

РЕНТГЕНОВСКИЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ ДИФРАКЦИОННЫЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР С РАЗДЕЛЕНИЕМ ВОЛНОВОГО ФРОНТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХ АСИММЕТРИЧНЫХ ОТРАЖЕНИЙ

М.К. БАЛЯН, В.П. МКРТЧЯН*, А.П. АЙВАЗЯН, С.А. ПЕТРОСЯН

Ереванский государственный университет, Институт Физики, Ереван, Армения

*e-mail: vmkrtchyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 12 ноября 2025 г.)

Для получения динамически-дифракционных интерференционных полос на двух щелях и для достижения необходимой степени коллимации и монохроматичности пучка предлагается перед двумя щелями использовать двукратное асимметричное отражение от двух кристаллов. Найдено выражение для амплитуды дифрагированной волны, полученной на выходной поверхности третьего кристалла, поставленного после двух щелей. Получено условие для коэффициентов асимметричности кристаллов, при выполнении которого интерференционные полосы будут наблюдаемы. На конкретных примерах показано, что полученное условие позволяет без труда найти много случаев асимметричных двукратных отражений, позволяющих наблюдение динамически-дифракционных интерференционных полос, используя немонохроматический протяженный источник.

1. Введение

Рентгеновская динамическая дифракция на двух щелях в дифрагированном пучке была предложена и теоретически исследована в работе [1]. В ней даны оценки пространственной и временной когерентности падающего излучения, при выполнении которых будут наблюдаться полосы с высокой контрастностью. Эти требования достаточно жесткие, в связи с чем было предложено перед двумя щелями использовать асимметрично отражающий кристалл, который обеспечил бы необходимые когерентные характеристики падающего излучения [2]. В этой же работе получено условие, налагаемое на коэффициент асимметрии. Оценки показывают, что, хотя можно с трудом найти асимметричное отражение с нужным коэффициентом асимметрии, но все же достигается контрастность около тридцати процентов.

Исследования динамически-дифракционной интерференции с разделением волнового фронта были проведены в работах [3, 4], где вместо двух щелей предлагается использовать две рентгеновские фокусные точки. Были также проведены теоретические и экспериментальные исследования дифракции на двух щелях, не используя брэгговскую дифракцию [5–10]. В этом случае интерференционные полосы получаются на расстояниях в несколько метров и более. В противовес этому, интерференционные полосы от двух щелей с применением

брэгговской дифракции, получаются на глубине кристалла порядка несколько сот микронов и более.

Чтобы достичь большей контрастности интерференционных полос при интерференции на двух щелях с использованием последующей брэгговской дифракции в кристалле, а также расширить число возможных асимметричных отражений, обеспечивающих получение интерференционных полос с высоким контрастом, в данной работе предложена двухкристальная асимметрично отражающая система. Найдены выражения для выбора коэффициентов асимметрии обоих кристаллов, при которых будут получаться интерференционные полосы с большей контрастностью, чем при использовании одного асимметрично отражающего кристалла.

2. Схемы без и с одним асимметричным отражением

Сначала коротко рассмотрим схемы без асимметричного отражения [1] (рис. 1a) и с одним асимметричным предварительным отражением [2] (рис. 1b). На рис. 1a излученный от некогерентного протяженного источника рентгеновский пучок с волновым вектором \mathbf{K}_0^i , проходя через две щели под углом θ^i по отношению к атомным отражающим плоскостям RP, падает на входную поверхность совершенного кристалла. Отражающие атомные плоскости перпендикулярны к входной поверхности кристалла. На выходной поверхности возникают интерференционные полосы, перпендикулярные к плоскости дифракции. Период D этих полос вдоль поверхности дается выражением [1]

$$D = \frac{\Lambda_r z \tan^2 \theta}{(c / \cos \theta)}. \quad (1)$$

Здесь c – расстояние между центрами щелей, Λ_r – экстинкционное расстояние, θ – угол Брэгга, z – глубина наблюдения в кристалле. Обозначим через λ_m центральную длину волны падающего излучения, пусть $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_m$ будет разброс по длинам волн, а через l_s обозначим размеры источника в плоскости дифракции в направлении, перпендикулярном к направлению распространения падающего излучения. В работе [1] получены следующие условия на монохроматичность и размеры источника, при которых будут наблюдаться интерференционные полосы с высоким контрастом:

$$\begin{aligned} |\Delta\lambda / \lambda_m| &\ll \pi / (2kc \sin \theta), \\ l &\ll \pi L_s / (kc \cos \theta). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь L_s – расстояние источник–кристалл, $k = 2\pi / \lambda$. Ось Ox выбранной системы координат параллельна входной поверхности и антипараллельна вектору дифракции \mathbf{h} для данного отражения. Ось Oz перпендикулярна к входной поверхности, а ось Oy перпендикулярна к плоскости дифракции xz .

