

**ԷԿՈՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ԵՎ ՍՏԱՏԻԿ
ՄՈԴԵԼՆԵՐ**

**Ա. Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Խ. Ս. ԻՍՐԱՅԵԼՅԱՆ,
Գ. Ռ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ**

Ներկա պայմաններում շրջակա միջավայրի փոփոխություններն ուղղակիորեն կապված են գիտության և տեխնիկայի բուն զարգացման հետ: Գիտատեխնիկական առաջընթացն էապես ազդել է բոլոր երկրների տնտեսությունների վրա: Իսկ շրջակա միջավայրն առավել ակտիվ հակադարձում է տնտեսության զարգացման տեմպերին և բնույթին: Առաջացել է բարդ խնդիր, այն է՝ ինչպես համատեղել արտադրության աճը շրջակա միջավայրի պահպանման և հետագա բարելավման հետ:

Մարդու տնտեսական անհրաժեշտ գործունեությունը հարածուն բացասական ազդեցություն է թողնում շրջակա միջավայրի վրա: Եվ մարդն սկսում է ավելի ու ավելի գիտակցել այն իրողությունը, որ շրջակա միջավայրի ռեսուրսները սահմանափակ են, անսպառ չեն:

Շրջակա միջավայրի ռեսուրսների սակավությունը մարդու տնտեսական գործունեության առջև որոշակի սահմանափակում է դնում՝ թույլատրելի բեռնվածության առումով, որի գերազանցումը կարող է շրջակա միջավայրի հավասարակշռության անցանկալի փոփոխություններ առաջացնել: Դրա հետ մեկտեղ աճում է շրջակա միջավայրի դերը տնտեսական կյանքում, ուժեղանում տնտեսության և շրջակա միջավայրի փոխազդեցությունը:

Էկոլոգիական նոր իրադրությունը, որում զարգանում է ժամանակակից տնտեսությունը, հրամայաբար պահանջում է տրնտեսության և շրջակա միջավայրի հիմնահարցերի փոխկապակցված լուծումներ: Խոսքը վերաբերում է նաև այնպիսի համակարգերին, որոնց հիմնական բաղադրիչներն են տնտեսությունը և շրջակա միջավայրը: Դրանց թվին են պատկանում ամենից

առաջ տնտեսություն-միջավայր, տնտեսակողոցիական կամ էկոնոլոգիական համակարգերը: Այդ համակարգերը կարող են լինել տեղային (լոկալ), տարածաշրջանային (ռեգիոնալ) և ընդհանուր (գլոբալ)՝ կախված այն բանից, թե դրանց փոխազդեցության որ հատվածն է դառնում գիտական վերլուծության առարկա:

Մարդու պատկերացումները շրջակա միջավայրի մասին՝ որպես բարդ դինամիկ էկոլոգիական համակարգի, կարիք ունեն ճշգրտման՝ կապված այդ համակարգի արդյունավետ գործողության և զարգացման գործընթացների կառավարման հետ [2]: Մակրոտնտեսական մակարդակում դա, առաջին հերթին, վերաբերում է արտադրանքի արտադրության և բաշխման համամասնությունների վերաբերյալ մեթոդաբանական նոր մոտեցումների մշակմանը:

Բնության և հասարակության կապերի ուսումնասիրման արդյունավետ գործիքներից է մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդը [1]: Այժմ մաթեմատիկորեն դիտարկենք էկոնոլոգիական փոխադարձ կապերի ոլորտը:

Հայտնի է, որ արտադրությունը (P) նյութական արժեքների ստեղծման բարդ գործընթաց է և ենթադրում է բնական ռեսուրսների օգտագործում (R):

Արտադրության արդյունքը համախառն արդյունքն է (W), որը կազմված է երկու համամասնական հոսքերից՝ օգտակար արդյունքների թողարկում (X) և կողմնակի արդյունքների հոսքեր (V), որոնք պայմանավորված են ժամանակակից արտադրության տեխնոլոգիական առանձնահատկություններով: Կողմնակի արդյունքները կան ոչնչացվում են, կան նետվում շրջակա միջավայր՝ վտանգավոր չափերով աղտոտելով այն:

Կիրենետիկական գաիչը (Q) արտադրությունից և վերջնական սպառման ոլորտից (G) գատում է աղտոտիչների օգտահանվող մասը (V): Ջտիչի ելքում գոյանում է երկու հոսք՝ օգտակար ռեսուրսներ (S), որոնք ստացվում են թափոնների օգտահանման գործընթացում, և աղտոտիչներ (Z), որոնք նետվում են շրջակա միջավայր:

