ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ ԿԱՆՈՆԻԿ ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ

Հ. Զ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Կառավարման տեսության ժամանակակից փուլը ավելի մեծ ուշադրությամբ է բնութագրում պատահական գործընթացների մոդելների մշակումը:

Դիտարկենք պատահական գործընթաց, որը ներկայացված է հետևյալ կանոնիկ տեսքով՝

$$u(t)=\sum_{\kappa=-N}^{N} \nu_k \ell^{ik\omega_0 t} \text{ ,[1]}$$

որտեղ

$$\nu_k=-\frac{A_\kappa}{2} i e^{i\tau_\kappa}$$

$$\nu_{-k}=-\frac{A_\kappa}{2} i e^{-i\tau_\kappa}$$

$$\nu_0 \equiv 0$$

A_κ արժեքները բաշխված են նորմալ, որտեղ $M\left[A_\kappa\right]=0$ և $M\left[A_\kappa A_м\right]=\sigma_a^2 \delta_{\kappa м}$, $\delta_{\kappa м}=1, N$. τ_κ փոփոխականի արժեքները բաշխված են հավասարաչափ $[0,2\pi]$ ինտերվալում: Այստեղից τ_κ- ամպլիտուդների համար ունենք $M\left[\nu_k\right]=0$ և $M\left[\nu_k \nu_м\right]=\sigma_\nu^2 \delta_{km}$, $\nu_{km}=1, N$, որտեղ σ_ν^2- ν_k - ամպլիտուդների դիսպերսիան է:

Նման գործընթացներ դիտարկվել են ակադեմիկոս Վ.Ս. Պուգաչևի [1,27] և այլ հայտնի գիտնականների կողմից: Տվյալ գործընթացի վիճակագրական բնութագրիչները հաշվարկվում են հետևյալ կերպ.

1. $u(t)$- պարբերական գործընթաց է հետևյալ հաճախականությամբ $f_0=-\frac{\omega_0}{2\pi}$.

իրոք ` $u(t+\mathrm{T}_0)=\sum\limits_{\kappa=-N}^{N}\nu_k e^{ik\omega_0(t+T_0)}=u(t)$,

որտեղ $\mathrm{T}_0=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$,

2. $u(t)$ - միջին արժեքը հավասար է 0-ի

$$M[u(t)]=\sum_{\kappa=-N}^{N}M[\nu_k]e^{ik\omega_0 t}=0$$

$M[u(t)]=0$ կարելի է գրել:

$$R_\upsilon(t,t')=\sum_{\kappa=-N}^{N}M[\nu_k^2\ ]e^{ik\omega_0(t-t')}\ [2]$$

3. Ակնհայտ է, որ կորրելյացիոն գործառույթի արժեքը կախված է միայն ժամանակների տարբերությունից $\tau=(t'-t)$, այսպիսով կարելի է ասել, որ $u(t)$- ն ստացիոնար գործընթաց է:

4. Պատահական գործընթացը կարելի է ներկայացնել.

$$u(t)=\sum_{\kappa=-N}^{N}u_\kappa(t),$$

որտեղ $u_\kappa(t)$ - անկախ պատահական գործընթացներ են, որոնք ունեն արժեքների բաշխման միևնույն օրենքը 0-ական մաթեմատիկական սպասումով և σ_ν^2 - դիսպերսիայով: Այդ ժամանակ կենտրոնական սահմանային օրենքի հիման վրա միանման բաշխված գումարելիների համար կարելի է պնդել, որ $u(t)$- արժեքների բաշխումը $N\to\infty$ դեպքում անսահմանորեն ձգտում է բաշխման նորմալ օրենքին, N - որոշակի արժեքների դեպքում $u(t)$-մոտենում է գաուսյան պրոցեսի $\approx\dfrac{1}{N}$ ճշտությամբ:

5. Առանձին վերցրած՝ $u_j(t)$- պրոցեսի կոռրելյացիոն գործառույթն որոշվում է ժամանակի մեջ միջինացնելով.

$$\Phi_u(\tau, j) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} u_j(t) u_j(t+\tau) dt :$$

Այստեղից $\Phi_u(\tau, j)$- ի համար ունենք.

$$\Phi_u(\tau, j) = \sum_{k=-N}^{N} \upsilon_{kj}^2 e^{ik\omega_0\tau}$$

կամ այլ կերպ

$$\Phi_u(\tau, j) \neq R_u(\tau) :$$

Սակայն, ինչպես ցույց են տվել փորձնական հետազոտությունները,

$R_u(\tau)$ և $\Phi_u(\tau, j)$ ֆունկցիաների միջին քառակուսային շեղումները կազմում են 1% - ից քիչ N>=50 - դեպքում և այն ձգտում է 0-ի $N \to \infty$ դեպքում:

6. Ինչպես նշել ենք 4 – րդ կետում, N>=1 դեպքում կարելի է ընդունել, որ $u(t)$- ն ենթարկվում է նորմալ բաշխման օրենքին: Այդ պատճառով $u(t)$ - ի բարձր կարգի պատահարները կարելի է ներկայացնել 1-ին և 2-րդ կարգի մոմենտների միջոցով:

7. Պատահական գործընթացի երկկողմանի ճառագայթային խտությունը ներկայացվում է որպես կոռրելիացիոն գործառույթի Ֆուրյեի ձևափոխություններ.

$$Su(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R_u(\tau) e^{-2\pi j f \tau dt} \quad [3]$$

տեղադրելով $R_u(\tau)$ - ի արժեքը, կստանանք.

$$S_u(t) = \sigma_v^2 \sum_{k=-N}^{N} \delta(f - kf_0) \quad [4],$$

որտեղ $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$:

8. Դիտարկենք այն դեպքը, երբ $u(t)$- գործընթացը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով.

$$u(t) = u_0 \sum_{k=-N}^{N} e^{i\tau_k} e^{ik\omega_0 t},$$

որտեղ τ_k -արժեքները բաշխված են հավասարաչափ [0,2] միջակայքում:

Կարելի է ցույց տալ, որ այս գործընթացը ստացիոնար գործընթաց է, որի արժեքները բաշխված են նորմալ $N \to \infty$ դեպքում:

9. Սահմանային դեպքում, երբ $\omega \to \infty$ и $N\omega_0 \to \infty$, այսինքն երբ $u(t)$- ի հիմնական հաճախականության արժեքը ձգտում է 0-ի,իսկ հաճախականության տիրույթը $\omega_n = N\omega_0$ ձգտում է անվերջության, ապա $u(t)$ - պատահական պրոցեսը իրենից ներկայացնում է սպիտակ աղմուկ: Իրականում այսպիսի գործընթաց ստանալն անհնարին է, որովհետև ստիպված ենք սահմանափակվել N և ω_0 - վերջնական արժեքներով:

Սակայն N և ω_0 որոշակի արժեքների դեպքում $u(t)$ - գործընթացը ձգտում է կատարյալ սպիտակ աղմուկի $\approx 1/N$ - ճշտությամբ:

Ելնելով վերոգրյալից՝ տվյալ պատահական պատահարը կանվանենք N – սպիտակ աղմուկ:

Առանցքային բառեր.

Գաուսյան սպիտակ աղմուկ, Ֆուրյեի ձևափոխություններ, Կորրելիացիա, հաճախականության տիրույթ, սուպերպոզիցիայի սկզբունք:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Н. Винер**, Кибернетика. - М.: Наука, 1983, 315с.
2. **R.J. Simpson, H.N. Power,** Correlation techniques for the identification of nonlinear systems, Cambridge Massachusetts, 2002, 217p.
3. **W.S Windall**, Measurement of a second order Wiener kernel in a.nonlinear system by crosscorrelation, Cambridge Massachusetts, 2000, 521p.

А.З. ГРИГОРЯАН, А.В. ПЕТРОСЯН

СИНТЕЗ СЛУЧАЙНИХ ВОЗДЕСТВИЙ НА ОСНОВЕ КАНОНИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ СЛУЧАЙНИХ ПРОЦЕСОВ

Резюме

В статье рассматривается случайный процесс представленный каноническим расспределением, вычисляются статистические параметры процесса, величина периодичности, мат-ожидание, дисперсия, закон распределения случайных величин. В результате расчетов доказывается, что рассматриваемый случайный процесс преставляет из себя стационарный процесс, На основе закона предельной центральной теоремы доказывается, что при количестве гармоник стремящихся к бесконечности, закон распределения процесса стремится к нормальному гауссовскому процессу. То есть значение корреляции стремится к нулю. Двусторонняя спектральная плотность случайного процесса определяется как разложение Фурье корреляцонной функции. Доказывается, что данный процесс стационарен и распределен нормально. При граничных условиях процесс преставляет из себя идеальный белый шум.

Ключевые слова: *гауссовский шум, преобразование Фурье, корреляция, частотная полоса, принцип суперпозиции.*

A.Z. GRIGORYAN, A. V. PETROSYAN

SYNTHESIS BASED ON ACCIDENTAL CANONICAL EXPANSIONS OF RANDOM PROCESSES

Summary

In the article an accidental process is touched upon which is presented with canonic feature.Statistical parametres of the process are counted: the value of period, mathematical waiting, correlational function, dispersion,distributional function of accidental values.

In the result of the calculation it is proved that the discussed accidental process in its nature is a static process. In the basis of central theorem it is represented that with increasing of the number of harmoniks the distrebutional law of the process tends to normal-gausic distribution. In other words, the correlation value tends to zero. From this a conclusion is drawn, that the high range moments function of the process could be introduced by means of first and second range moments.

Double-sided spectralic density of the accidental process is determined as a transformation of the corelational function of Furyey modefication.

It is proved that this process is static and is distributed normally.

In case of marginal one, the process itself is represented as an ideal white gausic noise.Certainly, in practice it isimpossible and that is why real realizations of white noise are applied.

Key words: Gousian noise, transformation Fourier, correlation, fraqueucies stripe,principiale of supperposition.