Простые оценки показывают [1, 2], что существующие источники не удовлетворяют условиям (2). Исходя из этого, в работе [2] предложено предварительно асимметрично отражать пучок от некоторого другого кристалла (рис. 1b), причем пучок падает под малым углом относительно входной поверхности кристалла и отражается под большим углом. В этой работе найдено условие, налагаемое на

фактор асимметрии кристалла $b = \sin(\theta - \alpha) / \sin(\theta + \alpha) \equiv \gamma_0 / \gamma_h < 1$, которое обеспечивает наблюдение интерференционных полос, если выбрать его меньшим единицы:

$$\sqrt{b} \ll \frac{\pi \sin 2\theta}{2kc \left| \operatorname{Re} \left[\sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}} \right] \right|}. \quad (3)$$

Здесь α – угол между отражающими плоскостями и входной поверхностью, θ – угол Брэгга асимметрично отражающего кристалла, χ_h и $\chi_{\bar{h}}$ – Фурье-коэффициенты его поляризуемости. Найти кристалл, отражение и соответствующий фактор асимметрии, удовлетворяющий условию (3), достаточно трудно [2]. Следует ожидать, что такие же условия будут менее жесткими, если перед двумя щелями использовать два асимметрично отражающих кристалла.

3. Схема с двумя асимметрично отражающими кристаллами

Рассмотрим схему с двумя асимметричными отражениями (рис.1с). Будем считать, что отражения и кристаллы одни и те же, но угол между отражающими плоскостями и входной поверхностью первого кристалла обозначим через α_1 и соответственно $b_1 = \sin(\theta - \alpha_1) / \sin(\theta + \alpha_1) \equiv \gamma_{01} / \gamma_{h1} < 1$, а во втором кристалле – α_2 и $b_2 = \sin(\theta - \alpha_2) / \sin(\theta + \alpha_2) \equiv \gamma_{02} / \gamma_{h2} < 1$. Нам следует рассчитать дифрагированное поле после прохождения пучка через две щели и дифракции в третьем кристалле в симметричной геометрии Лауэ. Отражение в третьем кристалле считается тем же самым, что и в первых двух кристаллах.

С каждым кристаллом связана координатная система – $(x_1 z_1)$ с первым, $(x_2 z_2)$ – со вторым и (xz) – с третьим (рис.1а, б, с). Расчеты проведены в рамках динамической теории дифракции Такаги [11–14], пренебрегая зависимостью амплитуд от y -координаты. Как показывают оценки [2], это приближение применимо для $|y| \leq 2\text{мм}$, что вполне достаточно для наблюдения интерференционных полос.

Рентгеновская волна с перпендикулярной к плоскости дифракции поляризацией от некоторого немонахроматического протяженного источника падает на первый кристалл:

$$E(x_1, x_s; \lambda) = E^i(x_1, x_s; \lambda) e^{i\mathbf{K}r}. \quad (4)$$

Для поляризации с направлением электрического поля, лежащим в плоскости дифракции, Фурье-коэффициенты поляризуемости умножаются на фактор поляризации $\cos 2\theta$. Волновой вектор \mathbf{K} имеет одно и то же направление для всех точечных источников, но его длина различна для различных длин волн. Параметр $x_s = \xi_s / \gamma_{01}$, причем координаты каждой точки протяженного источника задаются координатой ξ_s , меняющейся от $-l_s / 2$ до $l_s / 2$ в направлении, перпендикулярном к направлению распространения падающего пучка (рис.1б, с). В параксиальном приближении для амплитуды в (4) имеем

$$E^i(x_1, x_s; \lambda) = E_0^i \exp \left[i \frac{k(x_1 - x_s)^2 \gamma_{01}^2}{2L_s} \right], \quad (5)$$