Շրջակա միջավայր թափվող աղտոտիչների որոշակի քանակությունը (\hat{Y}) կլանվում, քայքայվում կամ դուրս է մղվում ուսումնասիրվող էկոհամակարգից, իսկ մյուս մասը՝ զուտ վերջնական արդյունքը (\hat{Z}), կուտակվում է՝ բացասական ազդեցություն բողբոջելով բնական, նյութատեխնիկական և, որ գլխավորն է, մարդկային ռեսուրսների վրա: Աղտոտիչների ոչնչացման ծախսերը ներառում են ընթացիկ արտադրական սպառման (e) և հակաաղտոտիչ գործողությունների ընդլայնման նպատակով իրականացվող ծախսերը, որոնք կատարվում են դրանցում օգտագործվող արտադրական ֆոնդերի աճի (\bar{f}) հաշվին:

Ընդհանուր առմամբ, շրջակա միջավայրի աղտոտման հետևանքները կարելի է ընդունել որպես արտադրության աճի պայմանների հետևանքով առաջացած հակադարձ երևույթ[3]: Վերջինս, մասնավորապես, սպահովվում է (f) հոսքով, որը համապատասխանում է կուտակման գործընթացին, այսինքն՝ արտադրական ֆոնդերի աճի հաշվին արտադրության ընդլայնմանը: Արժեքային արտահայտությամբ դրանք համախառն կապիտալ ներդրումներ են, որոնք սպահովվում են տնտեսական համակարգի զարգացումը:

Վերջնական արդյունքի մի մասը (C), որը մնում է համախառն կապիտալ ներդրումների, ինչպես նաև արտահանման և ներմուծման հաշվեմնացորդի հանումից հետո, կազմում է զուտ վերջնական արդյունքը՝ ոչ արտադրական սպառումը (\hat{C}): Դա ընթացիկ նյութական արտադրության ոլորտից անցնում է վերջնական սպառման ոլորտ: Այստեղ նույնպես գոյանում են մնացորդներ (G), որոնք պետք է օգտահանվեն: Ջուտ վերջնական արդյունքն էլ հենց տնտեսական համակարգի հիմնական ելքն է, որին էլ հակադրվում է աղտոտիչ նյութերի կողմնակի ելքը [4]:

Էկոնոլոգիական համակարգի ելքերի միջև կախվածությունը դինամիկայում կարելի է ներկայացնել հետևյալ մատրիցային հավասարումների միջոցով [5].

$$X_t = AX_t + \bar{A}Y_t + K \frac{\partial X}{\partial t} + \bar{K} \frac{\partial Y}{\partial t} + F_t - U_t + \hat{C}_t \quad (1)$$

$$\hat{Z}_t = EX_t + G_t - Y_t - \hat{Y}_t \quad (2)$$

$$R_t + \tilde{A}Y_t = \tilde{R}X_t + \bar{R}_t, \quad (3)$$

որտեղ՝

$X_{t(n)}$ -ը համախառն արդյունքների ծավալների վեկտորն է,

$Y_{t(m)}$ -ը՝ ոչնչացվող վնասակար թափոնների վեկտորը,

$R_{t(e)}$ -ն՝ բնական ռեսուրսների ծավալների վեկտորը,

$A = (a_{ij})_{n \times n}$ -ը՝ օգտակար արդյունքների արտադրության ուղղակի ծախսերի գործակիցների մատրիցը,

$\bar{A} = (\bar{a}_{iq})_{n \times m}$ -ը՝ աղտոտիչների ոչնչացման ուղղակի ծախսերի գործակիցների մատրիցը,

$K = (k_{ij})_{n \times n}$ -ը՝ արտադրության հավելաճային ֆոնդատարության գործակիցների մատրիցը,

$\bar{K} = (\bar{k}_{iq})_{n \times m}$ -ը՝ աղտոտիչների ոչնչացման հավելաճային ֆոնդատարության գործակիցների մատրիցը,

$F_{t(n)}$ -ը՝ օգտակար արդյունքների արտահանման վեկտորը,

$U_{t(n)}$ -ը՝ օգտակար արդյունքների ներմուծման վեկտորը,

$\hat{C}_{t(n)}$ -ը՝ վերջնական զուտ արդյունքի (ոչ արտադրական սպառում) վեկտորը,

$\hat{Z}_{t(m)}$ -ը՝ շրջակա միջավայրի արտանետումների թույլատրելի մեծությունների վեկտորը,

