ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LV 1972 2

УДК 538.3

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Р. А. Багиян

Переходное излучение на периодически шероховатой границе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 22/III 1972)

В работе [1] было отмечено, что поляризация переходного излучения очень сильно зависит от качества полировки поверхности металла. Так как анализ переходного излучения при отклонении поверхности от идеально зеркальной сложен как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения, казалось рациональным дать простое теоретическое рассмотрение этой проблемы, основанной на теории возмущений.

Ниже предлагается приближенный метод расчета излучения на шероховатых поверхностях в предположении, что неровности периодические.

Пусть заряженная частица с постоянной скоростью $\vec{v}$ падает на неровную поверхность $z = f(x, y)$, которая является границей между двумя средами с электромагнитными постоянными ε_1 и ε_2. Не нарушая общности, мы предполагаем, что скорость частицы лежит в плоскости (x, z) и составляет с осью z некоторый угол ψ.

Воспользуемся результатами работы [2], где были выведены формулы переходного излучения на границе раздела произвольной формы в предположении, что изменение диэлектрических свойств среды от слоя с диэлектрической проницаемостью ε_1 к слою ε_2 мало. Для поля излучения на расстоянии R_0 от излучаемого объекта имеем

$$\vec{D}_\omega(R_0) = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)e^{ik'R_0}}{4\pi i R_0} \left| \vec{k}' \left| \vec{k}', \int \frac{\vec{E}_\omega(x, y)\, e^{-ik'_x x - ik'_y y}}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z\right)} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times e^{i\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z\right) f(x, y)}\, dx\, dy \right|\right|, \quad (1)$$

где

$$\vec{E}_\omega(x, y) = \frac{ie}{2\pi^2 v_z} \int dk_x\, dk_y \frac{\left(\frac{\omega \vec{v}}{c^2} - \frac{\vec{k}}{\varepsilon_0}\right)}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0} e^{ik_x x + ik_y y};$$

$$\omega = k_x v_x + k_z v_z;$$

$\overline{k'} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\,\vec{n}$ — волновой вектор излученного кванта.

Пусть $z = f(x, y)$ функция, периодическая по отношению к обеим переменным x и y, с периодами, равными соответственно l_x и l_y.

Преобразуем (1) к виду

$$\dot{D}_{-}(R_0) = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)e^{ik'R_0}}{4\pi i R_0}\left|\overline{k'}\left|k'_z \int \frac{\overline{E}_{-}(x, y)e^{-ik'_x x - ik'_y y}}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z\right)}\right.\right. \tag{1'}$$

$$\sum_{m,s=-\infty}^{+\infty} L_{ms}\, e^{impx + istly}\, dx\, dy\,\Big|\Big|,$$

где через L_{ms} обозначены коэффициенты разложения в двойной ряд Фурье функции

$$\exp\left\{i\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z\right)f(x, y)\right\} = \sum_{m,s=-\infty}^{+\infty} L_{ms}\exp\{i(mpx + sty)\},$$

причем $p = \frac{2\pi}{l_x}$, $\quad t = \frac{2\pi}{l_y}$.

Для энергии излучения в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$ получаем:

$$dI_{\omega,\vec{n}} = \frac{e^2 c\,|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{4\pi^2 \varepsilon_0^{3/2} v_z^2}\, d\Omega\, d\omega \sum_{m,s=-\infty}^{+\infty}\left|\frac{\left[\overline{k'}\left[\overline{k'},\left(\frac{\omega\,\overline{v}}{c^2} - \frac{\overline{k}}{\varepsilon_0}\right)\right]\right] L_{ms}}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z\right)\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right)}\right|^2, \tag{2}$$

где $k_x = k'_x - mp$, $\quad k_y = k'_y - st$.

Здесь возможны две поляризации: одна — электрический вектор, который лежит в плоскости излучения (плоскость, содержащая вектор $\overline{k'}$ и нормаль к границе раздела), и вторая — электрический вектор, который перпендикулярен к плоскости излучения. Поляризацию первого типа мы будем называть параллельной и приписывать индекс $\parallel$, а поляризацию второго типа — перпендикулярной и приписывать индекс $\perp$. Таким образом для интенсивностей излучения от периодически шероховатых поверхностей имеем следующие выражения

$$dI_{\omega,\vec{n}}^{\parallel} = \frac{e^2|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 \beta_z^2}{4\pi^2 c\,\varepsilon_0^{1/2}\sin^2\Theta_z}\, d\Omega\, d\omega \sum_{m,s=-\infty}^{+\infty}\frac{|L_{ms}|^2}{|(1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x)^2 - \beta_z^2\varepsilon_0\cos^2\Theta_z + b + d|^2} \tag{3}$$

$$\times\left|\frac{\sin^2\Theta_z(1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_z - \beta_z^2\varepsilon_0) + \beta_x\beta_z\varepsilon_0\cos\Theta_x\cos\Theta_z + F}{1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_z + a}\right|^2.$$

$$dI_{\omega, n} = \frac{c^2|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 \beta_z^4}{4\pi c_z^2 \varepsilon_0^{3/2} \sin^2\Theta_z}\, d\Omega\, d\omega \sum_{m,s=-\infty}^{\infty} \frac{|L_{ms}|^2}{|(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x)^2 - \beta_z^2\varepsilon_0\cos^2\Theta_z + b + d|^2} \times$$

$$\times \left| \frac{\beta_x\varepsilon_0\cos\Theta_y + G}{1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_z + a} \right|^2. \qquad (4)$$

