

УДК 621.378

Р. А. Казарян, С. П. Сидорова

К расчету частот трехзеркального интерферометра

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 15/VI 1970)

Приводится расчет частотных характеристик трехзеркального интерферометра, выгодно отличающийся от известных методов (1-3) своей простотой и лучшим совпадением с экспериментом.

Трехзеркальная система представляется в виде 4-х слоев диэлектрика (рис. 1), отражение на границах между которыми создается

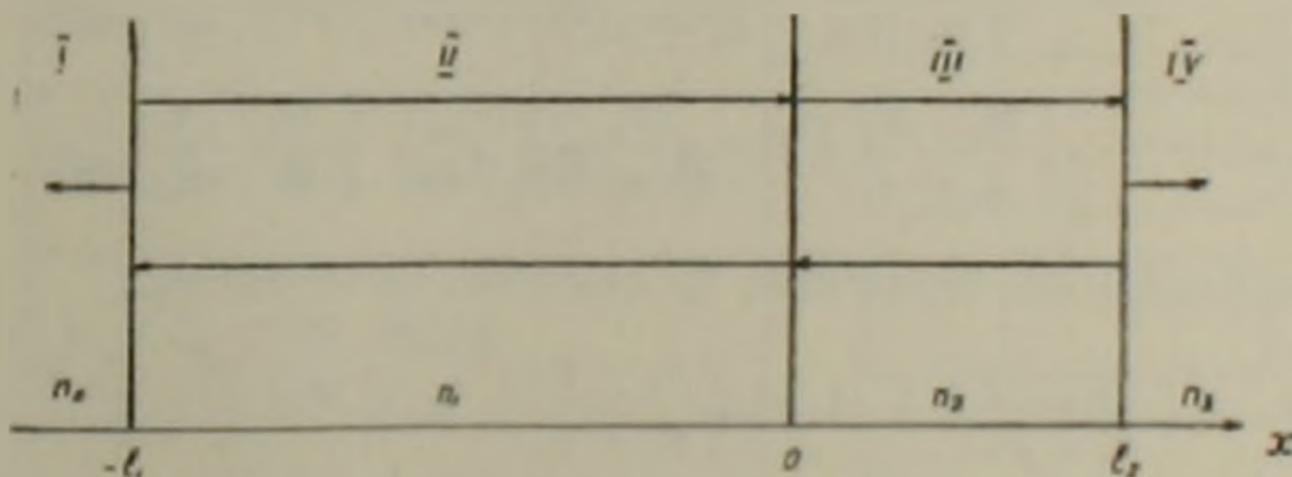


Рис. 1. Модель трехзеркального интерферометра

за счет различных показателей преломления. Поля в слоях записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 E_I &= De^{ik_0x}; \\
 E_{II} &= Ae^{-ik_1x} + A_1e^{ik_1x}; \\
 E_{III} &= Be^{-ik_2x} + B_1e^{ik_2x}; \\
 E_{IV} &= Ce^{-ik_3x}.
 \end{aligned}$$

Здесь $k_0 = \frac{\omega}{c} n_0$, $k_1 = \frac{\omega}{c} n_1$, $k_2 = \frac{\omega}{c} n_2$ и $k_3 = \frac{\omega}{c} n_3$ — постоянные распространения в I, II, III и IV средах соответственно. На границах сред для электрических и магнитных составляющих полей имеем:

$$\begin{aligned}
 De^{-ik_0l} &= Ae^{ik_1l} + A_1e^{-ik_1l}; \\
 -n_0De^{-ik_0l} &= n_1(Ae^{ik_1l} - A_1e^{-ik_1l});
 \end{aligned}$$