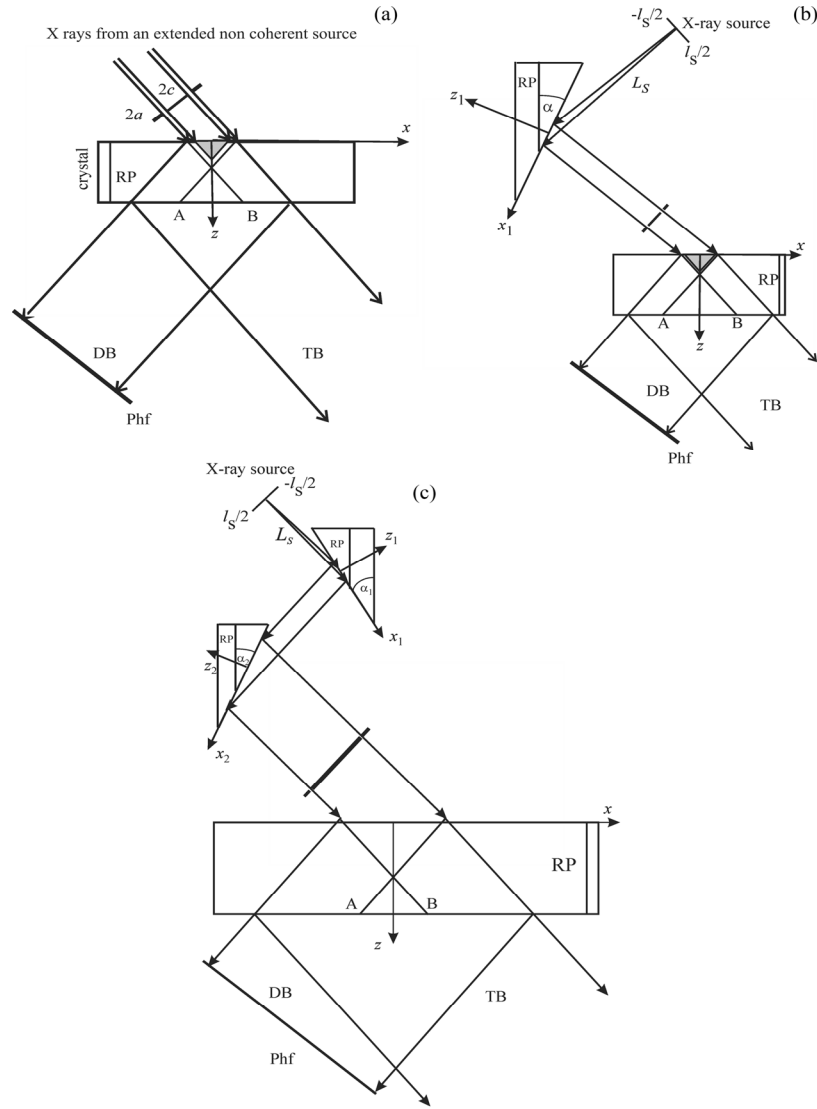


Рис.1. Схема рентгеновской динамической дифракции на двух щелях: L_s – расстояние источник–кристалл, $2a$ – ширина щелей, $2c$ – расстояние между их центрами, RP – отражающие атомные плоскости, ТВ – проходящий пучок, DB – дифрагированный пучок, Phf – фотопленка или другой регистрирующий излучение прибор. Интерференционное поле двух щелей занимает область АВ на выходной поверхности кристалла. (а) Проходя две щели, пучок дифрагирует в кристалле. (б) После предварительного асимметричного отражения пучок проходит через две щели и дифрагирует в кристалле. (с) Перед щелями используются два асимметрично отражающих кристалла.

причем $E_0^i = A^i e^{ikL_s} / L_s$, A^i есть некоторая постоянная. Волновое поле внутри первого кристалла представится в виде

$$E_1(x_1, z_1; x_s, \lambda) = E_{01}(x_1, z_1; x_s, \lambda) \exp[i\mathbf{K}_0(\lambda)\mathbf{r}_1] + E_{h1}(x_1, z_1; x_s, \lambda) \exp[i\mathbf{K}_h(\lambda)\mathbf{r}_1], \quad (6)$$

с амплитудами E_{01} проходящей и E_{h1} отраженной волн, волновыми векторами $\mathbf{K}_0(\lambda)$ и $\mathbf{K}_h(\lambda) = \mathbf{K}_0(\lambda) + \mathbf{h}$, удовлетворяющими точному условию Брэгга – $\mathbf{K}_0^2(\lambda) = \mathbf{K}_h^2(\lambda) = (2\pi/\lambda)^2$. Направление волнового вектора \mathbf{K} составляет угол θ^i с отражающими плоскостями, отличный от точного угла Брэгга θ . θ^i не зависит от длины волны. Компоненты волновых векторов $K_{x1} = k \cos(\theta^i - \alpha_1)$, $K_{z1} = -k \sin(\theta^i - \alpha_1)$ и $K_{0x1} = k \cos(\theta(\lambda) - \alpha_1)$, $K_{0z1} = -k \sin(\theta(\lambda) - \alpha_1)$. Здесь явно учтено, что точный угол Брэгга зависит от длины волны. Как обычно, отклонение от угла Брэгга обозначаем $\Delta\theta(\lambda) = \theta^i - \theta(\lambda)$.

Нахождение амплитуды дифрагированной волны проведем с помощью функции источника динамической задачи дифракции [11–14], выражая решение как свертку проходящей волны и функции точечного источника по входной поверхности кристалла. Значение проходящей волны на входной поверхности определяется из его граничного условия равенства падающей волне:

$$E_{01}(x_1, z_1 = 0; x_s, \lambda) = E^i(x_1; x_s, \lambda) \exp[-ik\gamma_0 \Delta\theta(\lambda)x_1]. \quad (7)$$

Детальный расчет, сделанный в [2], на входной поверхности для амплитуды отраженной волны, приводит к выражению

$$E_{h1}(x_1, z_1 = 0; x_s, \lambda) = E_0^i(x_s, \lambda) \exp\left[i \frac{k(x_1 - x_s)^2 \gamma_{01}^2}{2L_s}\right] \exp[-ik\gamma_{01} \Delta\theta(\lambda)x_1] \\ \times \int_0^\infty G_{h1}(x_1'') \exp\left(i \frac{kx_1''^2 \gamma_{01}^2}{2L_s}\right) \exp\left[-i \frac{k(x_1 - x_s)x_1'' \gamma_{01}^2}{L_s}\right] \exp[ik\gamma_{01} \Delta\theta(\lambda)x_1''] dx_1'', \quad (8)$$

где функция точечного источника

$$G_{h1}(x_1) = i \sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar{h}}}} \sqrt{\frac{\gamma_{01}}{\gamma_{h1}}} \frac{J_1(\sigma_1 x_1)}{x_1} \exp(i\sigma_1 x_1). \quad (9)$$

