой

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 8 III 1972)

1. В литературе имеется много работ по теории γ -спектроскопии резонансных ядер, где исследованы влияния некоторых существенных факторов, связанных с динамикой кристаллической решетки, на спектральные характеристики (ширина, положение, интенсивность) линии Мессбауэра (см., например ⁽¹⁾). Так, достаточно хорошо исследовано влияние теплового движения ионов кристалла на интенсивность, ширину и положение линии поглощения (или испускания) γ -квантов ядерной спиной системой ⁽²⁾. Но необходимо учитывать, что динамика колебаний решетки влияет на вышеуказанные характеристики линии γ -поглощения также косвенным путем — через изменения локальных электрических или магнитных полей в точке, где находится резонансное ядро. Периодическое изменение электрических и магнитных полей, вызываемых колебанием кристаллической решетки, может стать причиной не только уширения ⁽³⁾ ядерных уровней (приводящих к уширению спектральных линий), а также к изменению положения и интенсивности этих линий. При этом связь между спиной системой и решеткой может осуществляться разными способами. В теории ЯМР хорошо известны, например, электронно-квадрупольное, магнитно-дипольно-, ядер-магнитное и т. д. спин-фононное взаимодействие.

В настоящей работе, методом температурных функций Грина, вычисляется коэффициент поглощения γ -кванта ядерной спиной системой для общего случая косвенного взаимодействия спиной системы с решеткой. Затем в конкретном случае квадрупольного спин-фононного взаимодействия, приближенно оцениваются роли новых температурно-зависящих членов в интенсивности, положении и ширине линий.

2. Вычисление коэффициента поглощения γ -кванта основано на применении теоремы Кубо об отклике системы на внешнее периодическое малое возмущение. Для коэффициента поглощения γ -кванта частотой ω можно написать ⁽⁴⁾:

$$\alpha(\omega) = CI_m \left(\frac{1}{\hbar} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-\epsilon|t|} \langle [M(t), M] \rangle \right), \quad (1)$$

где

$$C = \frac{\pi \omega^2 |E_0|^2}{2I_0 E_s(\omega)}, \quad \beta = \frac{h}{kT}$$

I_0 — плотность потока энергии (вектор Умова—Пойнтинга);

E_0 — амплитуда электромагнитного колебания (для γ -лучей);

$$E_s(\omega) = \frac{h\omega}{2} \operatorname{cth}(\beta h\omega); \quad M(t) = e^{iHt} M e^{-iHt},$$

(H — гамильтониан системы); где M — оператор взаимодействия ядра с излучением:

$$M = \sum_n \frac{q_n}{m_n} (\varepsilon \pi_n) e^{-iK r_n}, \quad (2)$$

где: q_n , m_n , π_n и r_n — соответственно, заряд, масса, импульс и координата n -го нуклона; ε и K — соответственно, вектор поляризации и импульс поглощенных лучей.

Переходя от лабораторной системы отсчета к системе, связанной с резонансным ядром посредством преобразования $\rho = r - R_n$ (R_n — координата центра массы ядра) получим:

$$M = d(\rho) e^{-iK R_n}, \quad (2a)$$

где

$$d(\rho) = \sum_n \frac{q_n}{m_n} (\varepsilon \pi_n) e^{-iK \rho_n}$$

часть оператора взаимодействия, зависящая только от внутренних координат ρ_n нуклонов.

В представлении вторичного квантования M имеет вид:

$$M = \sum_{\alpha, \beta} d_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} + a_{\beta} \exp \left\{ -K_n \sum_{\sigma} \sqrt{\frac{h}{2M\omega_{\sigma}}} e_{\sigma} (b_{\sigma}^{\dagger} + b_{\sigma}) \right\}, \quad (2b)$$

где

$$d_{\alpha\beta} = \sum_n \frac{q_n}{m_n} (\varepsilon \pi_n) \int \varphi_{\alpha}^{\dagger}(\rho_n) e^{-iK_n \rho_n} \varphi_{\beta}(\rho_n) d\rho_n,$$

a_{α}^{\dagger} , a_{β} — операторы рождения и уничтожения нуклонов (они подчиняются антикоммутационному соотношению для ферми-частиц $\{a_{\alpha}^{\dagger}, a_{\beta}\} = \delta_{\alpha\beta}$); b_{σ}^{\dagger} , b_{σ} — бозевские операторы рождения и уничтожения фононов решетки, e_{σ} — коэффициенты, связывающие координаты ядер R_n с нормальными координатами решетки; $\varphi_{\alpha}(\rho_n)$ — собственные функции ядра (резонансное ядро рассматривается в приближении модели оболочки, учитывающей, в основном, одночастичное взаимодействие между нуклонами)*.

