ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LV 1972 3

УДК 539. 3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Л. А. Агаловян

О погранслое пластинок

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 22/III 1972)

Напряженное и деформированное состояние тонкой упругой пластинки или оболочки состоит из внутреннего напряженного состояния, распространяющегося на всю пластинку или оболочку, и напряженного состояния типа пограничного слоя ([1-3]). В работе теория внутреннего напряженного и деформированного состояния для пластинок ([1,2]) дополняется построением погранслоя—такого напряженного и деформированного состояния, которое удовлетворяет нулевым граничным условиям (для напряжений) на верхнем и нижнем плоскостях, быстро затухает при удалении от некоторой фиксированной линии (края) срединной плоскости в глубь пластинки и содержит достаточно произволов для взаимодействия с внутренним напряженным состоянием. Функции, удовлетворяющие этим требованиям, являются функциями типа погранслоя ([4]). Строится погранслой для ортотропных пластинок.

1. Пусть край прямоугольной пластинки задается уравнением $x=0$ и пластинка простирается вдоль $x>0$. Для построения погранслоя вблизи этого края, в уравнениях трехмерной задачи теории упругости (уравнения равновесия, соотношения упругости, деформация-перемещение) сделаем обычную в теории погранслоя замену переменной

$$x=ht, \quad y=a\eta, \quad z=h\zeta. \tag{1.1}$$

Решение вновь полученных уравнений, удовлетворяющее однородным граничным условиям (для $\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_z$) при $\zeta=\pm1$ и имеющее затухающий характер при $t\to+\infty$, будем искать в виде функций типа погранслоя

$$Q_l=\sum_{s=0}^{N}\varepsilon^{\chi_l+s}Q^{(s)}_{l(1)}(\eta,\zeta)e^{-k(\eta,\zeta)t}+\sum_{s=0}^{N}\varepsilon^{\mu_l+s}Q^{(s)}_{l(2)}(\eta,\zeta)e^{-r(\eta,\zeta)t} \tag{1.2}$$

где Q_l—любое из напряжений и перемещений, χ_l и μ_l—вещественные числа, различные пока для различных напряжений и перемещений, являющиеся показателями интенсивности, $k(\eta,\zeta)$, $r(\eta,\zeta)$—функции изменяемости и по свойству погранслоя $Re\,k>0$, $Re\,\lambda>0$ $\varepsilon=\dfrac{h}{a}$ — малый параметр, $2h$—толщина, a—характерный размер пластинки. $\varkappa_l$ и μ_l должны подобраться так, чтобы после подстановки (1.2) в преобразованные по формулам (1.1) уравнения теории упругости и приравнения в каждом уравнении соответствующих коэффициентов при одинаковых степенях ε, начиная с низшей, получить непротиворечивые уравнения для определения $Q^{(s)}_{l(1)}$ и $Q^{(s)}_{l(2)}$. Указанные требования будут удовлетворены, если

$$\varkappa_{\sigma_l}=\varkappa, \quad \varkappa_{u_l}=\varkappa+1; \quad \mu_{\sigma_l}=\mu, \quad \mu_{u_l}=\mu+1, \tag{1.3}$$

здесь σ_l—любое из напряжений, $u_l=\dfrac{U_l}{a}$ —любое из безразмерных перемещений. Подставляя (1.2) в вышеуказанные уравнения и учитывая (1.3), получаем

$$-k\tau^{(s)}_{xy(1)}+\frac{\partial\tau^{(s)}_{yz(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}\tau^{(s)}_{yz(1)}=-\frac{\partial\sigma^{(s-1)}_{y(1)}}{\partial\tau_1}+t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}\sigma^{(s-1)}_{y(1)}$$

$$-kv^{(s)}_{(1)}-a_{66}\tau^{(s)}_{xy(1)}=-\frac{\partial u^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\tau_1}+t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}u^{(s-1)}_{(1)} \quad (1,\ 2;\ k,\ \lambda), \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial v^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}v^{(s)}_{(1)}-a_{44}\tau^{(s)}_{yz(1)}=-\frac{\partial w^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\tau_1}+t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}w^{(s-1)}_{(1)},$$