Здесь $\sigma_1 = k\sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}} \gamma_{01} \gamma_{h1}} / \sin 2\theta$, J_1 – функция Бесселя первого порядка комплексного аргумента, $\sigma_{01} = k\chi_0(\gamma_{01} + \gamma_{h1}) / (2 \sin 2\theta)$, χ_0 – Фурье-коэффициент нулевого порядка поляризуемости кристалла. Между двумя отражающими кристаллами амплитуда (8) распространяется вдоль направления отраженного пучка без изменения. Следовательно, амплитуда отраженной волны в этом промежутке напишется в виде

$$E_{h1}^e(x_1, z_1; x_s, \lambda) = E_{h1}(x_1 + z_1 \cot(\theta + \alpha_1), z_1 = 0; x_s, \lambda) = E_{h1}\left(\frac{\xi_{h1}}{\gamma_{h1}}, z_1 = 0; x_s, \lambda\right). \quad (10)$$

Здесь введена переменная $\xi_{h1} = x_1 \sin(\theta + \alpha_1) + z_1 \cos(\theta + \alpha_1)$ (рис.1b, c), которая равняется нулю в центре отраженного пучка, отсчитывает положение точки наблюдения в его поперечном сечении, принимает положительные значения от центра к положительному направлению оси Ox_1 .

Волновое поле во втором кристалле представлено выражением

$$E_2(x_2, z_2; x_s, \lambda) = E_{02}(x_2, z_2; x_s, \lambda) \exp[i\mathbf{K}_{h1}(\lambda)\mathbf{r}_2] + E_{h2}(x_2, z_2; x_s, \lambda) \exp[i\mathbf{K}_{01}(\lambda)\mathbf{r}_2]. \quad (11)$$

На входной поверхности второго асимметрично отражающего кристалла

$x_2 = \xi_{h1} / \sin(\theta - \alpha_2) \equiv \xi_{h1} / \gamma_{02}$. Граничное условие приводит к равенству

$$E_{02}(x_2, z_2 = 0; x_s, \lambda) = E_{h1}(x_2 \gamma_{02} / \gamma_{h1}; x_s, \lambda). \quad (12)$$

Расчет, аналогичный сделанному для первого отражающего кристалла, для амплитуды отраженной волны на входной поверхности второго кристалла приводит к выражению

$$E_{h2}(x_2, z_2 = 0; x_s, \lambda) = \int_0^{\infty} G_{h2}(x_2') E_{02}(x_2 - x_2', z_2 = 0; x_s, \lambda) dx_2', \quad (13)$$

причем

$$G_{h2}(x_2) = i \sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar{h}}}} \sqrt{\frac{\gamma_{02}}{\gamma_{h2}}} \frac{J_1(\sigma_2 x_2)}{x_2} \exp(i \sigma_{02} x_2). \quad (14)$$

Принятые здесь обозначения понятны из такого же выражения (9). В зазоре между вторым и третьим кристаллом имеем

$$E_{h2}^e(x_2, z_2; x_s, \lambda) = E_{h2}(\xi_{h2} / \gamma_{h2}, z_2 = 0; x_s, \lambda). \quad (15)$$

Здесь ξ_{h2} – такая же переменная, как ξ_{h1} , но связанная с пучком, отраженным от второго кристалла (см. рис. 1с). Поле в третьем кристалле с симметричным отражением по Лауэ, где формируются интерференционные полосы, и с теми же отражающими плоскостями, как и в первых двух, представим в виде

$$E = E_0 \exp[i\mathbf{K}_0(\lambda)\mathbf{r}] + E_h \exp[i\mathbf{K}_h(\lambda)\mathbf{r}]. \quad (16)$$

Учитывая, что на входной поверхности третьего кристалла $\xi_{h2} = -x \cos \theta$, из условия непрерывности проходящей и падающей волн находим

$$E_0(x, z = 0; x_s, \lambda) = E_{h2}(-x \cos \theta / \gamma_{h2}, z_2 = 0; x_s, \lambda). \quad (17)$$

Амплитуда дифрагированной волны в третьем кристалле выразится через свертку по входной поверхности амплитуды падающей волны и функции точечного источника [3–5]:

$$E_h(x, z; x_s, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} G_h(x - x', z) E_0(x', 0; x_s, \lambda) dx'. \quad (18)$$

Здесь

$$G_h(x, z) = \frac{ik\chi_h}{4\sin\theta} J_0(\pi \cot\theta \sqrt{z^2 \tan^2 \theta - x^2} / \Lambda) \exp\left(\frac{ik\chi_0 z}{2\cos\theta}\right) H(z \tan\theta - |x|) \quad (19)$$

есть функция точечного источника, $\Lambda = \lambda \cos \theta / \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}$ – длина экстинкции, H – ступенчатая функция Хевисайда. Интеграл (18) в области АВ на выходной поверхности кристалла (рис. 1с) выразится как сумма двух интегралов, взятых по двум щелям [2].

4. Выбор коэффициентов асимметричности кристаллов

Для определения коэффициентов асимметричности кристаллов будет более удобно использовать приближенные выражения для амплитуд.

