ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LIII 1971 4

УДК 539.37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Ю. С. Ншанян

О смешанной осесимметричной задаче для составного полупространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 1/VII 1971)

В работе рассматривается осесимметричная контактная задача для полупространства с полусферическим углублением, в которое без сцепления вдавливается упругая полусфера из другого материала. Решение задачи сводится к квази вполне регулярной бесконечной системе линейных уравнений. Распределение напряжений в упругом теле в окрестности сферических полостей исследовалось в работах ([1–4] и др). Осесимметрическое напряженное состояние сплошной полусферы рассматривается в работе ([5]).

1. Пусть на плоской поверхности упругой сферы заданы перемещения. На плоской поверхности полупространства напряжения будем считать отсутствующими. Упругая полусфера, находящаяся в полусферическом углублении полупространства, вдавливается осесимметричным образом и на поверхности контакта отсутствуют касательные напряжения. Задачу будем решать в сферической системе координат (ρ, θ, φ), где координата θ отсчитывается от оси симметрии. Тогда граничные условия, условия сопряжения и осесимметричности будут иметь вид:

$$U_\theta^{(1)} = U(\rho), \quad U_\rho^{(1)} = 0 \quad \left(\theta = \frac{\pi}{2},\ 0 < \rho < R\right)$$
$$\sigma_\theta^{(2)} = \tau_{\rho\theta}^{(2)} = 0 \qquad \left(\theta = \frac{\pi}{2},\ R < \rho < \infty\right) \tag{1.1}$$

$$U_\rho^{(1)} = U_\rho^{(2)}, \quad \sigma_\rho^{(1)} = \sigma_\rho^{(2)}, \quad \tau_{\rho\theta}^{(1)} = \tau_{\rho\theta}^{(2)} = 0 \quad \left(\rho = R,\ 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right) \tag{1.2}$$

$$\tau_{\rho\theta}^{(i)}(\rho, 0) = 0 \quad U_\theta^{(i)}(\rho, 0) = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{1.3}$$

Здесь U_ρ и U_θ — радиальный и меридиональный компоненты перемещения, $U(\rho)$ — произвольная гладкая функция, σ_ρ, σ_θ нормальные, а $\tau_{\rho\theta}$ — касательное напряжения. Величины, относящиеся к полусфере отмечены индексом 1, а к полупространству — индексом 2. Переходим от координат ρ и θ к координатам

$$\xi = \cos\theta, \quad t = \ln\frac{\rho}{R} \tag{1.4}$$

и следуя работе [13] решение уравнений Ляме берем в виде

$$U_\theta^{(l)} = (1-\xi^2)^{1/2}\Bigg\{\sum_{k=2,4,\cdots}^{\infty} (A_k^{(l)} e^{x_{l1}t} + B_k^{(l)} e^{x_{l2}t})\, P_k'(\xi) +$$

$$+ e^{t/2}\int_0^{\infty} [(A^{(l)}(\tau)\, W_3 - B^{(l)}(\tau)\, W_4 + C^{(l)}(\tau)\, P'_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi))\sin t\tau -$$

$$- (A^{(l)}(\tau)\, W_4 + B^{(l)}(\tau)\, W_3 - D^{(l)}(\tau)\, P'_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi))\cos t\tau]\, d\tau\Bigg\}, \tag{1.5}$$

$$U_\rho^{(l)} = \alpha^{(l)} e^{(3-2l)t} + \sum_{k=2,4,\cdots}^{\infty} (\delta_{l1} A^{(l)}_k e^{x_{l1}t} + \delta_{l2} B_k^{(l)} e^{x_{l2}t})\, P_k(\xi) -$$

$$- e^{\frac{t}{2}}\int_0^{\infty} [(A^{(l)}(\tau)\, W_1 - B^{(l)}(\tau)\, W_2 - [D^{(l)}(\tau)\, h_1^{(l)} + C^{(l)}(\tau) g_1^{(l)}]\, P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi))\sin t\tau -$$

$$- (A^{(l)}(\tau)\, W_2 + B^{(l)}(\tau)\, W_1 - [C^{(l)}(\tau)\, h_1^{(l)} - D^{(l)}(\tau)\, g_1^{(l)}]\, P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi))\times$$

