

УДК 539.32

МЕХАНИКА

Л. М. Мурадян

Плоская задача термоползучести при высоких температурах

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 20/VII 1971)

Рассматривается плоская задача термоползучести для материалов, модуль упругости и мера ползучести которых существенно зависят от температуры.

Некоторые задачи, в которых физические характеристики материала меняются в зависимости от действия каких-либо внешних факторов (облучение, радиация, нагрев) рассмотрены в работах (1-4).

§1. Приведем общие уравнения плоской задачи термоползучести. Уравнения равновесия

$$\sum_j \sigma_{ij} = 0, \quad i, j = 1, 2 \quad (1.1)$$

Уравнения неразрывности деформации

$$e_{i, j} + e_{j, i} = 2e_{ij, i} \quad (1.2)$$

зависимости между деформациями и напряжениями

$$\sigma_{ij}(t) = \alpha T \delta_{ij} + \frac{(1 + \nu) \sigma_{ij}(t) - \nu S \delta_{ij}}{E[\theta(t), t]} - \int_0^t \frac{(1 + \nu) \sigma_{ij}(\tau) - \nu S(\tau) \delta_{ij}}{E[\theta(\tau), t]} K[\theta(\tau), t, \tau] d\tau \quad (1.3)$$

$S = \sum_j \sigma_{jj} \delta_{ij}$, δ_{ij} — символ Кронекера,

$\theta(t) = \frac{T(t)}{T_0}$ — безразмерная температура,

T_0 — порог действия температуры на физические характеристики материала

$$K[\theta(\tau), t, \tau] = E[\theta(t), t] \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{E[\theta(\tau), \tau]} + C[\theta(\tau), t, \tau] \right\}$$

$C[\theta(\tau), t, \tau]$ — мера ползучести.

Вводя функцию напряжений Эри

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \nabla \Phi^* - \Phi^*_{,ij} \quad (1.4)$$

и решая (2) с (3) и (4) получаем, относительно функции напряжений, интегро-дифференциальное уравнение следующего вида

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \Phi^* + \frac{\Pi(\theta)_{,i}}{\Pi(\theta)} M_1(\Phi^*) + \frac{\Pi(\theta)_{,ii}}{\Pi(\theta)} M_2(\Phi^*) - \int_{\Sigma} \left[\nabla \nabla \Phi^* + \right. \\ \left. + \frac{K(\theta)_{,i}}{K(\theta)} M_1(\Phi^*) + \frac{K(\theta)_{,ii}}{K(\theta)} M_2(\Phi^*) \right] \cdot K[\theta(\tau), t, \tau] d\tau = - \\ - \frac{\alpha}{\Pi(\theta)} (1+m) \nabla T, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где:

$$\Pi(\theta) = |E(\theta, t)|^{-1}, \quad K(\theta) = K[\theta(\tau), t, \tau],$$

$m = 0$ для плоского напряженного состояния,

$m = \frac{\nu}{1-\nu}$ для плоской деформации

в прямоугольной системе координат

$$\begin{aligned} M_1(Q) = 2\theta_{,x} \nabla \frac{\partial Q}{\partial x} + 2\theta_{,y} \nabla \frac{\partial Q}{\partial y} + 2(1+\nu)\theta_{,xy} \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} + \\ + \theta_{,xx} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) + \theta_{,yy} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \right); \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} M_2(Q) = \theta_{,x}^2 \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) + 2(1+\nu)\theta_{,x}\theta_{,y} \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} + \\ + \theta_{,y}^2 \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \right), \end{aligned}$$