* Учет коллективного взаимодействия нуклонов привел бы к значительному математическому усложнению задачи, но не изменяя бы существенно физического содержания результатов.

k_z — проекция импульса γ -лучей по направлению z (считается, что γ -лучи распространяются в кристалле по направлению z).

Формулу (1), после подстановки в ней формулы (26) и использования известной формулы (5)

$$\langle |A, B| \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \langle A/B \rangle_{\omega+i\epsilon} - \langle A/B \rangle_{\omega-i\epsilon} | e^{-\epsilon \omega} d\omega,$$

можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \chi(\omega) = C \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \text{Im} \left(\frac{1}{h} e^{-2\epsilon \omega} \sum_{\alpha, \beta} \sum_{\alpha', \beta'} d_{\alpha, \beta} d_{\alpha', \beta'} \times \right. \\ \left. \times \left| \langle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} / a_{\alpha'}^{\dagger} a_{\beta'} \rangle_{\omega+i\epsilon} - \langle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} / a_{\alpha'}^{\dagger} a_{\beta'} \rangle_{\omega-i\epsilon} \right| \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\langle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} / a_{\alpha'}^{\dagger} a_{\beta'} \rangle_{\omega}$ — фурье-образ двухчастичной температурной функции Грина:

$$e^{-2\epsilon \omega} = \left| \langle \exp \left\{ -iK_z \sum_{\alpha, \beta} \sqrt{\frac{h}{2M\omega_{\alpha}}} e_{\alpha, \beta} (b_{\alpha}^{\dagger} + b_{\alpha}) \right\} \rangle \right|^2 \quad (4)$$

Разлагая экспонент, входящий в формулу (4) в ряд и вычисляя коммутационные функции от бозе-операторов $b_{\alpha}^{\dagger}, b_{\alpha}$, легко можно показать, что

$$e^{-2\epsilon \omega} = \exp \left\{ -\frac{K_z^2 h}{2M} \sum_{\alpha, \beta} \frac{(e_{\alpha, \beta})^2}{\omega_{\alpha}} (1 + 2v_{\alpha}) \right\}, \quad (4a)$$

которая представляет собой хорошо известный фактор Дебая-Валлера в интенсивности линии γ -поглощения ($v_{\alpha} = \langle b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} \rangle = (\exp \hbar \omega_{\alpha} - 1)^{-1}$ — число фононов типа α в кристалле).

3. Таким образом, вычисление коэффициента поглощения γ кванта ядерной системой (3) свелось к вычислению фурье-образа двухвременной температурной функции Грина. Последняя вычислена применительно к весьма общей форме гамильтониана спин-фононной связи, которую можно представить так:

$$\begin{aligned} H = \sum_{\alpha} E_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \sum_{\alpha} \sum_{\alpha'} B_{\alpha \alpha'}^{(1)}(\nu, \nu') a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha'} (b_{\alpha}^{\dagger} + b_{\alpha}) + \\ + \sum_{\alpha} \sum_{\alpha'} B_{\alpha \alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha'} (b_{\alpha}^{\dagger} + b_{\alpha}) (b_{\alpha'}^{\dagger} + b_{\alpha'}) + \dots + \text{э. с.}, \end{aligned} \quad (5)$$

где E_{α} — собственные значения энергии ядра, соответствующие функциям $\varphi, (\psi)$ (ν — нумирует как разные ядерные состояния, так и их спиновые зеемановские или квадрупольные подуровни); $\hbar \omega_{\alpha}$ — энергия фонона типа α , $B_{\alpha \alpha'}^{(1)}(\nu, \nu')$ и $B_{\alpha \alpha'}^{(2)}(\nu, \nu')$ — матричные элементы первых двух порядков спин-решеточного взаимодействия, они в общем случае имеют следующий вид:

$$B_{\alpha \alpha'}^{(n)}(\nu, \nu') = \int \varphi_{\nu}^{\dagger}(\phi) B_{\alpha \alpha'}^{(n)}(\phi) \varphi_{\nu'}(\phi) d\phi, \quad (5a)$$

где $B_{\alpha}^{(n)}(\rho)$ — член n -го порядка в разложении потенциальной функции спин-фоонного взаимодействия. Для конкретных типов взаимодействий (квадрупольное, дипольное и т. д.) коэффициенты $B(\nu, \nu')$ имеют конкретные выражения.