Сначала обратимся к амплитуде волны, отраженной от первого кристалла. Точное выражение дается формулами (8) и (10). В большинстве случаев

под знаком интеграла в (8) можно подставить $\exp[ikx_1'^2\gamma_{01}^2 / (2L_s)] \approx 1$. Тогда (8) есть Фурье-образ функции точечного источника (амплитудный коэффициент отражения локально плоской волны) [2], и из (10) имеем

$$E_{h1}^e(x_1, z_1; x_s, \lambda) = E_0^i \Gamma_1 \left(p_1 \left(\frac{\xi_{h1}}{\gamma_{h1}} \right) \right) e^{-ik\gamma_{01}\Delta\theta \frac{\xi_{h1}}{\gamma_{h1}}} e^{ik \left(\frac{\xi_{h1}}{\gamma_{h1}} - x_s \right)^2 \frac{\gamma_{01}^2}{2L_s}}. \quad (20)$$

Здесь амплитудный коэффициент отражения от первого кристалла локально плоской волны

$$\Gamma_1(p_1) = -\frac{\sqrt{\chi_h} \sqrt{\gamma_{01}}}{\sqrt{\chi_{\bar{h}}} \sqrt{\gamma_{h1}}} \frac{1}{p_1 + \sqrt{p_1^2 - 1}}, \quad (21)$$

соответствующий локальный параметр отклонения

$$p_1 = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\frac{\gamma_{h1}}{\gamma_{01}}} \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}} \left[\Delta\varphi_1 + \frac{\chi_0}{2 \sin 2\theta} \left(1 + \frac{1}{b_1} \right) \right] \quad (22)$$

и локальное отклонение от угла Брэгга

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\theta - \frac{(x_1 - x_s)\gamma_{01}}{L_s}. \quad (23)$$

Для поля (12) на входной поверхности второго кристалла можно использовать приближенное выражение (20) и, следовательно, это же выражение будет использоваться в выражении для амплитуды отраженной волны в (13). Вынося Γ_1 из под знака интеграла в точке $x_2' = 0$, а также используя приближение локально плоской волны, т.е. считая квадратичную по x_2' экспоненту равной единице, приходим к приближенному выражению для амплитуды, отраженной от второго кристалла волны, в зазоре между вторым и третьим кристаллом:

$$E_{h2}(x_2, z_2; x_s, \lambda) = E_0^i \Gamma_1 \left[p_1 \left(\frac{\xi_{h2}}{\gamma_{h2}} \frac{\gamma_{02}}{\gamma_{h1}} \right) \right] \Gamma_2 \left[p_2 \left(\frac{\xi_{h2}}{\gamma_{h2}} \right) \right] e^{ik \left(\frac{\xi_{h2}}{\gamma_{h2}} \frac{\gamma_{02}}{\gamma_{h1}} - x_s \right)^2 \frac{\gamma_{01}^2}{2L_s}} e^{-ikb_2\Delta\theta\xi_{h2}}. \quad (24)$$

Здесь Γ_2 – амплитудный коэффициент отражения от второго кристалла и выражается через параметр p_2 той же формулой (21), что и Γ_1 , где теперь

$$p_2 = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\frac{\gamma_{h2}}{\gamma_{02}}} \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}} \left[\Delta\varphi_2 + \frac{\chi_0}{2 \sin 2\theta} \left(1 + \frac{1}{b_2} \right) \right] \quad (25)$$

и

$$\Delta\varphi_2 = b_1 \left[\Delta\theta - \frac{\gamma_{01}}{L_s} \left(x_2 \frac{\gamma_{02}}{\gamma_{h1}} - x_s \right) \right]. \quad (26)$$

Используя выражение (24) в (17) и подставляя (17) в (18), а затем в приближении бесконечно узких щелей вынося амплитуды в точках с координатами щелей, как в [2], используя также асимптотическое выражение для функции точечного источника (19) при условиях ($z \gg |x|$, $\pi z / \Lambda_r \gg 1$) (см. [2]), приходим

к следующему выражению для амплитуды дифрагированной волны на выходной поверхности третьего кристалла в центральной части области АВ (см. рис. 1с)

$$E_h(x, z; \xi_s, \lambda) \approx Q \left[\Gamma_1 \left(p_1 \left(\frac{cb_2}{\gamma_{h1}} \right) \right) \Gamma_2 \left(p_2 \left(\frac{c}{\gamma_{h2}} \right) \right) e^{i\Phi_1} + \Gamma_1 \left(p_1 \left(-\frac{cb_2}{\gamma_{h1}} \right) \right) \Gamma_2 \left(p_2 \left(-\frac{c}{\gamma_{h2}} \right) \right) e^{i\Phi_2} \right], \quad (27)$$

где

$$Q = \frac{2a}{\cos \theta} E_0^i \frac{ik\chi_h}{4 \sin \theta} \sqrt{\frac{2\Lambda}{z}} e^{i\pi \frac{z}{\Lambda}} e^{ik\chi_0 \frac{z}{2 \cos \theta}} e^{ik \left(\frac{(cb_2 b_1)^2 + \xi_s^2}{2L_s} \right)}, \quad \Phi_1 = -\frac{\pi(x + c / \cos \theta)^2}{2\Lambda, z \tan^2 \theta} - kb_1 b_2 c \frac{\xi_s}{L_s} - kb_1 b_2 c \Delta \theta, \\ \Phi_2 = -\frac{\pi(x - c / \cos \theta)^2}{2\Lambda, z \tan^2 \theta} + kb_1 b_2 c \frac{\xi_s}{L_s} + kb_1 b_2 c \Delta \theta.$$

Каждое слагаемое в (27) соответствует волне, исходящей из одной из щелей и дифрагированной в третьем кристалле.