$$A + A_1 = B + B_1;$$

$$n_1(A - A_1) = n_2(B - B_1);$$

$$Be^{-ik_2l_2} + B_1e^{ik_2l_2} = Ce^{-ik_2l_2}; \quad (1)$$

$$n_2(Be^{-ik_2l_2} - B_1e^{ik_2l_2}) = n_3Ce^{-ik_2l_2}.$$

Эта однородная система линейных уравнений имеет ненулевое решение, если ее детерминант равен нулю

$$\begin{vmatrix} -e^{-ik_2l_2} & e^{ik_2l_2} & e^{-ik_2l_2} & 0 & 0 & 0 \\ n_0e^{-ik_2l_2} & n_1e^{ik_2l_2} & -n_1e^{-ik_2l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & n_1 & -n_1 & -n_2 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-ik_2l_2} & e^{ik_2l_2} & -e^{-ik_2l_2} \\ 0 & 0 & 0 & n_2e^{-ik_2l_2} & -n_2e^{-ik_2l_2} & -n_3e^{-ik_2l_2} \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

Раскрытие детерминанта приводит к следующему выражению:

$$e^{ik_2l_2} \left[\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} - \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} e^{-ik_2l_2} - e^{ik_2l_2} \right] + e^{-ik_2l_2} \left[\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} e^{-ik_2l_2} - \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} e^{ik_2l_2} \right] \cdot \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} = 0. \quad (3)$$

Для коэффициентов отражения на границах сред имеем:

$$r_1 = \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^2; \quad r_2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2; \quad r_3 = \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \right)^2. \quad (4)$$

Подстановка (4) в (3) приводит к уравнению

$$(1 - \sqrt{r_1 r_3}) \cos(k_1 l_1 + k_2 l_2) - \sqrt{r_2} (\sqrt{r_1} - \sqrt{r_3}) \cos(k_1 l_1 - k_2 l_2) + i [\sqrt{r_2} (\sqrt{r_1} + \sqrt{r_3}) \sin(k_1 l_1 - k_2 l_2) + (1 - \sqrt{r_1 r_3}) \sin(k_1 l_1 + k_2 l_2)] = 0. \quad (5)$$

При различных отношениях длин резонаторов составляющих лазерный интерферометр для определения резонансных частот получаются следующие условия:

$$\text{а) } \sin k_1 l_1 = 0 \quad \text{при } n_2 l_2 = 0 \dots \dots \dots (6a)$$

$$\text{б) } \sin 2k_1 l_1 = 0 \quad \text{при } n_2 l_2 = n_1 l_1 \dots \dots \dots (6б)$$

$$\text{в) } \sin k_2 l_2 = 0 \quad \text{и}$$

$$\sin k_2 l_2 = \pm \sqrt{\frac{3(1 + \sqrt{r_1 r_3}) + \sqrt{r_2} (\sqrt{r_1} + \sqrt{r_3})}{4(1 + \sqrt{r_1 r_3})}}$$

$$\text{при } n_2 l_2 = \frac{n_1 l_1}{2} \dots \dots \dots (6\text{в})$$

$$\text{г) } \sin 2k_2 l_2 = 0 \quad \text{и}$$

$$\cos 2k_2 l_2 = -\frac{\sqrt{r_2}(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2})}{2(1 + \sqrt{r_1 r_2})} \quad \text{при } n_2 l_2 = \frac{n_1 l_1}{3} \dots \dots \dots (6\text{г})$$

Таблица 1

Спектры интерферометра

$n_2 l_2$	r_2	Δf	Вид спектра частот
0	0-1	0, 163, 326,1	
$\frac{n_1 l_1}{3}$	0	0, 122,3; 244,6; 366,8; 489,1	
	0,1	0, 134,6; 244,6; 354,5; 489,1	
	0,49	0, 150,1; 244,6; 339; 489,1	
	0,91	0, 161; 244,6; 328,1; 489,1	
	1	0, 163; 326,1	
$\frac{n_1 l_1}{2}$	0	0, 108,7; 217,4; 326,1	
	0,1	0, 118,8; 207,3; 326,1	
	0,49	0, 134,1; 191,9; 326,1	
	0,91	0, 151,9; 174,2; 326,1	
	1	0, 163; 326,1	
$n_1 l_1$	0-1	0, 81,5; 163; 244,6; 326,1	