$$-k\sigma^{(s)}_{x(1)}+\frac{\partial\tau^{(s)}_{xz(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}\tau^{(s)}_{xz(1)}=-\frac{\partial\tau^{(s-1)}_{xy(1)}}{\partial\tau_1}+t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}\tau^{(s-1)}_{xy(1)},$$

$$-k\tau^{(s)}_{xz(1)}+\frac{\partial\sigma^{(s)}_{z(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}\sigma^{(s)}_{z(1)}=-\frac{\partial\tau^{(s-1)}_{yz(1)}}{\partial\tau_1}+t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}\tau^{(s-1)}_{yz(1)},$$

$$-ku^{(s)}_{(1)}=a_{11}\sigma^{(s)}_{x(1)}+a_{12}\sigma^{(s)}_{y(1)}+a_{13}\sigma^{(s)}_{z(1)}, \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}w^{(s)}_{(1)}=a_{13}\sigma^{(s)}_{x(1)}+a_{23}\sigma^{(s)}_{y(1)}+a_{33}\sigma^{(s)}_{z(1)},$$

$$-kw^{(s)}_{(1)}+\frac{\partial u^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}-t\frac{\partial k}{\partial\zeta}u^{(s)}_{(1)}=a_{55}\tau^{(s)}_{xz(1)},$$

$$a_{12}\sigma^{(s)}_{x(1)}+a_{22}\sigma^{(s)}_{y(1)}+a_{23}\sigma^{(s)}_{z(1)}=\frac{\partial v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\tau_1}-t\frac{\partial k}{\partial\tau_1}v^{(s-1)}_{(1)}.$$

$$(1,\ 2;\ k,\ \lambda)$$

В (1.4) и (1.5) и в дальнейшем обозначение $(1,2;\ k,\ \lambda)$ означает, что есть и вторые системы уравнений, которые получаются от этих заменой k на λ, нижнего индекса при напряжениях и перемещениях (1) на (2). a_{ik} — коэффициенты упругости. Величины $Q^{(j)}_{(i)}=0$ при $j<0$. Из уравнений (1.4) и (1.5) вытекает $k=\text{const}$, $\lambda=\text{const}$. Для них в дальнейшем будут получены характеристические уравнения, вытекающие из граничных условий

$$\tau_{xz}=0, \quad \sigma_z=0, \quad \tau_{yz}=0, \quad \text{при} \quad \zeta=\pm 1 \tag{1.6}$$

2. Уравнения (1.4) составляют полную систему для определения величин $\tau^{(s)}_{xy(l)}, \tau^{(s)}_{yz(l)}, v^{(s)}_{(l)}$ $(l=1, 2)$.

$$\tau^{(s)}_{xy(1)}=-\frac{k}{a_{66}}v^{(s)}_{(1)}+\frac{1}{a_{66}}\frac{\partial u^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\eta}$$

$$\tau^{(s)}_{yz(1)}=\frac{1}{a_{44}}\frac{\partial v^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}+\frac{1}{a_{44}}\frac{\partial w^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\eta} \qquad (1,\ 2;\ k,\ \lambda) \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial^2 v^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^2}+b^2k^2v^{(s)}_{(1)}=R^{(s-1)}_{(1)}, \qquad (1,\ 2;\ k,\ \lambda) \tag{2.2}$$

где

$$b^2=\frac{a_{44}}{a_{66}}, \quad R^{(s-1)}_{(1)}=b^2k\frac{\partial u^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\eta}-\frac{\partial^2 w^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}-a_{44}\frac{\partial\sigma^{(s-1)}_{y(1)}}{\partial\eta}. \tag{2.3}$$

Факт определения $v^{(s)}_{(1)}$ из обыкновенного дифференциального уравнения (переменная η входит как параметр) хорошо согласуется со свойством погранслоя ([1]). Общим решением уравнения (2.2) будет

$$v^{(s)}_{(1)}=C^{(s)}_{1k}(\eta)\sin bk\zeta+C^{(s)}_{2k}(\eta)\cos bk\zeta+v^{*(s)}_{(1)}, \qquad (1,\ 2;\ k,\ \lambda) \tag{2.4}$$