в полярной системе координат

$$\begin{aligned} M_1(Q) = \theta_{,r} \left(2\nabla \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{1}{r} \nabla Q - \frac{1+\nu}{r} \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r^2} \theta_{,\varphi} \left[2\nabla \frac{\partial Q}{\partial \varphi} - \right. \\ \left. - (1+\nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial \varphi} \right) \right] + \theta_{,rr} \left[(1+\nu) \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} - \nu \nabla Q \right] + \\ + \frac{\theta_{,\varphi\varphi}}{r^2} \left[\nabla Q - (1+\nu) \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} \right] + 2 \frac{1+\nu}{r} \theta_{,r\varphi} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} \left(\frac{Q}{r} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} M_2(Q) = \theta_{,\varphi}^2 \left[(1+\nu) \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} - \nu \nabla Q \right] + 2 \frac{1+\nu}{2} \theta_{,r}\theta_{,\varphi} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} \left(\frac{Q}{r} \right) + \\ + \frac{1}{r^2} \theta_{,\varphi\varphi} \left[\nabla Q - (1+\nu) \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} \right] \end{aligned}$$

Основываясь на экспериментальных данных В. А. Харламова (1) модуль упругости и мера ползучести бетона можно аппроксимировать следующими выражениями (старение не учитывается, так как согласно (4) играет второстепенную роль):

$$E(\theta) = \beta \exp(-\lambda\theta); \quad C[\theta(\tau), t, \tau] = \beta_1 [1 - e^{-\lambda_1(t-\tau)}] \exp(\lambda_1\theta),$$

где

$$\lambda = 0,15; \quad \lambda_1 = 0,28; \quad \beta = 1,16 E_0; \quad \beta_1 = 2,18 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2.$$

Подставляя (17) в (15) окончательно получаем

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \Phi^* + \lambda M_1(\Phi^*) + \lambda^2 M_2(\Phi^*) - \int_0^t [\nabla \nabla \Phi^* + \lambda_1 M_1(\Phi^*) + \\ + \lambda_1^2 M_2(\Phi^*)] K[\theta(\tau), t, \tau] d\tau = -\alpha \beta (1+m) \exp(-\lambda\theta) \nabla \theta \end{aligned} \quad (1.8)$$

где,

$$K[\theta(\tau), t, \tau] = -\frac{\beta_1 \gamma}{\beta} \exp[\lambda_1 \theta(\tau) - \lambda \theta(t) - \gamma(t-\tau)]. \quad (1.9)$$

§ 2. При стационарном распределении температуры связь между упругим напряженным состоянием и соответствующим напряженным состоянием с учетом ползучести следующая:

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \Phi^* + \lambda M_1(\Phi^*) + \lambda^2 M_2(\Phi^*) - \int_0^t [\nabla \nabla \Phi^* + (\lambda + \delta) M_1(\Phi^*) + \\ + (\lambda + \delta)^2 M_2(\Phi^*)] K[\theta(t), t, \tau] d\tau = \nabla \nabla \Phi + \lambda M_1(\Phi) + \lambda^2 M_2(\Phi). \end{aligned} \quad (2.1)$$

где,

$$\delta = \lambda_1 - \lambda,$$

$$K(\theta, t, \tau) = -\frac{\beta_1 \gamma}{\beta} \exp[\delta \theta - \gamma(t-\tau)].$$

Φ —функция напряжений Эри для соответствующей упругой задачи.

Решение уравнения (2.1) ищем в виде ряда

$$\Phi^* = \Phi_0^* + \sum_{n=1}^{\infty} \delta^n \Phi_n^* = \Phi_0^* + \Phi_{\infty}^*. \quad (2.2)$$

При $\delta = 0$, $\Phi_{\infty}^* = 0$, $\Phi^* = \Phi_0^*$ и уравнение (2.1) принимает вид:

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \Phi_0^* + \lambda M_1(\Phi_0^*) + \lambda^2 M_2(\Phi_0^*) - \int_0^t [\nabla \nabla \Phi_0^* + \lambda M_1(\Phi_0^*) + \\ + \lambda^2 M_2(\Phi_0^*)] K_0(t-\tau) d\tau = \nabla \nabla \Phi + \lambda M_1(\Phi) + \lambda^2 M_2(\Phi) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Решая полученное уравнение при однородных граничных условиях $\Phi_{,1}^* = 0$; $\frac{\partial \Phi_0^*}{\partial n} \Big|_s = 0$ получаем

$$\sigma_{ij}^*(t) = \sigma_{ij} + \int_0^t \sigma_{ij} R_0(t, \tau) d\tau, \quad (2.4)$$