В табл. 1 приводятся частотные интервалы (ΔF) между одной из резонансных частот трехзеркального интерферометра и каждой последующей при разных коэффициентах отражения промежуточного зеркала, подсчитанные по формулам (6) для нескольких случаев отношения длин резонаторов, составляющих интерферометр, а также спектры частот, соответствующие каждому случаю. При расчетах предполагалось, что $n_1 l_1 = 92$ см, а $r_1 = r_2 = 0,98$. Сравнение частот, приведенных в таблице с экспериментально полученными частотами межмодовых биений (*), говорит о хорошем приближении используемой модели для описания трехзеркального лазерного интерферометра. Отсутствие в эксперименте некоторых частот межмодовых биений, главным образом при больших коэффициентах пропускания промежуточного зеркала, объясняется неодинаковыми добротностями резонансных типов колебаний. При расчете селекции частот трехзеркальной системой используется упрощенная схема, представленная на рис. 1, с тем только отличием, что поле в I среде записывается в виде

$$E_1 = D e^{-ik_1 x} + D_1 e^{ik_1 x}.$$

Для отношения амплитуд отраженного и падающего на систему из трех зеркал потоков излучения с учетом (4) получаем следующее выражение:

$$\frac{D_1}{D} e^{-2ik_1 l_1} = \frac{a e^{ik_1 l_1} + b e^{-ik_1 l_1} + c e^{i(k_1 l_1 - 2k_2 l_2)} + d e^{-i(k_1 l_1 + 2k_2 l_2)}}{a_1 e^{ik_1 l_1} + b_1 e^{-ik_1 l_1} + c_1 e^{i(k_1 l_1 - 2k_2 l_2)} + d_1 e^{-i(k_1 l_1 + 2k_2 l_2)}}, \quad (7)$$

где

$$a = \sqrt{r_1}; \quad b = \sqrt{r_2}; \quad c = \sqrt{r_1 r_2 r_3}; \quad d = \sqrt{r_3};$$

$$a_1 = 1; \quad b_1 = \sqrt{r_1 r_2}; \quad c_1 = \sqrt{r_2 r_3}; \quad d_1 = \sqrt{r_1 r_2}.$$

При отсутствии одного из зеркал для коэффициента отражения трех-

зеркальной системы $\left| \frac{D_1}{D} \right|^2$ получаем:

$$\text{а) } \left| \frac{D_1}{D} \right|^2 = \frac{r_2 + r_3 + 2\sqrt{r_2 r_3} \cos 2k_2 l_2}{1 + r_2 r_3 + 2\sqrt{r_2 r_3} \cos 2k_2 l_2} \quad \text{при } r_1 = 0 \quad (8a)$$

$$\text{б) } \left| \frac{D_1}{D} \right|^2 = \frac{r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1 r_2} \cos 2k_1 l_1}{1 + r_1 r_2 + 2\sqrt{r_1 r_2} \cos 2k_1 l_1} \quad \text{при } r_3 = 0 \quad (8б)$$

$$\text{в) } \left| \frac{D_1}{D} \right|^2 = \frac{r_1 + r_3 + 2\sqrt{r_1 r_3} \cos 2(k_1 l_1 + k_2 l_2)}{1 + r_1 r_3 + 2\sqrt{r_1 r_3} \cos 2(k_1 l_1 + k_2 l_2)} \quad \text{при } r_2 = 0 \quad (8в)$$

На рис. 2 приводятся графические изображения выражений (8) и положения частот, соответствующие каждому отдельному случаю

при $r_1 = r_2 = r_3 = 0,98$ и $n_2 l_2 = \frac{n_1 l_1}{2} = 46$ см. Местоположения типов колебаний совпадают с максимумами коэффициента отражения $\left| \frac{D_1}{D} \right|^2$

трехзеркальной системы. Поскольку все максимумы имеют одинаковые величины, частоты будут генерировать с одинаковой вероятностью.