$E = (e_{qj})_{m \times n}$ -ը՝ արտադրության կողմնակի վնասակար արտադրանքի ելքի գործակիցների մատրիցը,

$G_{t(m)}$ -ը՝ վերջնական սպառման ոլորտից աղտոտումների ծավալների վեկտորը,

$\hat{Y}_{t(m)}$ -ը՝ բնական մաքրման ծավալների վեկտորը,

$\tilde{A} = (\tilde{a}_{eq})_{l \times m}$ -ը՝ թափոնների օգտահանման գործընթացից օգտակար ռեսուրսների ելքի գործակիցների մատրիցը,

$\tilde{R} = (\tilde{r}_{ej})_{I \times n}$ -ը՝ արտադրության վրա ռեսուրսների ծախսի գործակիցների մատրիցը,

$\bar{R}_{l(e)}$ -ն՝ ոչ արտադրական ապառման ռեսուրսների ծավալների վեկտորը:

Վերևում նկարագրված համակարգի լուծումը հնարավորություն կտա որոշելու օգտահանվող և հակաաղտոտիչ նյութերի արտադրության կառուցվածքը՝ հաշվի առնելով շրջակա միջավայրի աղտոտման այն մակարդակը, որը համապատասխանում է թույլատրելի սահմանային կուտակումներին (կոնցենտրացիաներին), ինչպես նաև աղտոտիչների ոչնչացման ծավալներին ու քնական ռեսուրսների նկատմամբ պահանջարկին:

Այժմ նկարագրենք ներկայացված մոդելը [5]:

(2) հավասարումից ունենք՝

$$Y_t = EX_t + G_t - \hat{Z}_t - \hat{Y}_t \quad (2')$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = E \cdot \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Z}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Y}}{\partial t} : \quad (2'')$$

Տեղադրելով (2') և (2'') - ը (1) հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} X_t &= AX_t + \bar{A}EX_t + \bar{A}(G_t - \hat{Z}_t - \hat{Y}_t) + K \frac{\partial X}{\partial t} + \bar{K}E \frac{\partial X}{\partial t} + \\ &+ \bar{K} \left(\frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Z}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Y}}{\partial t} \right) + F_t - U_t + \hat{C}_t \\ \frac{\partial X}{\partial t} &= (K + \bar{K}E)^{-1} (I - A - \bar{A}E) X_t - (K + \bar{K}E)^{-1} [\bar{A}(G_t - \hat{Y}_t - \hat{Z}_t)] + \\ &+ \bar{K} \left(\frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Z}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Y}}{\partial t} \right) + (F_t - U_t + \hat{C}_t) \\ X_0 &= [X_{i(0)}] : \end{aligned} \quad (1')$$

Այստեղից էլ՝

$$\begin{aligned}
X_t &= e^{(K + \bar{K}E)^{-1}(I - A - \bar{A}E)t} \cdot X_0 - \int e^{(K + \bar{K}E)^{-1}(I - A - \bar{A}E)(t - \tilde{C})} \cdot \\
&\cdot (K + \bar{K}E)^{-1} \left[\bar{A} \left(G_{\tilde{C}} - \hat{Y}_{\tilde{C}} - \hat{Z}_{\tilde{C}} \right) \right] + \\
&+ \bar{K} \left(\frac{\partial G}{\partial \tilde{C}} - \frac{\partial \hat{Z}}{\partial \tilde{C}} - \frac{\partial \hat{Y}}{\partial \tilde{C}} \right) + \left(F_{\tilde{C}} - U_{\tilde{C}} + \hat{C}_{\tilde{C}} \right) d\tilde{C} :
\end{aligned}$$

Տեղադրելով X_t -ի արժեքը (2')-ի մեջ՝ կատանանք Y_t -ն: X_t և Y_t -ն ներմուծելով (3)-ի մեջ՝ կունենանք R_t - ն:

Կարևոր է իմանալ նաև այն, թե որ պայմանների դեպքում (1') դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը կունենա ոչ բացասական լուծումներ: Համակարգի լուծումները կլինեն ոչ բացասական, եթե գոյություն ունի $(K + \bar{K}E)^{-1}(I - A - \bar{A}E)$ ոչ բացասական մատրից կամ $(K + \bar{K}E)^{-1}$ տեսքի մատրից: Սակայն, ընդհանուր առմամբ, $(K + \bar{K}E)$ մատրիցը վերասերված է, և նրա հակադարձ $(K + \bar{K}E)^{-1}$ մատրիցը գոյություն չունի: Եթե նույնիսկ ենթադրենք, որ $(K + \bar{K}E)$ մատրիցը վերասերված չէ, ապա X վեկտորի ոչ բացասական արժեքները կարող են ստացվել այն դեպքում, երբ $(K + \bar{K}E)^{-1}(I - A - \bar{A}E)$ մատրիցի տարրերը ոչ բացասական են: Սակայն, ինչպես $(K + \bar{K}E)^{-1}$, այնպես էլ $(I - A - \bar{A}E)$ մատրիցները պարունակում են բացասական տարրեր, ուստի $(K + \bar{K}E)^{-1}(I - A - \bar{A}E)$ մատրիցը ոչ բացասական տարրեր կունենա միայն այն դեպքում, երբ $(K + \bar{K}E)^{-1}$ և $(I - A - \bar{A}E)$ մատրիցների տարրերը հանդես գան բացարձակ արժեքներով:

Եթե հաշվի առնենք նաև այն բարդությունները, որոնք ծագում են մեծ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման ժամանակ, ապա պարզ է դառնում այն հանգամանքը, որ մոդելը դինամիկ ներկայացմամբ չի գտնում գործնական կիրառություն և օգտագործվում է տեսական վերլուծությունների ժամանակ [6]:

Ելնելով այս հանգամանքից՝ մեր կողմից կառուցվել է ստատիկ մոդել, որն ունի հետևյալ տեսքը.

$$X = AX + \bar{A}Y + \hat{C} \quad (1)$$

$$\hat{Z} = EX + G - Y - \hat{Y} \quad (2)$$

$$R + \hat{A}Y = \tilde{R}X + \bar{R} : \quad (3)$$

Իսկ մոդելի լուծումը կլինի՝

$$Y = EX + G - \hat{Z} - \hat{Y} \quad (2')$$

$$\begin{aligned} X &= AX + \bar{A}EX + \bar{A}(G - \hat{Z} - \hat{Y}) + \hat{C} \\ (I - A - \bar{A}E)X &= \hat{C} + \bar{A}(G - \hat{Z} - \hat{Y}) \\ Y &= EB[] + G - \hat{Y} - \hat{Z} = H \cdot [] + G - \hat{Y} - \hat{Z} : \end{aligned} \quad (1')$$

$$\begin{aligned} R &= \tilde{R}B[] - \tilde{A}H[] - \tilde{A}(G - \hat{Y} - \hat{Z}) + \bar{R} = (\tilde{R}B - \tilde{A}H)[] - \\ &- \tilde{A}(G - \hat{Y} - \hat{Z}) + \bar{R} = D[] - \tilde{A}(G - \hat{Y} - \hat{Z}) + \bar{R}, \end{aligned}$$

որտեղ $B = (I - A - \bar{A}E)^{-1}$, $H = E \cdot B$, $D = \tilde{R} \cdot B - \tilde{A} \cdot H$:

Որպեսզի \hat{C} -ի և \hat{Z} -ի ոչ բացասական արժեքների դեպքում (1) - (3) հավասարումների համակարգն ունենա X -ի և Y -ի համար ոչ բացասական լուծումներ, ապա պետք է տեղի ունենան հետևյալ պայմանները՝

- $EX + G - \hat{Y} - \hat{Z}$, վեկտորը բացասական չէ.
- $\hat{C} + \bar{A}(G - \hat{Z} - \hat{Y})$, վեկտորը բացասական չէ.
- $A + \bar{A}E$ մատրիցի բոլոր տարրերը բացասական չեն.
- $(A + \bar{A}E) \geq 0$ մատրիցի սեփական արժեքները փոքր են 1-ից, որի համար բավարար կլինի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$\sum_i \left(a_{ij} + \sum_q a_{iq} a_{qj} \right) \leq 1:$$

Ընդ որում՝ j -երից որևէ մեկի համար պետք է տեղի ունենա խիստ անհավասարություն:

Տեղեկատվության ոչ բավարար լինելու պատճառով մոդելը մեր կողմից փորձարկման է ենթարկվել կիսապայմանական տվյալներով: Քանի որ Հայաստանում վերջին տասնամյակների ընթացքում միջճյուղային հաշվեկշիռ չի կազմվել, որպես ելակետային տվյալներ վերցվել են 1970-ական թվականների արտադրանքի արտադրության և բաշխման ուղղակի ծախսերի համանման գործակիցները (*Աղյուսակ 1*): Համեմատության նպատակով բերվել են նաև ԱՄՆ - ում օդի աղտոտման ուղղակի ծախսերի գործակիցները երեք տիպի աղտոտիչների համար՝ կարծր մասնիկներ, ծծմբի օքսիդ և ազոտի օքսիդ (*Աղյուսակ 2*): \bar{A} մատրիցի գործակիցների G, \hat{Z}, \hat{Y} վեկտորների արժեքների համար նույնպես օգտագործվել են պայմանական թվեր:

Արդյունքների (*Աղյուսակ 3*) վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ երկրի տնտեսության առաջատար ճյուղերի համախառն թողարկումներն ավելացել են տարբեր չափերով: Դրանք պայմանավորված են նրանով, որ մոդելում հաշվի է առնված աղտոտիչների ոչնչացման ուղղությամբ իրականացված գործողությունների ազդեցությունը:

Այսպիսով՝ շրջակա միջավայրի պահպանության՝ առաջարկված դինամիկ և ստատիկ մոդելները, ի տարբերություն մինչ այժմ հայտնի մոդելների, հաշվի են առնում վերջնական սպառման ոլորտում աղտոտման մակարդակը, ինչպես նաև ռեսուրսների օգտագործման ծավալները:

Առանցքային հասկացություններ. *շրջակա միջավայր, էկոնոմիկական համակարգ, ուղղակի ծախսերի գործակիցների մատրից, օգտակար արդյունքների վեկտոր, օգտահանում:*

ԳՐԱԿՐԱԿՆԻԹԵԶՈՒՄ

1. **А. С. Солодовников**, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, Математика в экономике. Часть 1,2. - М.: “Финансы и статистика”, 2000.
2. **В. Ф. Протасов**, Экология, здоровье и охрана окружающей среды в России. - М.: "Финансы и статистика", 2000.
3. **Ю. В. Новиков**, Экология, окружающая среда и человек. -М.: "Фаир-пресс", 2002.
4. **М. Т. Мелешкин**, А.П. Зайцев, Х. Маринов, Экономика и окружающая среда. - М.: "Экономика", 2000.
5. **Stephen Nash**, Ariela Sopher, Linear and Nonlinear Programming, New York, 1996.
6. **M. S. Bazaraa, J.J. Jarvis, H.D. Sharali**, Linear Programming and Network Flows, 3rd edition Wiley, 2005.

**А. М. АВЕТИСЯН, Х. С. ИСРАЕЛЯН,
Г. Р. ПЕТРОСЯН,**

ДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Резюме

В работе рассмотрены проблемы математического моделирования взаимодействия экономики и окружающей среды. Авторами предложены динамические и статические модели охраны окружающей среды, где в отличие от существующих моделей, учтены уровень загрязнения от конечного потребления, а так же объемы использованных ресурсов.

Ключевые понятия: *окружающая среда, экологическая система, матрица коэффициентов прямых затрат, вектор полезных продуктов, утилизация.*

**A. M. AVETISYAN, Kh. S. ISRAELYAN,
G. R. PETROSYAN**

**DYNAMIC AND STATIC MODELS OF THE
ECONOLOGICAL SYSTEM**

Summary

The article analyzes the problems of economy and environmental protection. The authors offer dynamic and static models of preservation of the environment, where unlike the existing models, the level of pollution from final consumption, as well as of the used resources are considered.

Key concepts: *an environment, econological system, a matrix of coefficient direct expenses, a vector of useful products, utilization.*

Հավելված

Աղյուսակ 1

Արտադրանքի արտադրության և բաշխման ուղղակի ծախսերի գործակիցները

Ճյուղեր	Արդյունաբերություն	Գյուղատնտեսություն	Տրանսպորտ	Այլ ճյուղեր
Արդյունաբերություն	0.4	0.1	0.3	0.1
Գյուղատնտեսություն	0.09	0.1	0	0
Տրանսպորտ	0.03	0	0	0
Այլ ճյուղեր	0.04	0.02	0	0

Աղյուսակ 2

ԱՄՆ - ում օդի աղտոտման ուղղակի ծախսերի գործակիցները

Ճյուղեր	Կարծր մասնիկներ	SOx	NOx
Արդյունաբերություն	0.08	0.05	0.01
Գյուղատնտեսություն	0	0.03	0
Տրանսպորտ	0.01	0.01	0.01
Այլ ճյուղեր	0	0.01	0

Աղյուսակ 3

Համախառն արտադրանքի թողարկման ծավալները

Ճյուղեր	Միջճյուղային հաշվեկշռի տվյալները	Մոդելի հաշվարկային տվյալները
Արդյունաբերություն	4306	4544
Գյուղատնտեսություն	870	994
Տրանսպորտ	129	135
Այլ ճյուղեր	1336	1340