ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LIII 1972 3

УДК 538.02+538.3

ФИЗИКА

Р. Г. Тарханян

Электродинамика дуально-заряженных частиц

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяном 4/IV 1971)

1. Проблема магнитного заряда — одна из серьезных нерешенных задач современной теории электромагнетизма, привлекающая в последнее время все более растущее внимание физиков (1). Определенное направление в теории магнитного заряда представляют работы, основанные на гипотезе о существовании дуально-заряженных частиц, обладающих как электрическим, так и магнитным зарядом. Такая чисто умозрительная гипотеза позволяет построить возможную интерпретацию субъядерного мира, в частности, дуально-заряженные частицы можно расcматривать как физическую реализацию адронов—сильно взаимодействующих магнитно-нейтральных образований (2). В случае дуально-заряженных частиц обычно (1-3) используются симметризованные уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} H - \frac{\partial E}{\partial t} = J_e \qquad \operatorname{rot} E + \frac{\partial H}{\partial t} = -J_g$$
$$\operatorname{div} H = \rho_g \qquad \operatorname{div} E = \rho_e \tag{1}$$

с электрическими (ρ_e, J_e) и магнитными (ρ_g, J_g) источниками.

Однако при попытке получить эти уравнения исходя из принципа наименьшего действия в результате вариационной процедуры возникают известные трудности, для преодоления которых Дирак (3) вводит «нефизические» переменные, описывающие сингулярную нить. В работе (4) при рассмотрении электротехнических закономерностей в магнитопроводящих системах наряду с уравнениями Максвелла вводятся инверсионно-сопряженные уравнения электромагнитного поля, причем для обеспечения непрерывности магнитного потока вдоль оси магнитопровода, охваченного сверхпроводящим замкнутым контуром, вводится понятие «напряжения смещения» (ф-система). В настоящей работе на основе принципа наименьшего действия получена система уравнений, дополняющих уравнения Максвелла-Лоренца для дуально-заряженных частиц. Эти уравнения отличаются от системы (1) и после соответствующего усреднения приводят к макроскопическим уравнениям, введенным впервые в работе А. Г. Иосифьяна ([4]).

2 Рассмотрим частицу, свойства взаимодействия которой с электромагнитным полем определяются двумя параметрами—электрическим зарядом e и магнитным зарядом g, которые можно представить как компоненты двумерной величины e_α, $\alpha = 1,2$, $e_1 = e$, $e_2 = g$. Поле характеризуем величиной $A_{\alpha i}$, компоненты которой $A_{1i} = A_{ei}$ и $A_{2i} = A_{gi}$ представляют собой четырехмерные потенциалы электромагнитного поля, являющиеся функциями координат и времени. Тогда взаимодействие дуально-заряженной частицы (которую в дальнейшем, следуя ([4]), назовем электромагнетоном) с электромагнитным полем описывается членом, входящим в действие в виде

$$S_{вз} = e_\alpha \int A_{\alpha i} dx_i = \int_{t_1}^{t_2} dt \{(eA_e + gA_g) V - e\varphi_e - g\varphi_g\}, \tag{2}$$

где A_α—векторные, φ_α—скалярные потенциалы поля. Используя (2), для нерелятивистского электромагнетона получим уравнение движения в виде

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = e(\boldsymbol{E}_e + [\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}_e]) + g(\boldsymbol{H}_g - [\boldsymbol{E}_g\boldsymbol{v}]), \tag{3}$$

где

$$\boldsymbol{E}_\alpha = -\frac{\partial \boldsymbol{A}_\alpha}{\partial t} - \operatorname{grad}\varphi_\alpha, \quad \boldsymbol{H}_\alpha = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}_\alpha,$$

$$\boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{E}_e,\ \boldsymbol{E}_2 = \boldsymbol{H}_g,\ \boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{H}_e,\ \boldsymbol{H}_2 = \boldsymbol{E}_g. \tag{3a}$$

Выражение в правой части (3) есть сила, действующая на электромагнетон, движущийся со скоростью v в поле, создаваемом заданным распределением других электромагнетонов. Уравнение (3) в четырехмерной форме имеет вид

$$m\frac{du_i}{ds} = e_\alpha F_{\alpha,\, ik} u_k, \tag{4}$$

где $u_i = \frac{dx_i}{ds}$ — скорость, $F_{\alpha,\, ik} = \frac{\partial A_{\alpha k}}{\partial x_i} - \frac{\partial A_{\alpha i}}{\partial x_k}$ — антисимметричный тензор электромагнитного поля:

$$F_{\alpha,\, ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_{\alpha z} & -H_{\alpha y} & -iE_{\alpha x} \\ -H_{\alpha z} & 0 & H_{\alpha x} & -iE_{\alpha y} \\ H_{\alpha y} & -H_{\alpha x} & 0 & -iE_{\alpha z} \\ iE_{\alpha x} & iE_{\alpha y} & iE_{\alpha z} & 0 \end{pmatrix}.$$