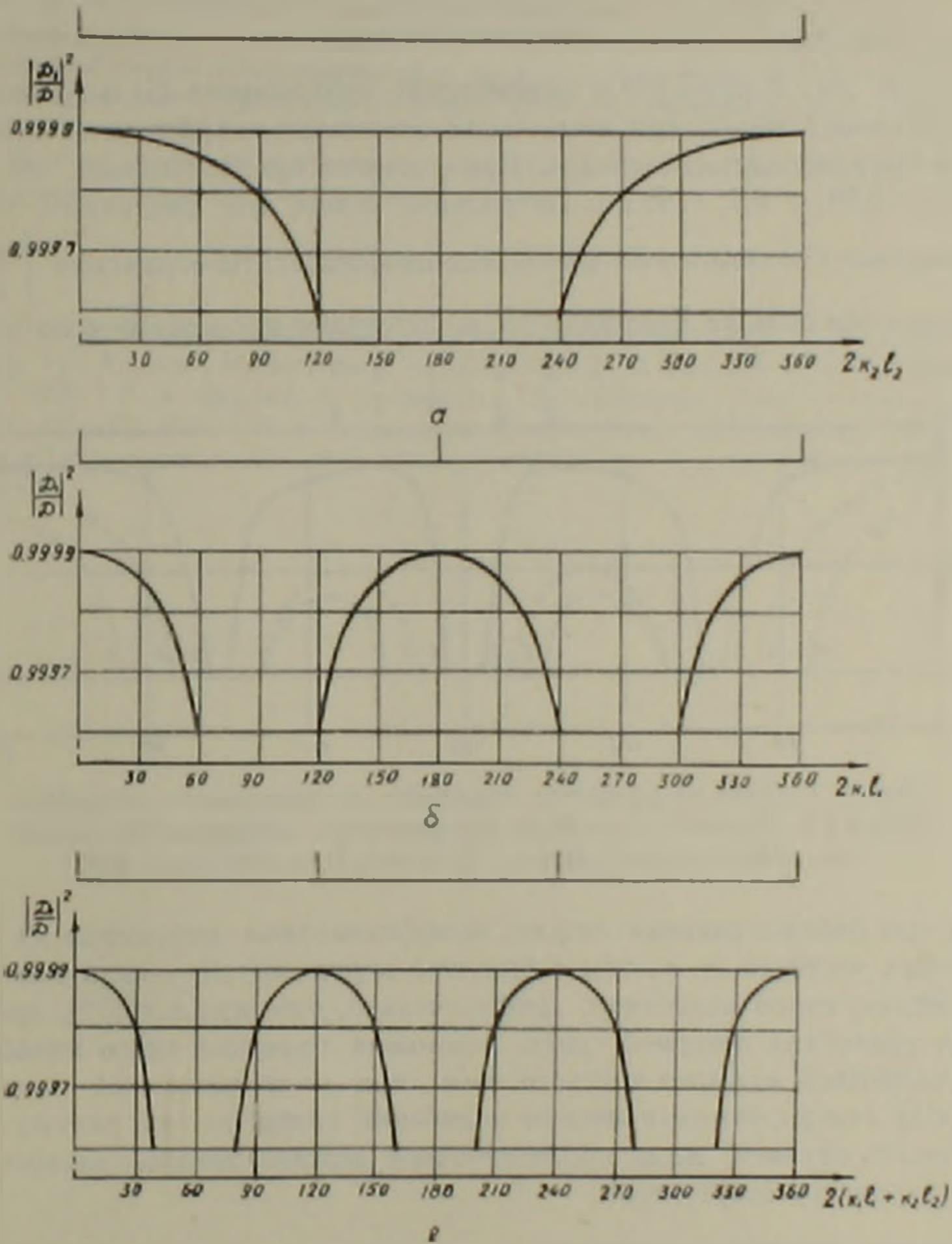


Рис. 2. Графики коэффициента отражения трехзеркального интерферометра при отсутствии одного из зеркал: а) $r_1=0, r_2=r_3=0,98$; б) $r_3=0, r_1=r_2=0,98$; в) $r_3=0, r_1=r_2=0,98$