4. Составление цепочки уравнений для фурье-образа двухчастичной функции Грина, входящей в формулу (3) и его решение осуществлялось с помощью обычной процедуры — применения теории возмущения для температурных функций Грина (5). При этом диагональные функции $\langle a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} / a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} \rangle_{\epsilon}$, соответствующие прямым переходам $\lambda \rightarrow \lambda'$ и недиагональные функции $\langle a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} / a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} \rangle_{\epsilon}$, соответствующие интерференции переходов между три или четыре узлами вычислялись отдельно.

Так, например, для них получились выражения:

$$\langle a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} / a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} \rangle_{\epsilon} = \frac{i/2\pi I_{\lambda\lambda}^{(n)}(E)}{E - E_{\lambda\lambda'} + E_{\lambda} - M_{\lambda\lambda'}(E)} \quad (9a)$$

$$\langle a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} / a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} \rangle_{\epsilon} = \frac{i/2\pi I_{\lambda\lambda'}^{(n)}(E)}{[E - E_{\lambda\lambda'} + E_{\lambda} - M_{\lambda\lambda'}(E)][E - E_{\lambda\lambda'} + E_{\lambda'} - M_{\lambda\lambda'}(E)]} \quad (9b)$$

где $M_{\lambda\lambda'}(E)$ — массовый оператор для двухчастичной функции Грина, выражение которой дано в работе (8)

$$I_{\lambda\lambda'}^{(n)}(E) = (n_{\lambda} - n_{\lambda'}) \exp \left\{ \frac{1}{(\hbar\omega_{\alpha})^2} |B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu') - B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu)| (1 + 2v_{\alpha}) \right\} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} I_{\lambda\lambda'}^{(n)}(E) = & \sum_{\nu} \sum_{\nu'} |B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu') B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu)| \tilde{\lambda}_{\alpha} V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) + \\ & + B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu) B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu') \tilde{\lambda}_{\alpha} V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) - \\ & - B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu) B_{\alpha}^{(n)}(\nu', \nu') [V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) + V_{\alpha}(E - E_{\nu'\nu'})] (\bar{n}_{\nu} - \bar{n}_{\nu'}) + \\ & + \sum_{\nu} \sum_{\nu'} |B_{\alpha}^{(2)}(\nu', \nu) \tilde{\lambda}_{\alpha} + B_{\alpha}^{(2)}(\nu', \nu) \tilde{\lambda}_{\alpha} \nu| (1 + 2v_{\alpha}) + \\ & + \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu') \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu') \tilde{\lambda}_{\alpha} V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) + \\ & + \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu) \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu) \tilde{\lambda}_{\alpha} V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) - \\ & - \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu', \nu') \bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu) [V_{\alpha}(E - E_{\nu\nu'}) + V_{\alpha}(E - E_{\nu'\nu'})] (\bar{n}_{\nu} - \bar{n}_{\nu'}), \quad (10b) \end{aligned}$$

где введены обозначения:

$$E_{\nu\nu'} = E_{\nu} - E_{\nu'},$$

$$\bar{B}_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu') = B_{\alpha}^{(2)}(\nu, \nu') +$$

$$+ \sum_{\nu} B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu) B_{\alpha}^{(n)}(\nu, \nu') \left(\frac{1}{E_{\nu\nu} - \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{1}{E_{\nu\nu} + \hbar\omega_{\alpha}} \right),$$

$$V_1(E) = \frac{1+v_1}{E-h\omega_1} + \frac{v_1}{E+h\omega_1}, \quad V_2(E) = -V_1(-E),$$

$$V_{12}(E) = \frac{(1+v_1)(1+v_2)}{E-h(\omega_1+\omega_2)} + \frac{v_1 v_2}{E+h(\omega_1+\omega_2)} + \frac{2v_2(1+v_1)}{E+h(\omega_1-\omega_2)},$$