где

$$a = A\frac{\beta_x c}{\omega};$$

$$b = \frac{\beta_z^2 c^2}{\omega^2}\left\{A^2\left(1+\frac{\beta_x^2}{\beta_z^2}\right) - 2A\frac{\omega}{c}\left[\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x - \frac{\beta_x}{\beta_z^2}(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x)\right]\right\};$$

$$d = \frac{\beta_z^2 c^2}{\omega^2}\left(B^2 - 2B\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_y\right);$$

$$F = \frac{c}{\omega}\left[A(\beta_x\sin^2\Theta_z + \beta_z\cos\Theta_z\cos\Theta_x) + B\beta_z\cos\Theta_z\cos\Theta_y\right];$$

$$G = \frac{c}{\omega}(A\cos\Theta_y - B\cos\Theta_x);$$

$$A = mp; \qquad B = st; \qquad m,\ s = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\beta_x = \frac{v}{c}\sin\varphi, \qquad \beta_z = \frac{v}{c}\cos\varphi;$$

$$\cos\Theta_x = \sin\Theta\cos\varphi, \quad \cos\Theta_y = \sin\Theta\sin\varphi, \quad \cos\Theta_z = \cos\Theta,$$

Θ — угол излучения.

Формулы (3), (4) значительно упрощаются, если излучение наблюдать в плоскости (x, z) и одну из сред считать вакуумом.

Рассмотрим конкретные примеры коэффициентов разложения L_{ms}, характеризующих вид поверхности. Ограничимся простейшим случаем одномерной неровности, предполагая, что z зависит только от x. Для синусоидальной поверхности $z = a\cos px$ имеем:

$$L_m = (-i)^m J_m(\rho),$$

где $J_m(\rho)$ — функция Бесселя порядка m, а ее аргумент

$$\rho = \frac{a\omega}{\beta_z c}(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_0}\cos\Theta_z). \qquad (5)$$

При наложении на периодическую поверхность $z = f(x)$, характеризуемой коэффициентами L_m, волнистости $z_1 = a\cos\mu px$ с периодом, в целое число раз μ меньшим периода функции $f(x)$, мы получаем для коэффициентов поверхности $z + z_1$ следующее выражение

$$L'_m = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-i)^k J_k(\rho) L_{m-k\mu}.$$

Наконец, рассмотрим гофрированную поверхность

$$z = f(x) = a\left(1 + \frac{4x}{l}\right), \qquad -\frac{l}{2} \leqslant x \leqslant 0;$$

$$z = f(x) = a\left(1 - \frac{4x}{l}\right), \qquad 0 \leqslant x \leqslant \frac{l}{2}.$$

Для коэффициентов разложения этой поверхности получаем

$$L_m = \frac{i^{m+2}\rho}{\left(m\frac{\pi}{2}\right)^2 - \rho^2}\sin\left(\frac{m\pi}{2} + \rho\right).$$

Для анализа формул (3) и (4) рассмотрим случай одномерной синусоидальной поверхности, когда $L_{ms} = J_m(\rho)$. Параметром, характеризующим шероховатость, является отношение амплитуды синусоиды к когерентной длине $a/l_{\dots}$. При $a/l_{\dots} \to 0$, формулы переходят в выражения для плоской границы $z = 0$.

Следует заметить, что если ρ мало, то заметные значения имеют только первые члены ряда, так как функция Бесселя имеет порядок величины ρ^m. Напротив, когда ρ велико, первые члены малы, между тем как ряд сходится медленнее. Для некоторых ρ в отдельных направлениях излучение исчезает. Отсюда можно сделать заключение, что глубокая волнистость при малом ρ имеет такой же эффект, что и мелкая при большом ρ.

В заключение приношу глубокую благодарность член-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ա. ԲԱՂԻՅԱՆ

Անցումային ճառագայթումը պարբերական անհարթություններով սահմանի վրա

Աշխատանքում առաջարկված է անցումային ճառագայթման բանաձևերի ստացումը միջավայրը բաժանող պարբերական ձևի անհարթություններով սահմանի դեպքում այն ենթադրությամբ, որ միջավայրի դիէլեկտրիկական հատկությունների փոփոխումը մի շերտից ε_1 դիէլեկտրիկական հաստատունով դեպի մյուսը ε_2 դիէլեկտրիկական հաստատունով փոքր է։ Որպես մասնավոր դեպքեր դիտարկված է ընդհանուր բանաձևերի կիրառումը տարբեր ձևերի պարբերական մակերևույթների համար։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *F. R. Harutyunian, R. A. Hovhannissian, B. O. Rostomian*, Phys. Lett., 37 A, 165, (1971). [2] *М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багиян*, ДАН Арм ССР, т. LV, №1 (1972).