При $n_2 l_2 = \frac{n_1 l_1}{2}$ для $\left| \frac{D_1}{D} \right|^2$ получаем:

$$\left| \frac{D_1}{D} \right|^2 = \frac{A + B \cos x + C \cos 2x + D \cos 3x}{A_1 + B_1 \cos x + C_1 \cos 2x + D_1 \cos 3x} \quad (9)$$

где

$$x = 2k_2 l_2;$$

$$A = r_1 + r_2 + r_3 + r_1 r_2 r_3;$$

$$B = B_1 = 2\sqrt{r_2 r_3} (1 + r_1 + \sqrt{r_1 r_2});$$

$$C = C_1 = 2\sqrt{r_1 r_2} (1 + r_3);$$

$$D = D_1 = 2\sqrt{r_1 r_3}.$$

На рис. 3 приводятся графические изображения (9) и положения резонансных частот при нескольких значениях коэффициента отражения промежуточного зеркала. При расчетах предполагалось, что $r_1 = r_2 = 0,98$, а $n_1 l_1 = 92$ см. Из рисунка видно, что различным типам колебаний соответствуют различные коэффициенты отражения $\left| \frac{D_1}{D} \right|^2$ причем чем больше коэффициент пропускания промежуточного зеркала

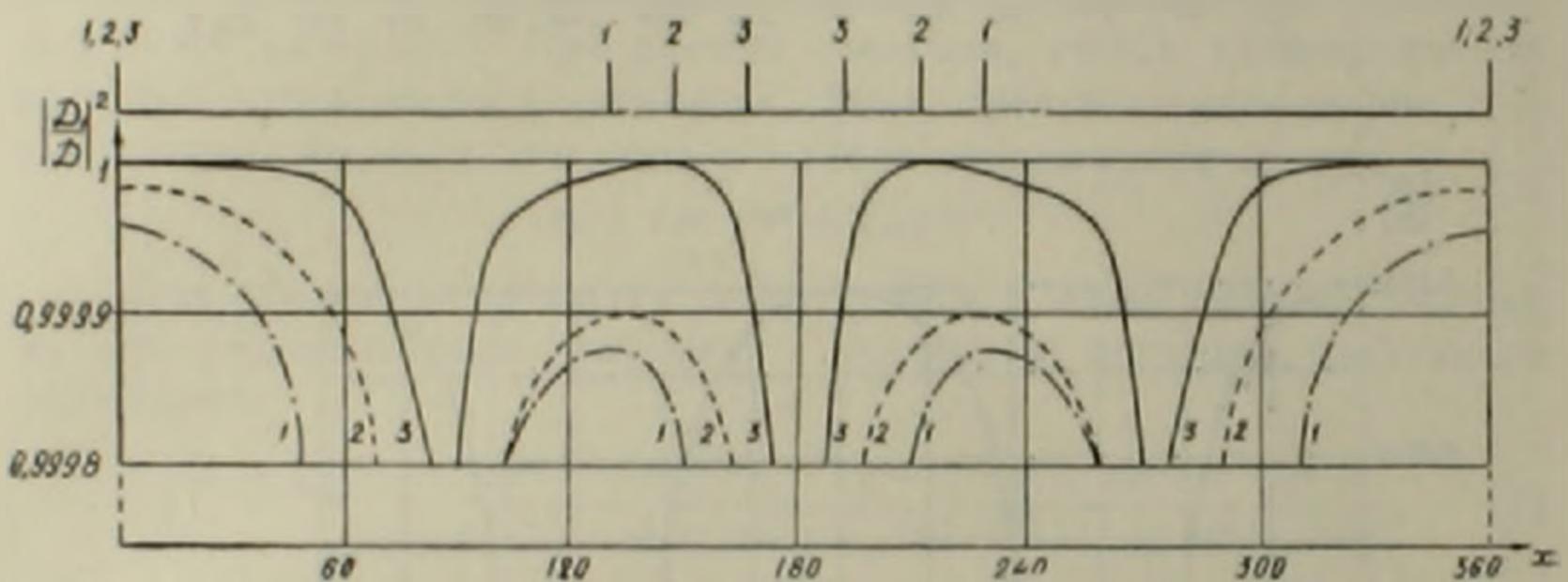


Рис. 3. Графики коэффициента отражения трехзеркального интерферометра с $r_1 = r_2 = 0,98$ и $n_1 l_1 = 92$ см при различных коэффициентах отражения промежуточного зеркала: 1) $r_2 = 0,1$; 2) $r_2 = 0,49$; 3) $r_2 = 0,91$

ла, тем больше разница между коэффициентами отражения на различных частотах, т. е. тем с большей вероятностью можно получить селекцию типов колебаний. Действительно, уже при $r_2 = 50\%$ при малых усилениях лазерной среды возможна селекция типов колебаний с генерацией каждого третьего типа, при этом частотный интервал между генерирующими типами колебаний возрастает в 3 раза по сравнению со случаем, когда промежуточное зеркало трехзеркального интерферометра отсутствует.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Բ. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ս. Գ. ՍԻՊՈՐՈՎԱ