Определим зависимость $\Delta \theta$ от длины волны. Как уже было сказано, обозначая центральную длину волны через λ_m , имеем

$$\Delta \theta(\lambda) = \theta^i - \theta(\lambda_m) + \theta(\lambda_m) - \theta(\lambda) = \Delta \theta(\lambda_m) - \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \tan \theta. \quad (28)$$

Здесь $\theta(\lambda_m) - \theta(\lambda) = \Delta \theta(\lambda_m) - \Delta \lambda \tan \theta / \lambda$ получается дифференцированием закона Брэгга. Подставляя (28) в выражение (22) для p_1 , видим, что соответствующим малым поворотом первого кристалла угловое отклонение $\Delta \theta(\lambda_m) - |\operatorname{Re}[\chi_0]|(1 + 1/b_1) / (2 \sin 2\theta)$ можно приравнять нулю. Подставляя же (28) в (25) и используя значение $\Delta \theta(\lambda_m) = |\operatorname{Re}[\chi_0]|(1 + 1/b_1) / (2 \sin 2\theta)$, приходим к выводу, что в выражении для p_1 появляется не зависящее от длины волны угловое отклонение $|\operatorname{Re}[\chi_0]|(1/b_1 - 1/b_2) / (2 \sin 2\theta)$. Это угловое отклонение может быть устранено соответствующим малым поворотом второго кристалла. Наконец, если подставить выражение (28) в формулу $kb_1 b_2 c \Delta \theta$, которое входит в выражения для Φ_1 и Φ_2 , то появляющееся в них независимое от длины волны угловое отклонение, пропорциональное $kcb_1 b_2 \Delta \theta(\lambda_m)$, к которому еще добавляется угловое отклонение, пропорциональное $|\operatorname{Re}[\chi_0]|(1/b_1 - 1/b_2) / (2 \sin 2\theta)$, появляющееся из-за дополнительного поворота второго кристалла, может быть скомпенсировано соответствующим малым поворотом третьего кристалла.

После определения зависимости входящих величин от длины волны перейдем к изучению интерференционных полос. Интенсивность интерференционной картины определяется модулем квадрата амплитуды (27). Максимумы интенсивности определяются приравнением разности фаз интерферирующих волн к $2\pi n$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). $\Gamma_1 \Gamma_2$ – комплексная величина и разность фаз этой величины для разных щелей должна быть учтена, но эта величина намного медленнее меняется, чем экспоненты, и поэтому ее разностью можно пренебречь. Тогда условие максимумов запишется в виде

$$\frac{2\pi c x}{\Lambda, z \tan^2 \theta \cos \theta} + 2kb_1 b_2 c \left(-\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \tan \theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right) = 2\pi n. \quad (29)$$

Отсюда видно, что период определяется выражением (1). Видно также, что для

$\Delta\lambda=0$ и $\xi_s = 0$ центральный максимум ($n = 0$) находится в точке с координатой $x=0$. Для любых значений этих величин, отличных от нуля, центральный максимум смещается на

$$\Delta x = -\frac{kb_1b_2cD}{\pi} \left(-\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tan\theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right). \quad (30)$$

Интерференционные полосы будут наблюдаться при условии, что модуль этого смещения меньше (точнее намного меньше) половины периода, т.е.

$kb_1b_2cD \left| -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tan\theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right| / \pi < D/2$, и в результате получаем следующее условие

для наблюдаемости полос:

$$\left| -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tan\theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right| < \frac{\pi}{2kb_1b_2c}. \quad (31)$$

Вместе с тем, волны, для которых $|\Gamma_1\Gamma_2| \approx 1$, отражаются со значительной амплитудой, что равносильно тому, что $|\Gamma_1| \approx 1$ и $|\Gamma_2| \approx 1$. Это условие будет удовлетворяться при $|p_1| \leq 1$ и $|p_2| \leq 1$. В аргументы p_1 и p_2 входят координаты двух щелей $\pm c$, которые имеют величину порядка 40 мкм, тогда как $|p_1|$ и $|p_2|$ значительно меняются на расстояниях порядка поперечного сечения дважды отраженного пучка, имеющего ширину порядка сантиметра. Следовательно, аргументы p_1 и p_2 можно брать в центре пучка, полагая их равными нулю $|p_1(0)| \leq 1$ и $|p_2(0)| \leq 1$. Это приводит к следующему условию сильного отражения от первого кристалла

$$\left| -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tan\theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right| < \frac{|\operatorname{Re}\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}}|}{\sin 2\theta\sqrt{b_1}}, \quad (32)$$