где $v^{*(s)}_{(1)}$ — частное решение неоднородного уравнения (2.2). Подставляя (2.4) в (2.1), находим значения напряжений. Это решение назовем решением типа антиплоского погранслоя. В частности, требуя, чтобы $\tau^{(0)}_{yz(1)}\big|_{\zeta=\pm 1}=0$, получаем систему однородных уравнений относительно неизвестных $C^{(0)}_{1k}$ и $C^{(0)}_{2k}$. Приравнивая к нулю определитель этой системы, получаем характеристические уравнения:

$$\cos bk=0, \qquad \sin bk=0. \tag{2.5}$$

Из первого уравнения определяется $k=\sqrt{\dfrac{a_{66}}{a_{44}}}(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $(n=0,\ 1,\ 2)$ — соответствующая кососимметричной задаче (изгиб), а из второго $k=\sqrt{\dfrac{a_{66}}{a_{44}}}\pi n$, $(n=1,\ 2,\ \ldots)$, соответствующая симметричной задаче (растяжение). Каждому значению k соответствует своя функция типа погранслоя.

Уравнения (1.5) составляют полную систему для последовательного определения величин $\sigma^{(s)}_{x(l)}, \sigma^{(s)}_{y(l)}, \sigma^{(s)}_{z(l)}, \tau^{(s)}_{xz(l)}, u^{(s)}_{(l)}, w^{(s)}_{(l)}$ $(l=1, 2)$. Решение этой системы назовем решением типа плоского погранслоя. В (1. 5) все величины выражаются через $w^{(s)}_{(l)}$

$$\sigma^{(s)}_{x(1)} = \frac{1}{\Omega_1}\left[\frac{A_1}{k^2}\frac{\partial^3 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^3} + A_2\frac{\partial w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}\right] + R^{(s-1)}_{x(1)},$$

$$\sigma^{(s)}_{z(1)} = \frac{1}{A_3\Omega_1}\left[-\frac{A_1A_2}{k^2}\frac{\partial^3 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^3} + (\Omega_1 - A_2^2)\frac{\partial w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}\right] + R^{(s-1)}_{z(1)},$$

$$\tau^{(s)}_{xz(1)} = \frac{1}{\Omega_1}\left[\frac{A_1}{k}\frac{\partial^2 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^2} + A_2 k w^{(s)}_{(1)}\right] + R^{(s-1)}_{xz(1)}, \tag{2.6}$$

$$\sigma^{(s)}_{y(1)} = -\frac{1}{a_{22}}\left[a_{12}\sigma^{(s)}_{x(1)} + a_{23}\sigma^{(s)}_{z(1)}\right] + \frac{1}{a_{22}}\frac{\partial v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\xi},$$

$$u^{(s)}_{(1)} = -\frac{1}{A_3\Omega_1}\left[\frac{\Omega A_1}{k^3}\frac{\partial^3 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^3} + A_2(\Omega + \Omega_1)\frac{1}{k}\frac{\partial w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta}\right] + R^{(s-1)}_{u(1)},$$

$$(1,\ 2;\ k,\ i)$$

где

$$R^{(s-1)}_{x(1)} = -\frac{1}{k}\left[-\frac{\partial\tau^{(s-1)}_{xy(1)}}{\partial\xi} - \frac{\Omega}{\Omega_1}\frac{1}{k}\frac{\partial^2\tau^{(s-1)}_{yz(1)}}{\partial\xi\partial\zeta} + \frac{A_{12}}{\Omega_1}\frac{1}{k}\frac{\partial^3 v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\xi\partial\zeta^2}\right],$$

$$R^{(s-1)}_{z(1)} = -\frac{A_2}{A_3}R^{(s-1)}_{x(1)} - \frac{a_{23}}{A_3 a_{22}}\frac{\partial v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\xi},$$

$$R^{(s-1)}_{xz(1)} = -\frac{\Omega}{k\Omega_1}\left[-\frac{\partial\tau^{(s-1)}_{yz(1)}}{\partial\xi} + \frac{A_{12}}{\Omega}\frac{\partial^2 v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\xi\partial\zeta}\right], \tag{2.7}$$

$$R^{(s-1)}_{u(1)} = -\frac{\Omega}{A_3 k}R^{(s-1)}_{x(1)} - \frac{A_{11}}{A_3 k}\frac{\partial v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\xi}, \qquad (1,\ 2;\ k,\ i)$$