Խոսհայելիի ինտերֆերոմետրի հանախուրյունների հաշվման առիթով

Հաշված են եռահայելի ինտերֆերոմետրի հանախային բնութագրերը և երա հանախային բնորոշունակությունը (սելեկցիան): Հաշվման կիրառված եղանակը տարրերվում է հայտնի եղանակներից իր պարզությամբ և փորձի հետ ավելի լավ համընկնումով:

Ստանայնի սխեմեր պատկերվում է յառաջերտ դիֆրակտրիկ տեսքով (նկ. 1): Անդրադարձումը ստանաններից ստեղծվում է տարրեր բնկման ցուցիչների շեղհիվ:

Նաչտի հավասարումների սխեմեր լուծումը տալիս է 1 աղյուսակում բերված սեղանանսային հաճախությունների միջև եղած հեռավորությունները:

Հետադուսակային հաշվարկը կատարվում է նույն մոդելի (նկ. 1) սցեուքումը, սակայն 1-ին շերտում մտցվում է նաև անդրադարձած ալիքը: Հետադուսակայինը դեհաճապում է ալիքների անդրադարձած և բնկնող ալիքների ամպլիտուդների հարաբերությունը: Հաշվման արդյունքը դրաֆիկորեն պատկերված է նկ. 2-ում:

Նկ. 3-ում բերված են սեղանանսային հաճախությունների տեսքը և դիրքը միջուկա հայելու անդրադարձման զործակցի տարրեր արժեքների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ն Ք Յ Ո Ւ Ն

- ¹ J. R. Fontana, IEEE Trans. Microwave Theory and Techn., 12, № 4, 400—405 (1964). ² N. Kumagai, M. Matsuhara, H. Mori, IEEE J. of Quantum Electronics, QE—1, № 2, 1965. ³ P. A. Կազարյան, B. C. Արաքելյան, C. Ս. Տիտորովա, Ученые записки ЕрГУ, т. 104, 125—132, 1967. ⁴ P. A. Կազարյան, B. C. Արաքելյան, C. Ս. Տիտորովա, Радиотехника и электроника, т. XIII, № 5, 948—949 (1967).