$$\times \cos t\tau]\left(\tau^2 + \frac{9}{4}\right) d\tau. \tag{1.6}$$

Здесь $\alpha^{(l)}$, $A_k^{(l)}$, $B_k^{(l)}$, $A^{(l)}(\tau)$, $B^{(l)}(\tau)$, $C^{(l)}(\tau)$, $D^{(l)}(\tau)$ — неизвестные величины, подлежащие определению, $P_k(\xi)$ — полиномы Лежандра $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi)$ — функции конуса, $P'_\nu(\xi) = \dfrac{dP_\nu}{d\xi}$, $W_i(\xi, \tau)$ — известные величины, содержащие функции конуса, введенные в работе [3] $(i = 1, 2, 3, 4)$. В формулах (1.5) и (1.6) введены также следующие обозначения:

$$x_{11} = k-1, \quad x_{12} = k+1, \quad x_{21} = -(k+2), \quad x_{22} = -k$$

$$\delta_{11} = -k \quad \delta_{12} = -(k+1)\,\frac{(m_1+1)\,k-2}{(m_1+1)\,k+3m_1+5}, \qquad m_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} \quad (i=1,\ 2)$$

$$\delta_{21} = k+1 \quad \delta_{22} = \frac{m_2(k+1)+3k+1}{m_2(k-2)+3k-4}$$

λ_i, μ_i — упругие постоянные Ляме.

2. Вычисляя при помощи выражений (1.5), (1.6) и обычных формул напряжения замечаем, что условия (1.3) удовлетворяются тождественно. Удовлетворяя условиям (1.1) и (1.2) и вводя новые неизвестные $H_k^{(l)}$ $(l = 1, \cdots 4;\ k = 2, 4, \cdots)$ следующими соотношениями

$$(k-1)\, A_k^{(1)} + \frac{m_1 k(k+2) + k^2 + 2k - 1}{m_1(k+3)+k+5}\, B_k^{(1)} = \frac{H_k^{(1)}}{P_k(0)},$$

$$-(k+2) A_k^{(2)} - \frac{m_2(k^2-1)+3k^2-2}{m_2(k-2)+3k-4}\, B_k^{(2)} = \frac{H_k^{(2)}}{P_k(0)},$$

$$\mu_{12} k(k-1)\, A_k^{(1)} - \mu_{12}(k+1)\,\frac{(k+1)(k+2)+m_1(k^2-k-3)}{m_1(k+3)+k+5}\, B_k^{(1)} -$$

$$-(k+1)(k+2)A_k^{(2)}-k\frac{m_2(k^2-k+1)+k(3k+1)}{m_2(k-2)+3k-4}B_k^{(2)}=\frac{H_k^{(3)}}{P_k(0)},$$

$$\delta_{11}A_k^{(1)}+\delta_{12}B_k^{(1)}+\delta_{21}A_k^{(2)}+\delta_{22}B_k^{(2)}=\frac{H_k^{(4)}}{P_k(0)}, \tag{2.1}$$

где $\mu_{12}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$, мы после некоторых преобразований выразим через коэффициенты $H_k^{(i)}$ также и неизвестные функции $A^{(j)}, B^{(j)}, C^{(j)}, D^{(j)}$, $(j=1,\ 2)$

$$A^{(j)}(\tau)=(2-j)\Delta_{21}^{(j)}\overline{U}(\tau)+\Delta_{41}^{(j)}f_j(\tau);\quad B^{(j)}(\tau)=(2-j)\Delta_{22}^{(j)}\overline{U}(\tau)+\Delta_{42}^{(j)}f_j(\tau); \tag{2.2}$$

$$C^{(j)}(\tau)=(2-j)\Delta_{23}^{(j)}\overline{U}(\tau)+\Delta_{43}^{(j)}f_j(\tau);\quad D^{(j)}(\tau)=(2-j)\Delta_{24}^{(j)}\overline{U}(\tau)+\Delta_{44}^{(j)}f_j(\tau). \tag{2.3}$$

Здесь для простоты принято

$$U(\rho)=-U_0=\text{const}$$

и использованы следующие обозначения:

$$\overline{U}(\tau)=U_0\left|\tau\left(\tau^2+\frac{9}{4}\right)P'_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)\right|^{-1},$$

$$W_{4+i}(\tau,\ \xi)=\xi W_{2+i}-W_i+(-1)^i(1-\xi^2)W'_{2+i}$$

$$W_{i+6}(\tau,\ \xi)=2\left[\tau W'_{3-i}+(-1)^{i+1}\left(\tau^2+\frac{9}{4}\right)W'_i\right]\quad (i=1,\ 2)$$

$$W_{j,0}=W_j(0,\ \tau)[P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)]^{-1}\ (j=1,\ 2,\ 5,\ 6),$$