$$A_1 = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{a_{22}}, \quad A_2 = \frac{a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23}}{a_{22}}, \quad A_3 = \frac{a_{33}a_{22} - a_{23}^2}{a_{22}},$$

$$\Omega = A_1A_3 - A_2^2, \quad \Omega_1 = \Omega - A_2 a_{55}, \tag{2.8}$$

$$A_{11} = \frac{A_3 a_{12} - A_2 a_{23}}{a_{22}}, \quad A_{12} = \frac{A_1 a_{23} - A_2 a_{12}}{a_{22}},$$

$w^{(s)}_{(1)}$ определяется из уравнения

$$\frac{\partial^4 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^4} + 2b_1^2k^2\frac{\partial^2 w^{(s)}_{(1)}}{\partial\zeta^2} + k^4 b_2^4 w^{(s)}_{(1)} = R^{(s-1)}_{w(1)}, \qquad (1,\ 2;\ k,\ i) \tag{2.9}$$

где

$$R^{(s-1)}_{w(1)} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[-k\Omega_1\frac{\partial\tau^{(s-1)}_{xy(1)}}{\partial\zeta} - k^2 a_{55}A_3\tau^{(s-1)}_{yz(1)} - \Omega\frac{\partial^2\tau^{(s-1)}_{yz(1)}}{\partial\zeta^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{k^2}{\Omega}(a_{55}A_3A_{12} - A_{11}\Omega_1)\frac{\partial v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\zeta} + A_{12}\frac{\partial^3 v^{(s-1)}_{(1)}}{\partial\zeta^3}\right] \tag{2.10}$$

$$(1,\ 2;\ k,\ i)$$

$$b_1^2 = \frac{a_{55} + 2A_2}{2A_1}, \qquad b_2^4 = \frac{A_3}{A_1}. \tag{2.11}$$

Общим решением уравнения (2.9) будет

$$w_{(i)}^{(s)} = \overline{w}_{(i)}^{(s)} + w_{(i)}^{*(s)}, \qquad (i=1,2) \tag{2.12}$$

где $\overline{w}_{(i)}^{(s)}$ — общее решение однородного уравнения, $w_{(i)}^{*(s)}$ — частное решение неоднородного уравнения. Вид общего решения однородного уравнения зависит от значения величины $m = 1 - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^4$. Случай $m=0$ соответствует изотропной пластинке, а когда $m \neq 0$, анизотропной. Поэтому функции типа плоского погранслоя для изотропной пластинки будут принципиально отличаться от анизотропной. Для исходного приближения $s=0$ уравнение (2.9) становится однородным и его решением для изотропной пластинки будет:

$$w_{(1)}^{(0)} = D_{1k}^{(0)}(\eta)\cos k\zeta + D_{2k}^{(0)}(\eta)\zeta\sin k\zeta + D_{3k}^{(0)}(\eta)\sin k\zeta + D_{4k}^{(0)}(\eta)\zeta\cos k\zeta, \tag{2.13}$$

$$(1,\ 2,\ k,\ \nu)$$

Подставляя (2.13) в (2.6), можно найти значения напряжений $\tau_{xz(1)}^{(0)}$ и $\sigma_{z(1)}^{(0)}$. Требуя, чтобы они удовлетворяли условиям (1.6), получаем две независимые однородные системы относительно неизвестных $D_{1k}^{(0)}, D_{2k}^{(0)}, D_{3k}^{(0)}, D_{4k}^{(0)}$. В частности, кососимметричной задаче соответствует система:

$$\begin{aligned} &D_{1k}^{(0)}k\cos k - D_{2k}^{(0)}[2(1-\nu)\cos k - k\sin k]=0,\\ &D_{1k}^{(0)}k\sin k - D_{2k}^{(0)}[(1-2\nu)\sin k + k\cos k]=0 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Для существования ненулевого решения необходимо, чтобы определитель системы (2.14) равнялся нулю. Приравнивая его к нулю, получаем новое характеристическое уравнение для k. Так как мы уже определили k из уравнения (2.5), то эти k не будут удовлетворять вновь полученному характеристическому уравнению. Следовательно $D_{1k}^{(0)} = D_{2k}^{(0)} = 0$. Точно так же можно доказать, что $D_{3k}^{(0)} = D_{4k}^{(0)} = 0$. Поэтому отличными от нуля функциями типа плоского погранслоя для исходного приближения будут $\sigma_{x(2)}^{(0)}, \sigma_{y(2)}^{(0)}, \sigma_{z(2)}^{(0)}, \tau_{xy(2)}^{(0)}, u_{(2)}^{(0)}, w_{(2)}^{(0)}$. Они определяются по формулам (2.6) и (2.12) для индекса (2). В случае кососимметричной задачи ν определяется из условия равенства нулю определителя системы (2.14), которое приводится к уравнению

$$\sin 2\nu - 2\nu = 0. \tag{2.15}$$

Аналогичным образом для определения ν, соответствующей симметричной задаче, можно получить:

$$\sin 2\nu + 2\nu = 0. \tag{2.16}$$

Нас будут интересовать те корни уравнений (2.15) и (2.16), у которых $Re\,\nu > 0$. Уравнения (2.15) и (2.16) хорошо исследованы ( ). Имея корни уравнений (2.15) и (2.16) и учитывая (2.14), можно $D_{1k}^{(0)}$ и $D_{3k}^{(0)}$ выразить соответственно через $D_{2k}^{(0)}$ и $D_{4k}^{(0)}$, следовательно $w_{(2)}^{(0)}$ будет содержать две произвольные функции от η. Подставляя значение $w_{(2)}^{(0)}$ в (2.6,) найдем все искомые напряжения и перемещения плоского погранслоя.

Можно доказать, что $C^{(0)}_{1i}=C^{(0)}_{2i}=0$, следовательно $\tau^{(0)}_{xy(2)}=\tau^{(0)}_{yz(2)}=\sigma^{(0)}_{(2)}=0$. Тот факт, что величину k определили из характеристических уравнений (2.5), а λ — из уравнений (2.15) и (2.16), не является ограничением, так как очевидно, что оба эти случая охватывают все возможные случаи.

3. Для анизотропных пластинок в случае $m>0$ решением уравнения (2.9) при $s=0$ будет

$$w^{(0)}_{(i)}=D^{(0)}_{1k}\cos\alpha_1 k\zeta+D^{(0)}_{2k}\cos\alpha_2 k\zeta+D^{(0)}_{3k}\sin\alpha_1 k\zeta+D^{(0)}_{4k}\sin\alpha_2 k\zeta \tag{3.1}$$

$$(1,2;\ k,\lambda)$$

где

$$\alpha_1=b_1\sqrt{1-\sqrt{m}},\quad \alpha_2=b_1\sqrt{1+\sqrt{m}},\quad m=1-\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^4 \tag{3.2}$$

Проведя те же рассуждения, что и в изотропном случае, можно доказать, что $Q^{(0)}_{i(1)}=0$. Следовательно (3.1) имеет смысл для индекса (2), где λ для кососимметричной задачи будет определяться из уравнения

$$\operatorname{ctg} z=\varphi\operatorname{ctg}\varphi z,\ \text{где}\ z=\alpha_1\lambda,\ \varphi=\frac{\alpha_2}{\alpha_1}>1, \tag{3.3}$$

а для симметричной — из уравнения

$$\operatorname{ctg}\varphi z=\varphi\operatorname{ctg} z. \tag{3.4}$$

Случаю $m<0$ соответствует решение

$$w^{(0)}_{(i)}=D^{(0)}_{1k}\varphi_1+D^{(0)}_{2k}\varphi_2+D^{(0)}_{3k}\varphi_3+D^{(0)}_{4k}\varphi_4,\ (1,2;\ k,\lambda) \tag{3.5}$$

где

$$\varphi_1=\cos\gamma_1\zeta\,\operatorname{ch}\gamma_2\zeta,\quad \varphi_2=\sin\gamma_1\zeta\,\operatorname{sh}\gamma_2\zeta,$$
$$\varphi_3=\sin\gamma_1\zeta\,\operatorname{ch}\gamma_2\zeta,\quad \varphi_4=\cos\gamma_1\zeta\,\operatorname{sh}\gamma_2\zeta, \tag{3.6}$$

$$\gamma_1=b_1\alpha k,\ \gamma_2=b_1\beta k,\ \alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{b_2^2}{b_1^2}+1},\quad \beta=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{b_2^2}{b_1^2}-1}, \tag{3.7}$$