и то же от второго кристалла:

$$\left| -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tan\theta + \frac{\xi_s}{L_s} \right| < \frac{|\operatorname{Re}\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}}|}{\sin 2\theta b_1\sqrt{b_2}}. \quad (33)$$

Так как предполагается, что $b_1 < 1$ и $b_2 < 1$, то ясно, что условия (32) и (33) будут одновременно удовлетворены, если удовлетворяется условие (32). Вместе с тем, должно быть удовлетворено условие (31). Из требования, что волны, удовлетворяющие условию (31), должны слабо отражаться от двух кристаллов, и из (32) следует, что мы выбираем факторы асимметричности из условия

$$\sqrt{b_1} b_2 < \frac{\pi \sin 2\theta}{2kc |\operatorname{Re}\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}}|}. \quad (34)$$

По сравнению с условием (3), при использовании одного асимметричного отражения, условие (34) менее жесткое и его можно удовлетворить, используя различные отражения с различными факторами асимметричности.

Так как выбор коэффициентов асимметричности достаточно велик, можно, конечно, вместо условия (31) попробовать сильно отражать только ту часть

излучения, которая приводит к смещению полос максимум на $|\Delta x| = \eta D$, где $\eta < 1/2$. Тогда из (30) и (32) получим

$$\left| \operatorname{Re} \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}} \right| / (\sin 2\theta \sqrt{b_1}) = \pi \eta / (k b_1 b_2 c),$$

откуда имеем

$$\sqrt{b_1} b_2 = \frac{\pi \eta \sin 2\theta}{k c \left| \operatorname{Re} \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}} \right|}. \quad (35)$$

Например, для того, чтобы сильно отразились волны, дающие смещение полос всего на $0.1D$, нужно в (35) взять $\eta = 0.1$.

5. Примеры

В качестве примера рассмотрим отражение Si(220) для MoK α излучения ($\lambda = 0.71 \text{ \AA}$, $\theta = 10.63^\circ$) σ -поляризованной волны. Для кремния $\chi_{0r} = -3.162 \times 10^{-6}$, $\chi_{0i} = 0.165 \times 10^{-7}$, $\chi_{hr} = \chi_{\bar{h}r} = -1.901 \times 10^{-6}$, $\chi_{hi} = \chi_{\bar{h}i} = 0.159 \times 10^{-7}$ [13]. Имеем, $\Lambda_r = \operatorname{Re} \Lambda = 36.6$ мкм и $\Lambda_r \tan \theta = 6.9$ мкм. Пусть щели имеют размер $2a = 10$ мкм, а расстояние между их центрами – $2c = 80$ мкм. Если брать толщину кристалла $z = 3$ мм, то $\mu z = 4.4$, где линейный коэффициент поглощения кристалла $\mu = k \operatorname{Im}[\chi_0]$. При расстоянии источник–кристалл $L_s = 10$ м, из (2) без применения асимметричных отражений получаются следующие оценки для когерентности: $|\Delta \lambda / \lambda| \ll 2.4 \cdot 10^{-6}$, $l \ll 9$ мкм. Для современных источников эти требования не могут быть выполнены. Для схемы с одним асимметричным отражением коэффициент асимметричности должен быть выбран из условия (3). Для правой части этого условия имеем значение $\pi \sin 2\theta / (2kc \left| \operatorname{Re} \left[\sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}} \right] \right|) \approx 0.08$. Следовательно, b_1 должно быть приблизительно меньше $1/156$, что практически не осуществимо. Но при использовании асимметричного отражения Si(440) для MoK α излучения ($\lambda = 0.71 \text{ \AA}$, $\theta = 21.6^\circ$), для которого $\chi_{0r} = -3.162 \times 10^{-6}$, $\chi_{0i} = 0.165 \times 10^{-7}$, $\chi_{hr} = \chi_{\bar{h}r} = -1.901 \times 10^{-6}$, $\chi_{hi} = \chi_{\bar{h}i} = 0.159 \times 10^{-7}$ [13], правая сторона приблизительно равна 0.25, следовательно, приблизительно должно быть $b_1 < 1/16$, чего можно добиться, выбирая угол асимметричности $\alpha = \theta - \Gamma = 20.6^\circ$ (рис.1b), чему соответствует $b_1 \approx 1/39$ и что удовлетворительно для получения интерференционных полос [2].

Положение существенно улучшается при использовании предварительных двух асимметричных отражений. Тогда коэффициенты асимметричности выбираются из условия (34). Беря, например, $b_2 = 1/10$, для выбора b_1 имеем $\sqrt{b_1} < 0.08 / b_2 = 0.8$. Следовательно, приблизительно должно быть $b_1 < 1/2$, что очень легко осуществимо.

Наконец, остановимся на примере выбора коэффициентов асимметрично-

сти, когда ставим цель сильно отражать только ту часть излучения, которая приводит к смещению полос максимум на ηD . В этом случае мы должны пользоваться условием (35). Беря $\eta = 0.2$ и $b_2 = 1/10$, из (35) для выбора b_1 получаем $\sqrt{b_1} = 0.32$ и, следовательно, $b_1 \approx 1/10$, что достаточно легко осуществимо.