$$W'_{j,0}=W_j(0,\ \tau)[P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)]\ (j=3,\ 4,\ 7,\ 8) \tag{2.4}$$

$$\Delta^{(j)}(\tau)=\begin{vmatrix} (-1)^{j+1}W_{4j-1,0}, & -W_{4j,0}, & (j-1)g_1^{(2)}+2-j, & (j-1)h_3^{(2)} \\ (-1)^{j+1}W_{4j,0}, & -W_{4j-1,0}, & (1-j)h_3^{(2)}, & (j-1)g_1^{(2)}+j-2 \\ W_{4j-3,0}, & -W_{4j-2,0}, & (-1)^j g_{3j-2}^{(j)}, & (-1)^j h_{3j-2}^{(j)} \\ W_{4j-2,0}, & W'_{4j-3,0}, & (-1)^j h_{3j-2}^{(j)}, & (-1)^{j+1}g_4^{(j)} \end{vmatrix} \tag{2.5}$$

$$(i=1,\ 2)$$

а $\Delta_{p,i}^{(j)}(p,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4;\ (j=1,\ 2)$ являются отношениями соответствующих алгебраических дополнений к определителям (2.5)

$$f_1(\tau)\left(\tau^2+\frac{9}{4}\right)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)=-\alpha^{(1)}M_{\frac{1}{2}}-$$

$$-\sum_{p=2,4,\ldots}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}[\delta_{i1}M_{p-\frac{3}{2}}\Omega_{i1}+\delta_{i2}M_{p+\frac{1}{2}}\Omega_{i2}]H_p^{(i)},$$

$$f_2(\tau)\left(\tau^2+\frac{9}{4}\right)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)=\alpha^{(2)}M_{-\frac{3}{2}}+$$

$$+\sum_{p=2,4,\cdots}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}\left[(p+1)^2 M_{-(p+\frac{3}{2})}\Omega_{i3}+\right.$$

$$\left.+p\frac{m_2(p^2+2p-2)+3p^2+2p+3}{p(m_2+3)-2(m_2+2)}M_{-(p+\frac{1}{2})}\Omega_{i4}\right]H_p^{(i)},$$

где

$$M_\nu=-\frac{2}{\pi}\frac{\nu^2}{\nu^2+\tau^2},\quad h_4^{(2)}=\left(1+\frac{5}{4}m_2\right)h_1^{(2)}-\frac{1}{2}m_2\tau g_1^{(2)},$$

$$g_4^{(2)}=\left(\frac{5}{4}m_2+1\right)g_1^{(2)}+\frac{1}{2}m_2\tau h_1^{(2)}-\left(\tau^2+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{2}m_2\right). \quad (2.6)$$

Через коэффициенты $H_k^{(i)}$ выражаются также постоянные $\alpha^{(j)}$ $(j=1,\ 2)$

$$\alpha^{(j)}=\alpha_0^{(j)}+\sum_{p=2,4,\cdots}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}\alpha_{pj}^{(i)}H_p^{(i)}, \quad (2.7)$$

где

$$\alpha_0^{(j)}=\gamma_{1j}(\overline{U}_0^{(4)}-\overline{U}_0^{(3)})-\gamma_{2j}(\mu_{12}g_0\overline{U}_0^{(4)}-\overline{U}_0^{(3)});\quad g_0=\frac{3}{2}m_1+1$$

$$P_p(0)\,\alpha_{pj}^{(i)}=\delta_{11}\gamma_{p-\frac{3}{2},j}^{(1)}\Omega_{i1}+\delta_{12}\gamma_{p+\frac{1}{2},j}^{(1)}\Omega_{i2}+$$

$$+\beta_1\gamma_{-(p+\frac{5}{2}),j}^{(2)}\Omega_{i3}+\beta_2\gamma_{-(p+\frac{3}{2}),j}\Omega_{i4},$$

$$\beta_1=(p+1)^2,\quad \beta_2=p\frac{m_2(p^2+2p-2)+3p^2+2p+3}{p(m_2+3)-2(m_2+2)},$$

$$(i=1,\cdots 4;\ j=1,\ 2) \quad (2.8)$$

Ω_{iq} $(i,\ q=1,\cdots,4)$ определяются как отношения соответствующего алгебраического дополнения к определителю системы (2.1), аналогично как и γ_{ij} для определителя

$$\gamma=\begin{vmatrix} 1+\mu_{12}g_0-X_{0,-\frac{1}{2}}^{(1)}-Z_{0,\frac{1}{2}}^{(1)}, & -X_{0,-\frac{3}{2}}^{(1)}-Z_{0,-\frac{3}{2}}^{(1)} \\ g_0\mu_{12}X_{0,\frac{1}{2}}^{(1)}-Z_{0,-\frac{1}{2}}^{(1)}, & 1+g_0\mu_{12}+\mu_{12}g_0X_{0,-\frac{3}{2}}^{(2)}-Z_{0,-\frac{3}{2}} \end{vmatrix} \quad (2.9)$$