где

$$R_0(t, \tau) = -\frac{\beta_1 \gamma}{\beta} \exp \left[-\left(\frac{\beta_1 \gamma}{\beta} + \gamma \right) (t - \tau) \right].$$

Если граничные условия неоднородны

$$\Phi_{,1}^* = f(x, y); \quad \frac{\partial \Phi_0^*}{\partial n} \Big|_s = \varphi(x, y) \quad \text{или} \quad \Phi_0^* = f(x, y); \quad \frac{\partial \Phi_0^*}{\partial n} \Big|_s = \varphi(x, y).$$

а температурное поле для соответствующей задачи при однородных граничных условиях не вызывает напряжений, то решение уравнения (8), как легко заметить будет иметь вид

$$\sigma_{ij}^*(t) = \sigma_{ij}. \quad (2.5)$$

Из полученных выше результатов следует, что и при высоких температурах в первом приближении можно пользоваться известными теоремами Н. Х. Арутюняна, если температурное поле стационарное.

Для определения функции Φ_{∞}^* получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \Phi_{\infty}^* + \lambda M_1(\Phi_{\infty}^*) + \lambda^2 M_2(\Phi_{\infty}^*) - \bar{\alpha} \frac{K^*}{1 - K^*} [M_1(\Phi_{\infty}^*) + (2\lambda + \bar{\alpha}) M_2(\Phi_{\infty}^*)] = \\ = \bar{\alpha} \frac{K^*}{1 - K^*} [M_1(\Phi_0^*) + (2\lambda + \bar{\alpha}) M_2(\Phi_0^*)], \end{aligned} \quad (2.6)$$

где

$$K^*(Q) = \int_0^t QK[\theta(\tau), t, \tau] d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\bar{\alpha}h)^n}{n!} \int_0^t QK_n(t - \tau) d\tau.$$

Легко заметить, что стоящее слева операторное выражение при однородных граничных условиях положительно определенное. Согласно (2), если правая часть уравнения (2.6) принадлежит к пространству $L_2(\Omega)$, то уравнение имеет единственное решение из пространства $W_2^{(4)}(\Omega)$ и верно следующее неравенство:

$$\|\Phi_{\infty}^*\|_{W_2^{(4)}(\Omega)} \leq C \left\| \bar{\alpha} \frac{K^*}{1 - K^*} [M_1(\Phi_0^*) + (2\lambda + \bar{\alpha}) M_2(\Phi_0^*)] \right\|_{L_2(\Omega)}. \quad (2.7)$$

Дифференциальное уравнение (2.6) приводится к бесконечной системе рекуррентных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \gamma \Phi_n^* + \lambda M_1(\Phi_n^*) + \lambda^2 M_2(\Phi_n^*) &= \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\delta^{n-m}}{(n-m)!} [M_1(\Phi_m^* + \\ &+ 2\lambda M_2(\Phi_m^*) + M_2(\Phi_{m-1}^*)] \end{aligned} \quad (2.8)$$

§ 3. С целью исследования сходимости решения полученной системы сначала оцениваем $|\Phi_n^*|$.

Из (2.7) следует:

$$|\Phi_n^*|_{W_2^{(4)}(D)} \leq C \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} [M_1(\Phi_0^*) + 2\lambda M_2(\Phi_0^*)] \right|_{L_2(D)} \quad (2.9)$$

Так как K_0 не зависит от x, y , то пока его принимаем постоянной величиной и, согласно известному неравенству треугольника, имеем:

$$|\Phi_n^*|_{W_2^{(4)}(D)} \leq C \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} [|M_1(\Phi_0^*)|_{L_2(D)} + 2\lambda |M_2(\Phi_0^*)|_{L_2(D)}] \right|; \lambda > 0.$$