$$V_{12}'(E) = -V_{12}'(-E).$$

Подставляя выражения для двухнуклоной функции Грина (9a) и (9б) в формулу (3) для коэффициента чисто ядерного поглощения в области частот $E \approx E_{\lambda'} - E_{\lambda}$, получаем выражение, которое имеет вид Лоренцевой кривой:

$$\sigma(\omega) = C/\pi \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{|d_{\lambda, \lambda'}|^2 (n_{\lambda'} - n_{\lambda}) e^{-2\omega} (e^{-2\omega} + I_{\lambda, \lambda'}^{(n)}) \Gamma_{\lambda, \lambda'}}{[\omega - E_{\lambda'} - E_{\lambda} - \Delta E_{\lambda, \lambda'}]^2 + |\Gamma_{\lambda, \lambda'}|^2}. \quad (11)$$

Как и следовало ожидать, линия поглощения состоит из нескольких мультиплетов, число которых в общем случае равно $N = (2I_1 + 1)(2I_2 + 1)$ (где I_1 и I_2 — соответственно значения спина ядра в основном и возбужденном состояниях). Среди них могут быть запрещенные (в дипольном приближении) линии, имеющие малый $d_{\lambda, \lambda'}$. Максимальное число мультиплетов получается в случае зееманского расщепления ядерных уровней во внешнем (или внутреннем локальном) магнитном поле. В случае чисто квадрупольного взаимодействия, число мультиплетов уменьшается, поскольку спиновое вырождение ядерных уровней полностью не снимается.

Для сдвига ($\Delta E_{\lambda, \lambda'}$) и ширины ($\Gamma_{\lambda, \lambda'}$) линии получались выражения (9, 10):

$$\Delta E_{\lambda, \lambda'} = \Delta E_{\lambda'} - \Delta E_{\lambda}, \quad (11a)$$

$$\Gamma_{\lambda, \lambda'} = \gamma_{\lambda} + \gamma_{\lambda'},$$

где

$$\Delta E_{\lambda} = \sum_{\nu} \sum_{\lambda''} |B_{\nu}^{(\lambda)}(\nu, \lambda'')|^2 \left(\frac{1+v_1}{E_{\lambda''} - h\omega_1} + \frac{v_1}{E_{\lambda''} + h\omega_1} \right) + \sum_{\nu} \sum_{\lambda''} |\bar{B}_{\nu}^{(\lambda)}(\nu, \lambda'')|^2 \left| \frac{(1+v_1)(1+v_2)}{E_{\lambda''} - h(\omega_1 + \omega_2)} + \frac{v_1 v_2}{E_{\lambda''} + h(\omega_1 + \omega_2)} + \frac{2v_2(1+v_1)}{E_{\lambda''} + h(\omega_1 - \omega_2)} \right| \quad (12)$$

Формула для ширины ядерного уровня γ_{λ} , получается из формулы (12) для сдвига заменой дроби типа $(E \pm h\omega)^{-1}$ выражением $\gamma_{\lambda}(E \pm h\omega)$.

В числителе формулы (11) для вероятности поглощения помимо члена $e^{-2\omega}$ (10a), который по внешнему виду совпадает с фактором Дебая-Валлера (4), фигурирует также член $I_{\lambda, \lambda'}^{(n)}$, представляющий собой вклад интерференции переходов между ядерными спиновыми подуровнями основного и возбужденного состояний (имеющие почти одинаковую частоту) на интенсивность линии рассматриваемого перехода $\lambda \rightarrow \lambda'$. Легко показать, что:

$$I_{\lambda\lambda'}^{(n)} = I_{\lambda\lambda'}^{(0)} + I_{\lambda\lambda'}^{(2)}, \quad (13)$$

где

$$I_{\lambda\lambda'}^{(1)} = \frac{1}{d_{\lambda\lambda'}(\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'})} \sum_{\lambda''} \sum_{\lambda'''} \left| \left| \frac{B_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''}}{E_{\lambda''} - E_{\lambda}} (\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}) - \frac{B_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''}}{E_{\lambda} - E_{\lambda''}} (\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'} + 1) \right| \right. \\ \times (1 + 2\nu_{\alpha}) + \frac{\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}}{E_{\lambda'} - E_{\lambda}} B_{\alpha}^{(1)}(\nu', \nu') B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''} V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) + \\ \left. + \frac{\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}}{E_{\lambda} - E_{\lambda'}} B_{\alpha}^{(1)}(\nu', \nu') B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''} V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) - \right. \\ \left. - \frac{\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}}{E_{\lambda\lambda''} - E_{\lambda\lambda'}} B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu') B_{\alpha}^{(1)}(\nu', \nu') d_{\lambda\lambda''} |V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) - V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda'})| \right|, \quad (13a)$$