Причем здесь

$$\left.\begin{matrix} X_{k,\nu}^{(j)} \\ -\overline{U}_k^{(k)} \end{matrix}\right\}=\int_0^{\infty}\left(\tau^2+\frac{9}{4}\right)\left[W_{1,k}\begin{Bmatrix}\Delta_{41}^{(j)}\\ \Delta_{21}^{(1)}\end{Bmatrix}-W_{2,k}\begin{Bmatrix}\Delta_{42}^{(j)}\\ \Delta_{22}^{(1)}\end{Bmatrix}-\right.$$

$$\left.-N_{1,k}\begin{Bmatrix}h_1^{(j)}\Delta_{43}^{(1)}-g_2^{(j)}\Delta_{44}^{(j)}\\ h_1^{(j)}\Delta_{23}^{(1)}-g_2^{(1)}\Delta_{24}^{(1)}\end{Bmatrix}\right]\begin{Bmatrix}M_\nu(\tau)\\ \overline{U}(\tau)\end{Bmatrix}d\tau, \quad (2.10)$$

$$
\left.\begin{matrix} Z^{(j)}_{k,\nu} \\ \overline{U}^{(3)}_k \end{matrix}\right\} = \int\limits_0^\infty \left(\tau^2 + \frac{9}{4}\right)\left[\left(\frac{1}{2} W_{2,k} - \tau W_{1,k}\right)\left\{\begin{matrix} \Delta^{(j)}_{41} \\ \Delta^{(1)}_{21} \end{matrix}\right\} + \right.
$$

$$
+ \left(\frac{1}{2} W_{1,k} + \tau W_{2,k}\right)\left\{\begin{matrix} \Delta^{(j)}_{42} \\ \Delta^{(1)}_{22} \end{matrix}\right\} +
$$

$$
\left. + N_{1,k}\left\{\begin{matrix} g^{(j)}_2 \Delta^{(j)}_{43} - h^{(j)}_2 \Delta^{(j)}_{44} \\ g^{(1)}_2 \Delta^{(1)}_{23} - h^{(1)}_2 \Delta^{(1)}_{24} \end{matrix}\right\}\right]\left\{\begin{matrix} \mu_{12} M_\nu(\tau) \\ \overline{U}(\tau) \end{matrix}\right\} d\tau, \qquad (2.11)
$$

$$
\gamma^{(i)}_{\nu,j} = \gamma_{1,j}\left(Z^{(1)}_{0,\nu} + Z^{(i)}_{0,\nu}\right) - \gamma_{2,j}\left(\mu_{12} g_0 Z^{(1)}_{0,\nu} - Z^{(i)}_{0,\nu}\right) \quad (i,\ j = 1,\ 2) \qquad (2.12)
$$

Где обозначено:

$$
N_{1,k}(\tau) = \int\limits_0^1 P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi) P_k(\xi)\, d\xi; \quad W_{j,k} = \int\limits_0^1 W_j(\tau, \xi) P_k(\xi)\, d\xi \quad (j = 1,\ 2) \qquad (2.13)
$$

Наконец для определения неизвестных $H^{(i)}_k$ получим следующую совокупность бесконечных систем линейных уравнений

$$
H^{(i)}_k = a^{(i)}_{k,0} + \sum_{p=2,4,\cdots}^{\infty} \sum_{q=1}^{4} a^{(i,q)}_{kp} H^{(q)}_p \quad (q,\ i = 1, \cdots 4) \qquad (2.14)
$$