Принимая во внимание следующие выражения

$$|M_1(\Phi_0^*)|_{L_2(D)} \leq |\theta_m| |\Phi_0^*|_{W_2^{(4)}(D)}; \quad |M_2(\Phi_0^*)|_{L_2(D)} \leq |\theta_m| |\Phi_0^*|_{W_2^{(4)}(D)}$$

окончательно получаем:

$$|\Phi_n^*|_{W_2^{(4)}(D)} \leq C(1 + 2\lambda) \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| |\Phi_0^*|_{W_2^{(4)}(D)}$$

где $|\theta_m|$ наибольшее из

$$(1 - \nu)(\theta_x^2 + \theta_y^2) + 2(1 + \nu)|\theta_x \theta_y|$$

и

$$2|\theta_x| + |\theta_y| + (1 + \nu)|\theta_{xy}| + (1 - \nu)(|\theta_{xx}| + |\theta_{yy}|).$$

Аналогичные рассуждения приводят к следующей бесконечной системе неравенств:

$$|\Phi_n^*| \leq C(1 + 2\lambda) \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| |\Phi_0^*|$$

$$|\Phi_1^*| \leq C \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| (1 + 2\lambda) (\theta_x |\Phi_0^*| + |\Phi_1^*|) + |\Phi_1^*|$$

.....

Умножая эти неравенства, начиная с первой строки на $\delta, \delta^2, \dots, \delta^n$ и складывая, получаем:

$$\begin{aligned} \bar{S}_n &< C \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| \delta (1 + 2\lambda + \delta) (|\Phi_0^*| + \bar{S}_n) \left[1 + \delta |\theta| + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta^2 \theta^2}{2!} + \dots + \frac{\delta^n |\theta^n|}{n!} \right] \end{aligned}$$

где

$$\bar{S}_n = \delta |\Phi_1^*| + \delta^2 |\Phi_2^*| + \dots + \delta^n |\Phi_n^*|.$$

а δ не ограничивая общности принято положительным.

Если $\delta < \delta_0$, где δ_0 наименьший корень следующего уравнения,

$$\delta_0 (1 + 2\lambda + \delta_0) e^{3|\theta|} = \left| \frac{1 - K_0^*}{K_0^*} \right| \frac{1}{C |\theta|_m},$$

то можем написать:

$$S_n < \frac{|\Phi_0^*|}{1 - \frac{C \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| \delta (1 + 2\lambda + \delta) e^{3|\theta|}}{1}}$$

где

$$\bar{S}_n > S_n = \delta \Phi_1^* + \delta^2 \Phi_2^* + \dots + \delta^n \Phi_n^*.$$

Отсюда следует, что для значений $\delta < \delta_0$ ряд и его производные по пространственным координатам до четвертого порядка включительно в области Ω сходятся абсолютно и равномерно.

Величину постоянного C можно оценить, проведя те же рассуждения для первого приближения. Для однородных граничных условий это приводит к следующему результату:

$$C > \frac{2}{1 + |\theta_m| \lambda + |\theta_m| \lambda^2}.$$

Для решения дифференциального уравнения (2.8) разлагаем функцию Φ_n^* в ряд $\sum_{l=0}^{\infty} \lambda^l \Phi_{nl}^*$ и относительно Φ_{nl}^* получаем новую бесконечную систему бигармонических неоднородных уравнений.

Однотипные вышеприведенным операции, приводят к результату: если $\lambda < \lambda_0$, где λ_0 наименьший корень следующего уравнения

$$1 - C_1 \lambda |\theta_m| - C_1 \lambda^2 |\theta_m| = 0,$$

то

$$S_{nl} < \frac{C_1 (1 + 2\lambda) \left| \frac{K_0^*}{1 - K_0^*} \right| |\theta_m| \sum_{q=0}^{n-1} \left| \frac{\theta^{n-q}}{(n-q)!} \right| |\Phi_q^*|}{1 - C_1 \lambda |\theta_m| - C_1 \lambda^2 |\theta_m|},$$

где

$$S_{nl} = \Phi_{n0}^* + \lambda \Phi_{n1}^* + \dots + \lambda^l \Phi_{nl}^*.$$

Следовательно, для всех $\lambda < \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{C_1 |\theta_m|}}}{2}$ решение бесконечной системы (2.8) и его производные, до четвертого порядка включительно, в области Ω сходятся абсолютно и равномерно.