λ определяется из характеристических уравнений

$$\operatorname{sh}2pz-p\sin2z=0,\ \operatorname{sh}2pz+p\sin2z=0;\ z=b_1\alpha\lambda,\ p=\frac{\beta}{\alpha} \tag{3.8}$$

соответствующих кососимметричной и симметричной задачам. Во всех приведенных выше трансцендентных уравнениях нужно найти те корни этих уравнений, у которых $R_e\lambda>0$.

Для нахождения решения типа погранслоя при $s>0$ необходимо решать неоднородные уравнения (2.2) и (2.9), затем использовать формулы (2.1) и (2.6). При этом неоднородные уравнения будут иметь смысл как для индекса (1), так и для (2). В этих уравнениях k и λ нужно считать известными (они определялись из исходного приближения). Общие решения этих уравнений можно найти по формулам (2.4) и (2.12). Частные решения этих уравнений находятся элементарным путем, так как в (2.3) и (2.10) входят те же фундаментальные функции, что и в (2.4), (2.13), (3.1) или (3.5). Потребовав, чтобы

$$\tau^{(s)}_{xz(1)} + \tau^{(s)}_{xz(2)} = 0, \qquad (s>0) \text{ при } \zeta = \pm 1 \tag{3.9}$$

$$\tau^{(s)}_{yz(1)} + \tau^{(s)}_{yz(2)} = 0, \quad \sigma^{(s)}_{z(1)} + \sigma^{(s)}_{z(2)} = 0$$

найдем часть произволов в общих решениях (2.4) и (2.12). Остальная часть произволов и показатели интенсивности должны определяться из взаимодействия погранслоя с основным напряженным и деформированным состоянием. Таким образом, можно построить погранслой в любом приближении.

Автор весьма признателен академику АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяну за обсуждение данной работы.

Институт механики
Академии наук
Армянсьой ССР

Լ. Ա. ԱՂԱԼՈՎՅԱՆ

Սալերի սահմանային շերտի մասին

Ուղղանկյուն սալերի ներքին լարվածային ու դեֆորմացիոն վիճակի տեսությունը լրացվում է սահմանային շերտի կառուցմամբ։ Կառուցվում է այնպիսի լարվածային ու դեֆորմացիոն վիճակ, որը սալի վերին և ստորին հիմքերում բավարարում է զրոյական պայմանների լարումների համար, արագ մարում է եզրերից դեպի սալի ներսը հեռանալիս և պարունակում է անհրաժեշտ քանակությամբ անորոշ գործակիցներ ներքին լարվածային վիճակի հետ փոխներգործության մեջ մտնելու համար։ Համապատասխան խնդրի լուծումը ներկայացված է սահմանային շերտի տիպի ֆունկցիաներով։

Ապացուցվում է երկու տիպի սահմանային շերտերի (եզրային ոլորման և եզրային հարթ դեֆորմացիոն) գոյությունը։ Սահմանային շերտի մարումը բնութագրող ֆունկցիաների համար ստացված են բնորոշիչ հավասարումներ։ Ցույց է տրված, որ սահմանային շերտի մարման արագությունը կախված է ինչպես նյութի առաձգական հատկություններից, այնպես էլ խնդրի սիմետրիկ և ոչ սիմետրիկ լինելուց։ Որոշված են սահմանային շերտի հետ կապված բոլոր մեծությունները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Л. Гольденвейзер, А. В. Колос*, ПММ, т. 29, вып. 1 (1965). [2] *I. E. Green*, Proc. Roy. Soc. A, vol. 269 (1962). [3] *Л. А. Агаловян*, МТТ, № 6 (1966). [4] *М. И. Вишик* и *Л. А. Люстерник*, УМН, т. XV, вып. 3 (1960). [5] *Я. С. Уфлянд*, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд. АН СССР, М., 1963. [6] *И. И. Ворович, О. С. Малкина* в сб. Тр. VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. М., „Наука", 1966.