компоненты которого преобразуются по известным [5] формулам Лоренца и позволяют написать действие для поля с находящимися в нем зарядами в виде

$$S = -\sum\int m ds + \int dv dt \left(A_{\alpha l} J_{\alpha l} - \frac{1}{2} F^2_{\alpha, lk} \right), \tag{5}$$

где $J_{\alpha l} = \rho_\alpha \dfrac{dx_l}{dt}$, $e_\alpha = \int \rho_\alpha dv$, ρ_α — плотности электрического и магнитного зарядов. Варьируя (5) по потенциалам поля $A_{\alpha l}$, играющим роль обобщенных координат, из принципа наименьшего действия получим:

$$\frac{\partial F_{\alpha, lk}}{\partial x_k} = J_{\alpha l}. \tag{6}$$

Кроме того, согласно (3а), имеем

$$e_{klm} \frac{\partial F_{\alpha, lm}}{\partial x_k} = 0. \tag{7}$$

Раскрывая (6) и (7) по пространственным ($i = 1, 2, 3$) и временным ($i = 4$) координатам, для $\alpha = 1,2$ соответственно получаем

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E}_e + \frac{\partial \boldsymbol{H}_e}{\partial t} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H}_e - \frac{\partial \boldsymbol{E}_e}{\partial t} = \rho_e \boldsymbol{v}, \tag{8а}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{H}_e = 0, \quad \operatorname{div} \boldsymbol{E}_e = \rho_e.$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E}_g - \frac{\partial \boldsymbol{H}_g}{\partial t} = \rho_g \boldsymbol{v},$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H}_g + \frac{\partial \boldsymbol{E}_g}{\partial t} = 0, \tag{8б}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E}_g = 0, \quad \operatorname{div} \boldsymbol{H}_g = \rho_g.$$

Уравнение непрерывности, выражающее закон сохранения заряда, имеет вид $\operatorname{div} \boldsymbol{J}_\alpha + \dfrac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} = 0$, где $\boldsymbol{J}_\alpha = \rho_\alpha \boldsymbol{v}$. Уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \frac{1}{2} (E_e^2 + H_e^2 + H_g^2 + E_g^2) dv = - \int \boldsymbol{J}_\alpha \boldsymbol{E}_\alpha dv - \oint ds ([\boldsymbol{E}_e \boldsymbol{H}_e] + [\boldsymbol{H}_g \boldsymbol{E}_g]) \tag{9}$$

выражает закон сохранения энергии.

Итак, поле характеризуется набором двух пар напряженностей $(\boldsymbol{E}_e, \boldsymbol{H}_e)$ и $(\boldsymbol{E}_g, \boldsymbol{H}_g)$, которые определяют силу, действующую на электромагнетон в электромагнитном поле (см. ур. (3)) и подчиняются полной системе уравнений (8а, б).

Рассмотрим кратко вопрос о возможности наблюдения дуально-заряженных частиц. Вводя вектора $e = \frac{1}{q}(eE_e + gH_g)$ и $h = \frac{1}{q}(eH_e + gE_g)$, где $q = (e^2 + g^2)^{\frac{1}{2}}$, и используя (8а, б) получаем

$$\mathrm{rot}\, e = -\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad \mathrm{rot}\, h = \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v,$$

$$\mathrm{div}\, h = 0, \quad \mathrm{div}\, e = \rho, \tag{10}$$

где $\rho = \frac{1}{q}(e\rho_e + g\rho_g)$ есть плотность „заряда" q, т. е. $\int \rho\, dv = q$.

При этом уравнение (3) переходит в обычное уравнение движения с лоренцовским выражением для силы $m\frac{dv}{dt} = q(e + [vh])$.

Очевидно, что описание поля с помощью величин e, h, q и уравнений (10) дает те же физические результаты, что и уравнения (8а, б) с использованием величин E_e, H_g, E_g, H_e, e, g. Поскольку $\mathrm{div}\, h = 0$, то можно сделать вывод, что соответствующий источник невозможно включить в теорию в качестве наблюдаемого физического объекта, и что мы всегда имеем дело с эффективным зарядом q, который называем условно электрическим ([1]).

3. Чтобы описывать электромагнитные поля в материальной среде, необходимо провести усреднение микроскопических уравнений (8а, б) по физически бесконечно малому объему, предполагая, что в пределах последнего все величины мало меняются. Обозначим средние значения E_e, H_e, E_g, H_g соответственно через E, B, D_g, H_g. В случае быстропеременных полей удобно ввести вектора индукции

$$D = E + \int_{-\infty}^{t} dt' \overline{J_e(r, t')}, \quad B_g = H_g + \int_{-\infty}^{t} dt' \overline{J_g(r, t')}.$$

Тогда из (8а, б) получим макроскопические уравнения

$$\mathrm{rot}\, E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\, B = 0, \qquad \mathrm{rot}\, D_g = \frac{\partial B_g}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\, D_g = 0,$$

$$\text{(10а)} \qquad\qquad \text{(10б)}$$

$$\mathrm{rot}\, B = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\, D = 0. \qquad \mathrm{rot}\, H_g = -\frac{\partial D_g}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\, B_g = 0,$$

причем материальные уравнения в случае однородных неограниченных сред фурье-компонент полей имеют вид $D_i = \varepsilon_{ij}(\omega, k)E_j$, $B_{gi} = \mu_{gij}(\omega, k)H_{gj}$, где тензор μ_g связан с комплексным тензором магнитной проводимости среды σ_{gij} соотношением $\mu_{gij}(\omega, k) = \delta_{ij} + 2\pi\sigma_{gij}(\omega, k)\,\delta_{+}(\omega)$, аналогичным связи тензора ε_{ij} с тензором электропроводности σ_{ij}.