§ 4. Рассмотрим осесимметричную задачу обобщенной плоской деформации при высоких температурах $\epsilon_z = \epsilon_z(t)$.

Из условия осевой симметрии вытекает

$$\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial z} = \frac{\partial u_i}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial z} = \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial z} = 0; \quad i, j = r, \varphi, z \quad (4.1)$$

и

$$v = \gamma_{ij} = 0 \quad (i \neq j).$$

Решая (1.1)–(1.3) совместно и учитывая (4.1) получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d \sigma_r}{dr} - \frac{1}{E[\theta(t), t]} \left| \frac{d \sigma_r}{dr} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\sigma_r}{r} \right| \frac{dE[\theta(t), t]}{dr} - \\ - \int_{r_0}^r \left| \frac{d^2 \sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d \sigma_r}{dr} \right| K[\theta(z), t, z] dz + \\ + \left[\frac{d \sigma_r}{dr} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\sigma_r}{r} \right] E[\theta(t), t] \frac{d}{dr} \frac{K[\theta(z), t, z]}{E[\theta(t), t]} dz = \\ = - \frac{E[\theta(t), t]}{1-\nu} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\alpha T(r, t)]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Учитывая, что при высоких температурах $\nu \rightarrow \frac{1}{2}$, принимаем

$\frac{1-2\nu}{1-\nu} \approx 0$ и тогда решение уравнения (4.2) можно записать

$$\begin{aligned} \sigma_r^* = - \frac{1+R^*}{1-\nu} \left\{ \int_{r_0}^r \frac{E[\theta(t), t]}{r^2} dr \int_{r_0}^r z^2 d[\alpha T(\varphi, t)] + \right. \\ \left. + \left[C_1(t) \int_{r_0}^r \frac{E[\theta(t), t]}{r^2} dr + C_2(t) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

$$R^*[Q(t)] = \int_{r_0}^r Q(z) R[\theta(z), t, z] dz,$$

$R[\theta(z), t, z]$ — резольвента ядра $K[\theta(z), t, z]$.

Для стационарных температурных полей

$$R(\theta, t-z) = - \frac{\beta_{11}\gamma}{\beta} e^{\theta} \exp \left[- \left(\frac{\beta_{11}\gamma}{\beta} e^{\theta} + \gamma \right) (t-z) \right],$$

а

$1 + R^* = \varphi(\theta, t) = 1 + \int_0^t R(\theta, t - \tau) d\tau$ — функция влияния ползучести (коэффициент затухания). Следовательно

$$\varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} \psi(\theta, t), \quad (4.4)$$

где ε_{ij} — упругие напряжения соответствующей задачи.

Таблица 1

Значения коэффициента затухания $\varphi(\theta, t)$ для стационарных температурных полей

$\theta = \frac{T}{100^\circ}$	$t=1$	$t=5$	$t=10$	$t=20$	$t=30$
1	0,870642	0,556366	0,401468	0,328501	0,319605
2	0,854089	0,514986	0,361690	0,297924	0,291554
3	0,835631	0,472246	0,323323	0,269441	0,265151
4	0,815109	0,428670	0,286983	0,243131	0,240433
5	0,792365	0,384987	0,253213	0,218978	0,217409
6	0,767256	0,341605	0,222391	0,196898	0,196062
7	0,739655	0,299589	0,194790	0,176763	0,176360
8	0,709461	0,259610	0,170459	0,158431	0,158257
9	0,676615	0,222397	0,149284	0,141763	0,149788
10	0,641111	0,188568	0,131005	0,126632	0,126610

Как явствует из табл. 1, ползучесть при высоких температурах происходит намного интенсивнее и практически прекращается через 20 суток после приложения нагрузки.

$$\varphi(\theta, t)|_{t \rightarrow \infty} = \left[\frac{\beta}{\beta} e^{\beta} + 1 \right]^{-1},$$

а в начальный момент

$$\varphi(\theta, t)|_{t=0} = 1.$$

Постоянные интегрирования $C_1(t)$ и $C_2(t)$ определяются из граничных условий, а осевая деформация $\varepsilon_x(t)$ из условия

$$2\pi \int_{r_0}^r \varepsilon_r r dr = N,$$

где N — осевое усилие.