$$I_{\lambda\lambda'}^{(2)} = \frac{1}{d_{\lambda\lambda'}(\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'})} \sum_{\lambda''} \sum_{\lambda'''} \left| \frac{1}{E_{\lambda\lambda''}} \cdot \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu', \nu') \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''} (\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}) V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{E_{\lambda\lambda'}} \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''} (\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}) V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{E_{\lambda\lambda''} - E_{\lambda\lambda'}} \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') \bar{B}_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\nu, \nu') d_{\lambda\lambda''} (\bar{n}_{\lambda} - \bar{n}_{\lambda'}) |V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda''}) - V_{\alpha}(E_{\lambda\lambda'})| \right|. \quad (13b)$$

Происхождение вышеуказанных членов (13а,б) в выражении для интенсивности линий ядерного поглощения, можно объяснить тем, что в ядерной системе помимо рассматриваемого перехода $\lambda \rightarrow \lambda'$ (на частоте $E_{\lambda'} - E_{\lambda}$) существуют переходы $\lambda \rightarrow \nu$ (на частотах $E_{\nu} - E_{\lambda}$). Энергетическая разность между этими переходами соизмерима с энергией фононов решетки. При наличии спин-решеточного взаимодействия, это приводит к обмену фононов между спин системой и решеткой и, следовательно, к интерференции вышеуказанных переходов. Поскольку энергетическая разность между ядерными подуровнями слишком мала, в сравнении с энергией γ кванта $\left(\frac{\Delta E}{E_{\lambda}} \approx 10^{-12} \right)$, то возможно ожидать эффективного изменения интенсивности ядерного поглощения за счет интерференционного смешивания переходов. Такой механизм обмена фононов между спин системой и решеткой приводит также к изменению положения и ширины линий (фор. (10) и (11)). В случае, когда выполняется условие $E_{\lambda'} - E_{\lambda} \gg \hbar\omega$, (аналогично условию адиабатичности в электронно-колебательных системах), вклад вышеуказанных г. н. „неадиабатических“ членов в положение, ширину и интенсивность, как нетрудно увидеть из соответствующих формул (10), (11) и (15) стремится к нулю.

Միջուկների սպինային սխառնմի կողմից γ -կլանման կլանման
տեսության շուրջը

Ուսումնասիրված է սպին-ֆոնոնային փոխազդեցության ազդեցությունը Մյոսսրաուերի զծի սպեկտրային բնութագրերի (դիրք, լայնություն, ինտենսիվություն) վրա: Վերոհիշյալ սպեկտրային բնութագրերի համար, ընդհանուր սպին-ցանց փոխազդեցության դեպքում ստացված են բանաձևեր, որոնք կախված են սպին-ֆոնոնային մատրիցական էլեմենտների մեծություններից և միջուկի ու ցանցի էներգետիկ սպեկտրներից:

Հաշվումները կատարված են Դրինի երկժամանակային չերմաստիճանային ֆունկցիաների մեթոդով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. С. Шпинель, Резонанс гамма лучей в кристаллах, М., 1969. ² Ю. Каган, ЖЭТФ, 47, 366 (1964) ³ А. А. Абрагам, Ядерный магнетизм, М., 1963. ⁴ R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan, 12, 570, (1957) ⁵ В. Л. Бонч-Бруевич, С. В. Тябликов, Метод функций Грина в статистической механике, М., 1962. ⁶ K. Nishikawa, R. Barric, Canad. Jour. of Phys. 41, 1135 (1963). ⁷ А. Р. Кессель, Ядерный акустический резонанс, М., 1969. ⁸ Ф. П. Сафарян, К теории электронно-колебательных спектров многоатомных молекул и молекулярных кристаллов, Диссертация, Ереван, (1971). ⁹ Ф. П. Сафарян, Л. Л. Крушинский, «Известия АН Армянской ССР», серия физическая, т. 5, 183 (1970) ¹⁰ Ф. П. Сафарян, Л. Л. Крушинский, Ученые записки ЕГУ, № 2, 18 (1970).