При достаточно низких частотах средние значения токов можно представить в виде $\bar{J}_e = \frac{\partial P_e}{\partial t} + \bar{J}_{\text{пр}e} + \operatorname{rot} M_e$ — суммы токов поляризации, проводимости и намагниченности (наэлектризованности) соответственно. Вводя новые векторы индукций и напряженностей полей

$$H = B - M_e, \quad E_g = D_g - M_g, \quad D = E + P_e, \quad B_g = H_g + P_g,$$

получаем полную систему макроскопических уравнений

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \operatorname{div} D = \rho_e^0$$

$$\operatorname{rot} H = \frac{\partial D}{\partial t} + J_{e\,\text{пр}}, \quad \operatorname{div} B = 0 \tag{11а}$$

$$B = \mu H, \quad D = \varepsilon E,$$

$$\operatorname{rot} E_g = \frac{\partial B_g}{\partial t} + J_{g\,\text{пр}}, \quad \operatorname{div} D_g = 0$$

$$\operatorname{rot} H_g = -\frac{\partial D_g}{\partial t}, \quad \operatorname{div} B_g = \rho_g^0 \tag{11б}$$

$$D_g = \varepsilon_g E_g, \quad B_g = \mu_g H_g$$

Сила, действующая на отдельный электромагнетон, находящийся в среде, равна

$$F = e(E + [vB]) + g(H_g - [D_g v]). \tag{12}$$

Система (11б) полностью совпадает с системой уравнений, приведенной в работе А. Г. Иосифьяна ([4]). Уравнения (11а, б) позволяют разделить все вещества на четыре класса—диэлектрики (ρ_e^0, $J_{e\,\text{пр}} = 0$), магнитные изоляторы (ρ_g^0, $J_{g\,\text{пр}} = 0$), проводники электричества (ρ_e^0, $J_{e\,\text{пр}} \neq 0$) и магнитопроводники (ρ_g^0, $J_{g\,\text{пр}} \neq 0$). Последний класс веществ следует искать среди сверхпроводников. Заметим, что в случае непроводников системы (11а, б) идентичны при отсутствии сторонних токов и зарядов, при этом $E_g = -E$, $D_g = -D$, $B_g = B$, $H_g = H$. В случае проводников электричества следует использовать систему (11а), в случае магнитопроводников —систему (11б).

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Ա. Հ. ԹԱՐԽԱՆՅԱՆ

Երկակի լիցքավորված մասնիկների էլեկտրադինամիկան

Գործողության փոքրագույն արժեքի սկզբունքից ելնելով ստացված են նոր տիպի հավասարումներ, որոնք լրացնում են Մաքսվել-Լորենցի հավասարումների սիստեմը թե էլեկտրական և թե մագնիսական լիցքով օժտված մասնիկների համար։ Այդպիսի մասնիկների գոյության մասին հիպոթեզը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում, քանի որ թույլ է տալիս կառուցել տարրական մասնիկների աշխարհի հնարավոր բացատրությունը (²)։ Էլեկտրամագնիսական դաշտը բնութագրվում է 2 զույգ լարվածություններով։ Ստացված է նաև դաշտի մակրոսկոպիկ հավասարումների լրիվ սիստեմ, ցույց է տրված, որ վերջինս դանդաղ փոփոխվող դաշտերի դեպքում համընկնում է Ա. Գ. Իոսիֆյանի կողմից ստացված դաշտի շրջադարձ-համալուծ հավասարումների սիստեմի հետ։ Վերջինս Մաքսվելի սիստեմի հետ մեկտեղ թույլ է տալիս ավելի լրիվ նկարագրել մասնավորապես մագնիսահաղորդ համակարգերի էլեկտրամագնիսական հատկությունները։ Համառոտ կերպով քննարկված են նաև երկակի լիցքավորված մասնիկների դիտարկման հարցերը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Монополь Дирака*, Сб. статей под ред. Б. М. Болотовского и Ю. Д. Усачева. „Мир", М., 1970. [2] *J. Schwinger*. Science 165, 757 (1969). [3] *P. A. M. Dirac*. Phys. Rew. 74, 817 (1948). [4] *А. Г. Иосифьян*, ДАН Арм. ССР, т. LI, № 1 (1970). [5] *Л. Д. Ландау* и *Е. М. Лифшиц*, Теория поля, ГИФМЛ, М., 1960.