§ 5. Рассмотрим частный пример. Бесконечная бетонная труба находится в стационарном температурном поле

$$T = T_1 - B \ln \frac{r}{r_0},$$

где

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\ln r_1 / r_0}.$$

T_1 и T_2 — значения температуры соответственно на внутренней (r_0) и внешней (r_1) поверхностях.

Интегрируя (4.3) с учетом (1.7) и удовлетворяя граничные условия

$$\sigma_{r|r=r_0}^* = 0; \quad \sigma_{r|r=r_1}^* = 0$$

получаем

$$\sigma_r^* = \frac{\alpha_0 E_0 B}{1 - \nu} \frac{e^{-\lambda \theta}}{2 \lambda B_1} \left| \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\lambda B_1} - 1 \right| \left[1 - A \frac{\frac{r_0^2}{r^2} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{\lambda B_1}}{1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{\lambda B_1}} \right] \psi(\theta, t),$$

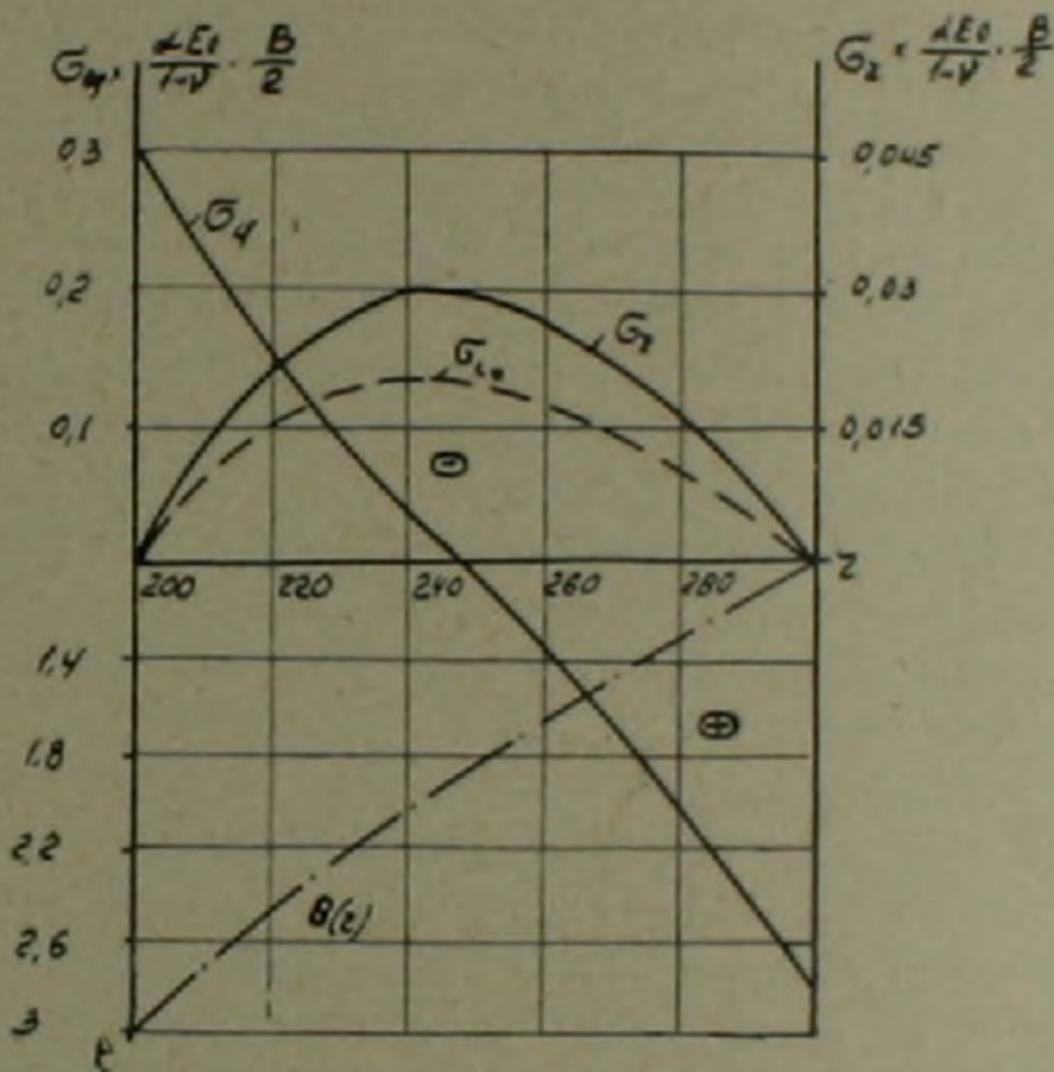


Рис. 1. σ_{r0} — радиальные напряжения без учета влияния температуры на деформативные характеристики материала

$$\sigma_r^* = \frac{\alpha_0 E_0 B}{1 - \nu} \frac{e^{-\lambda \theta}}{2 \lambda B_1} \left| \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\lambda B_1} (1 + \lambda B_1) - \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\lambda B_1 - 2} [A (\lambda B_1 - 1) + A - 1] \right| \psi(\theta, t),$$

где

$$B_1 = \frac{B}{T_0}; \quad A = \frac{1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{\lambda B_1}}{\frac{r_0^2}{r_1^2} - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{\lambda B_1}},$$

Из полученных выражений следует, что при постоянной разности температур на внутренней и внешней поверхностях ($T_1 - T_2 = \text{Const}$), и при определенных размерах трубы, напряжения сущест-