6. Заключение

В работе исследован вопрос наблюдения рентгеновских динамически-дифракционных полос на двух щелях. Для существующих ныне протяженных немонахроматических источников рентгеновского излучения наблюдение полос неосуществимо. Для этого необходимо использовать одно или два предварительных асимметричных отражений. Ранее было показано, что при одном асимметричном отражении, хотя наблюдение полос осуществимо, но требования к коэффициенту асимметричности таковы, что число возможных отражений слишком ограничено. В данной работе найдено условие, которому должны удовлетворять коэффициенты асимметричности двух предварительных отражений, при которых возможно наблюдать интерференционные полосы. Показано, что при двух асимметричных отражениях условие дает намного большие и легко осуществимые отражения для наблюдения полос, что показано на примерах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M.K. Balyan.** Acta Cryst A, **66**, 660 (2020).
2. **V. Mkrtychyan, M. Balyan, S. Petrosyan, A. Aivazyan.** Acta Cryst A, **81**, 438 (2025).
3. **V.G. Kohn, V.A. Smirnova.** Crystallogr. Rep., **66**, 897 (2021).
4. **V.G. Kohn, V.A. Smirnova.** Crystallogr. Rep., **67**, 1068 (2022).
5. **W. Leitenberger, S.M. Kusnetsov, A. Snigirev.** Optics Communications, **191**, 91 (2001).
6. **W. Leitenberger, H. Wendrock, L. Bischoff, T. Weitkamp.** J. Synchrotron Rad., **11**, 190 (2004).
7. **W. Leitenberger, U. Pietch.** J. Synchrotron Rad., **14**, 196 (2007).
8. **A.F. Isakovic, A. Stein, J.B. Warren, A.R. Sandy, S. Narayanan, M. Sprung, J.M. Ablett, D. P. Siddons, M. Metzler, K. Evans-Lutterodt.** J. Synchrotron Rad., **17**, 451 (2010).
9. **A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, V. Yunkin, S. Kuznetsov, M. B. Grigoriev, T. Roth, G. Vaughan, C. Detlefs.** Phys. Rev.Lett., **103**, 064801 (2009).
10. **A. Snigirev, I. Snigireva, M. Lyubomirskiy, V. Kohn, V. Yunkin, S. Kuznetsov.** Opt. Express, **22**, 25842 (2014).
11. **S. Takagi.** J. Phys. Soc. Jpn., **26**, 1239 (1969).
12. **A. Authier.** Dynamical Theory of X-ray Diffraction. Oxford, University Press, 2001.
13. **З.Г. Пинскер.** Рентгеновская кристаллооптика. Москва, Наука, 1982.
14. **S. Takagi.** Acta cryst., **15** 1131 (1962).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ԱԼԻՔՍՅԻՆ ՃԱԿԱՏԻ
ԲԱԺԱՆՈՒՄՈՎ ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓ ԵՐԿՈՒ ԱՄԻՍԵՏՐԻԿԱԿԱՆ
ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆԵՐԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ, Վ.Պ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ*, Ա.Պ. ԱՅՎԱԶՅԱՆ, Ս.Ա. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Երկու ճեղքի վրա դինամիկական դիֆրակտային ինտերֆերաչափային գծեր ստանալու համար և փնջի անհրաժեշտ կոլիմացման և մոնոքրոմիատիկացման նպատակով առաջարկվում է երկու ճեղքերի առջև օգտագործել երկու բյուրեղներից երկու ասիմետրիկական անդրադարձում: Գտնված է արտահայտություն երկու ճեղքից հետո տեղադրված երրորդ բյուրեղի ելքի մակերևույթի վրա դիֆրակտված ալիքի ուժգնության համար: Գտնված է բյուրեղների ասիմետրիկության գործակցի համար արտահայտություն, որի տեղի ունենալու դեպքում ինտերֆերաչափային շերտերը կդիտվեն: Կոնկրետ օրինակներով ցույց է տրված, որ ստացված պայմանը թույլ է տալիս առանց դժվարության գտնել կրկնակի ասիմետրիկական անդրադարձումների շատ դեպքեր, որոնք թույլ են տալիս դիտել դինամիկական դիֆրակտային ինտերֆերենցային շերտերն օգտագործելով ոչ մոնոքրոմատիկ և չափեր ունեցող աղբյուր:

X-RAY DYNAMICAL DIFFRACTION INTERFEROMETER WITH WAVE FRONT
DIVISION USING TWO ASYMMETRICAL REFLECTIONS

M.K. BALYAN, V.P. MKRTCHYAN*, A.P. AIVAZYAN, S.A. PETROSYAN

To obtain dynamical diffraction double-slit interference fringes and to achieve the necessary degree of collimation and monochromaticity of the beam, it is proposed to use double asymmetric reflection from two crystals in front of the two slits. An expression was found for the amplitude of the diffracted wave obtained on the exit surface of the third crystal placed after two slits. The condition for the asymmetry coefficients of crystals, under which the interference fringes will be observed, is obtained. On concrete examples, it is shown that the obtained condition allows without difficulty to find many cases of asymmetric double reflections, which allow observation of dynamic-diffraction interference fringes using a non-monochromatic extended source.