Свободные члены этой совокупности определяются из соотношений

$$
\frac{P_k(0)(2k+1)}{k(k+1)} a^{(j)}_{k,0} = (2-j)\, \overline{U}^{(j)}_k + (-1)^j \alpha^{(j)}_0 J_{k,\frac{5}{2}-2j} \quad (j = 1,\ 2)
$$

$$
P_k(0)(2k+1)\, a^{(3)}_{k,0} = \overline{U}^{(3)}_k - \alpha^{(1)}_0 Z^{(1)}_{k,\frac{1}{2}} - \alpha^{(2)}_0 Z^{(2)}_{k,-\frac{3}{2}}
$$

$$
P_k(0)(2k+1)\, a^{(4)}_{k,0} = \overline{U}^{(4)}_k + \alpha^{(1)}_0 X^{(1)}_{k,\frac{1}{2}} + \alpha^{(2)}_0 X^{(2)}_{k,-\frac{3}{2}} \qquad (2.15)
$$

Где введены обозначения:

$$
\left.\begin{matrix} J^{(j)}_{k,\nu} \\ \overline{U}^{(1)}_k \end{matrix}\right\} = \int\limits_0^\infty \left[- W_{8,k}\left\{\begin{matrix} \Delta^{(j)}_{41} \\ \Delta^{(1)}_{21} \end{matrix}\right\} + W_{7,k}\left\{\begin{matrix} \Delta^{(j)}_{42} \\ \Delta^{(1)}_{22} \end{matrix}\right\} - \right.
$$

$$
\left. - N_{2,k}\left\{\begin{matrix} h^{(j)}_3 \Delta^{(j)}_{43} - g^{(j)}_3 \Delta^{(j)}_{44} \\ h^{(1)}_3 \Delta^{(1)}_{23} - g^{(1)}_3 \Delta^{(1)}_{24} \end{matrix}\right\}\right]\left\{\begin{matrix} M_\nu(\tau) \\ \overline{U}(\tau) \end{matrix}\right\} d\tau, \qquad (2.16)
$$

$$N_{2,k} = k(k+1)N_{1,k}; \quad W'_{q,k} = \int_0^1 (1-\xi^2)\, W'_q(\xi, \tau)\, P'_k(\xi)\, d\xi; \quad (q = 7,\ 8) \tag{2.17}$$

Коэффициенты системы определяются выражениями:

$$a_{k,p}^{(1,q)} = \Big\{\delta_{11}(p)\,[J^{(1)}_{k,p-\frac{3}{2}} + J^{(1)}_{k,\frac{1}{2}}\gamma^{(1)}_{1,p-\frac{3}{2}}]\,\Omega_{q1}(p) + \delta_{12}(p)\,[J^{(1)}_{k,p-\frac{1}{2}} +$$

$$+ J^{(1)}_{k,\frac{1}{2}}\gamma^{(1)}_{1,p+\frac{1}{2}}]\,\Omega_{q2}(p) + J^{(1)}_{k,\frac{1}{2}}\,[\beta_1(p)\,\gamma^{(2)}_{1,-(p+\frac{5}{2})}\,\Omega_{q3}(p) +$$

$$+ \beta_2(p)\,\gamma^{(2)}_{1,-(p+\frac{1}{2})}\,\Omega_{q4}(p)]\Big\}\frac{2k+1}{k(k+1)P_k(0)}\,P^2_p(0),$$

$$a_{k,p}^{(2,q)} = \Big\{J^{(2)}_{k,-\frac{3}{2}}\,\alpha^{(q)}_{p2} + \beta_1(p)\,\Omega_{q3}(p)\,J^{(2)}_{k,-(p+\frac{5}{2})} +$$

$$+ \beta_2(p)\,J^{(2)}_{k,-(p+\frac{1}{2})}\,\Omega_{q4}(p)\Big\}\frac{2k+1}{k(k+1)P_k(0)}\,P^2_p(0),$$

$$a_{k,p}^{(3,q)} = -\Big\{\alpha^{(q)}_{p1}Z^{(1)}_{k,\frac{1}{2}} + \alpha^{(q)}_{p2}Z^{(2)}_{k,+\frac{3}{2}} + \delta_{11}(p)\,\Omega_{q1}(p)\,Z^{(1)}_{k,p-\frac{3}{2}} +$$

$$+ \delta_{12}(p)\,\Omega_{q2}(p)\,Z^{(1)}_{k,p+\frac{1}{2}} + \beta_1(p)\,\Omega_{q3}(p)\,Z^{(2)}_{k,-(p+\frac{1}{2})} +$$

$$+ \beta_2(p)\,\Omega_{q4}(p)\,Z^{(2)}_{k,-(p+\frac{1}{2})}\Big\}\frac{2k+1}{P_k(0)}\,P^2_p(0),$$