венно зависят от температуры внутренней поверхности. Повышение температуры T_1 приводит к уменьшению напряжений.

На рис. 1 показаны эпюры радиальных и кольцевых напряжений с учетом только упругих свойств материала. Изменение напряжений во времени с учетом ползучести материала легко получить пользуясь (4.4) и приведенной таблицей значений коэффициента затухания $\psi(0, t)$.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Լ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ջերմային սողի հարթ խնդիրը բարձր ջերմաստիճանների դեպքում

Ջերմային սողի հարթ խնդիրը, երբ առաձգականության մոդուլը և սողի չափը կախված է ջերմաստիճանից, բերվում է շորրորդ կարգի փոփոխական գործակիցներով ինտեգրա-դիֆերենցիալ հավասարման:

Ստացված հավասարումը լուծվում է գրգռման եղանակով և ապացուցվում է լուծման գույգամիտոթյունը:

Առանցքային սիմետրիկ հարթ խնդրի համար, երբ $\nu=0,5$ ստացվում է փակ լուծում:

Դիտարկված է անվերջ բետոնե խողովակի ջերմային սողի խնդիրը ստացիոնար ջերմային դաշտում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 М. А. Задоян, ДАН Арм. ССР, т. XXXI, № 4 (1960). 2 М. А. Задоян, «Известия АН Арм. ССР», сер. физ.-мат. наук, № 4, т. XVI (1963). 3 И. И. Голденблат и Н. А. Николаенко, Расчеты температурных напряжений в ядерных реакторах, Госатомиздат, 1962. 4 В. А. Харламов, Труды научно-исследовательского института бетона и железобетона, вып. 6, 1959. 5 М. А. Задоян, Л. М. Мурадян, «Известия АН Арм. ССР», сер. техн. наук, № 4, т. 24 (1971). 6 Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, М., 1952. 7 С. А. Соболев, Некоторые применения функционального анализа к математической физике, Изд. ЛГУ, 1950. 8 А. И. Косилов, Успехи математических наук, т. XIII, вып. 4, 1958. 9 Н. Н. Хилтон, Journ. Appl. Mech. Vol 19, 1953.