$$a_{kp}^{(4,q)} = \Big\{\alpha^{(q)}_{p1}X^{(1)}_{k,\frac{1}{2}} + \alpha^{(q)}_{p2}X^{(2)}_{k,-\frac{3}{2}} + \delta_{11}(p)\,\Omega_{q1}(p)\,X^{(1)}_{k,p-\frac{3}{2}} +$$

$$+ \delta_{12}(p)\,\Omega_{q2}(p)\,X^{(1)}_{k,p+\frac{1}{2}} + \beta_1(p)\,X^{(2)}_{k,-(p+\frac{5}{2})}\,\Omega_{q3}(p) +$$

$$+ \beta_2(p)\,X^{(2)}_{k,-(p+\frac{1}{2})}\,\Omega_{q4}(p)\Big\}\frac{2k+1}{P_k(0)}\,P^2_p(0). \quad (k,\ p = 2,\ 4, \cdots) \tag{2.18}$$

Таким образом решение поставленной задачи свелось к решению совокупности бесконечных систем линейных уравнений (2.14).

3. Используя неравенство ([5])

$$\left|\frac{P'_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)}{P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)}\right| < \frac{3}{2}\left(\tau^2 + \frac{1}{4}\right)^{1/2}, \tag{3.1}$$

а также значение интеграла

$$\int_0^\infty \frac{x^{\mu-1}\,dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} = \frac{\pi}{2}\,\frac{\operatorname{cosec}\frac{\mu\pi}{2}}{a^2-b^2}\left(b^{\frac{\mu}{2}-1} - a^{\frac{\mu}{2}-1}\right)(0 < \operatorname{Re}\mu < 4) \tag{3.2}$$

после некоторых вычислений для коэффициентов $a_{k0}^{(i)}$, $a_{kp}^{(i)}$ можно получить следующие оценки (при $k > N$)

$$a_{k0}^{(i)} \sim 0\left|\frac{1}{k}\right|; \quad a_{kp}^{(i,q)} \sim \begin{cases} \dfrac{1}{p(k+p)} & \text{при } i = 1, 3, 4 \\ \dfrac{1}{p(p-1)} \dfrac{1}{2k+1} & \text{при } i = 2 \end{cases} \qquad (q = 1, \cdots 4)$$

т. е. свободные члены систем ограничены сверху и для индексов стремящихся к бесконечности стремятся к нулю, а для суммы модулей коэффициентов систем имеет место оценка

$$\sum_{p=N+2}^{\infty} \left| \sum_{i,q=1}^{4} a_{ip}^{(i,q)} \right| < \begin{cases} \infty & \text{при } k = 2, 4, \cdots \\ 1 - \varepsilon & \text{при } k = N+2, N+4, \cdots \end{cases} \tag{3.3}$$

Таким образом системы (2.14) оказываются квази-вполне регулярными и решение совокупности систем можно найти методом последовательных приближений.

Институт экономики и организации сельского хозяйства
МСХ Армянской ССР

Յու. Ս. ՆՇԱՆՅԱՆ

Բաղադրյալ կիսահարթության առանցքասիմետրիկ խառը խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկված է կիսասֆերիկ փորվածքով կիսատարածության համար առանցքասիմետրիկ կոնտակտային մի խնդիր, երբ փորվածքում տեղավորված ուրիշ նյութից պատրաստված կիսասֆերան մղվում է կիսատարածության մեջ։

Ենթադրվում է, որ կիսասֆերայի վրա տված են տեղափոխությունները, իսկ կիսասֆերայի և կիսատարածության հպման մակերևույթի վրա բացակայում են շոշափող լարումները։ Կիսատարածության հորիզոնական եզրն ազատ է լարումներից։

Խնդիրը բերված է գծային հավասարումների անվերջ սիստեմների լուծմանը։

Ցույց է տրվում, որ ստացված գծային հավասարումների անվերջ սիստեմները կվազիլիովին ռեգուլյար են, ընդ որում ազատ անդամները սահմանափակ են և ձգտում են զրոյի, երբ ինդեքսը ձգտում է անվերջի։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Wangl S.*, J. Appl. Mech. (Trans ASME), v. 32, 1965, № 3. [2] *Г. Г. Чанкветадзе*. Труды Груз. политехнического ин-та, 1951, № 1/42; 1957, № 3/57. [3] *В. И. Довнорович*, Ученые записки Белорусского ин-та ж/д транспорта. 1958, в. 2. [4] *Eubanks R. A.*, J. Appl. Mech. v. 21, 1954, № 1. [5] *Ю. Нишанян*, Известия АН Арм. ССР «Механика», XXIII, № 5, 1970 г.